УДК 621.924

Ю.А. СИРОТИН, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

Δ СИММЕТРИЗАТОР - КОМПЕНСАТОР ФРИЗЕ

У роботі запропонований алгоритм розрахунку параметрів Δ - компенсатора з LC – елементами неактивного (реактивного та незбалансованого) струму для незбалансованих три-провідних навантажень. Запропонований алгоритм реалізований як програма у середі MicroCad . Проведено чисельне моделювання.

In work the algorithm of calculation of parameters - compensates with the elements of nonactive (reactive and unbalanced) current for the unbalanced tri-providnih loading is offered. The offered algorithm is realized as a program in an environment MicroCad . The numeral design is conducted.

Даже в синусоидальном режиме подключение несимметричных нагрузок без компенсирующих устройств (КУ) приводит к появлению токов обратной последовательности, дополнительным потерям, пульсации мгновенной мощности и несимметрии напряжения – ухудшению качества энергии [1]. Существует три подхода к разработке КУ: а.) метод компенсации неактивного тока Fryze [2]; б.) метод уравновешивания режима (устранения пульсирующей компоненты мгновенной мощности) [3] и в.) симметризация тока источника в точке подключения нагрузки [4].

При несимметричном напряжении метод уравновешивания режима не устраняет дополнительные потери от реактивного тока (коэффициент мощности не достигает единицы), а метод Fryze, полностью устраняя дополнительные потери, сохраняет пульсации от несимметрии напряжения [5]. При симметричном напряжении устранение дополнительных потерь приводит к симметизации тока (устранению тока обратной и нулевой последовательности) и к уравновешиванию режима. Тем самым, при симметричном напряжении метод Fryze обобщает и метод уравновешивания и метод симметизации тока.

В синусоидальном режиме при симметричном напряжении одной из первых схем симметризации для трехпроводной системы была схема Steinmetz [6] . Изящество схемы симметризации Steinmetz (ССШ) одноплечевой нагрузки $\dot{Y}_{AB} = G$, когда она дополняется до $\Delta-$нагрузки реактивными элементами $\dot{Y}_{CB} = jG/\sqrt{3}$, $\dot{Y}_{CA} = -jG/\sqrt{3}$ на протяжении более века вызывает неослабевающий интерес [1-4, 7-8]. Нагрузка ССШ со стороны источника «видна» как чисто активная сбалансированная нагрузка. ССШ устраняет дополнительные потери от реактивного и несбалансированного тока, полностью убирает пульсации мгновенной мощности и обеспечивает единичный коэффициент мощности (КМ) (*измененная* полная мощность равна активной мощности) и является частным случаем применения метода

Fryze. Метод Fryze позволяет обеспечить единичный КМ при любой нагрузке и любом напряжении. Проблема заключается в его реализации с помощью реактивных элементов[9-10].

Подключая свое оборудование, потребитель естественно рассчитывает на симметричное напряжение и нуждается в простых и понятных формулах для расчета реактивных элементов КУ. К сожалению приведенные в [1] формулы не очень приспособлены для инженерных расчетов. В [4] рассмотрен метод симметризации. Однако в соответствующих формулах ([4], формула (11)) допущена досадная небрежность. Отсутствие вывода этих формул не позволяет их правильно восстановить и ими воспользоваться. Покажем, как в рамках метода Fryze получить простые формулы для расчета реактивных элементов $\Delta-$компенсатора при симметричном напряжении. .

Разложение fryze при несимметричном синусоидальном напряжении.

В синусоидальном режиме трехфазные токи и напряжения в трёхпроводном сечении $<a,b,c>$

$$\boldsymbol{u}(t) = \begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix} = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{U}e^{j\omega t}], \qquad \boldsymbol{i}(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{I}e^{j\omega t}]. \tag{1}$$

полностью определены трехмерными векторами фазоров (3D-комплексами) напряжения и тока ($T\omega$=2π)

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \dot{U}_a \\ \dot{U}_b \\ \dot{U}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_a e^{j\psi_a} \\ U_b e^{j\psi_b} \\ U_c e^{j\psi_c} \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a e^{j\varphi_a} \\ I_b e^{j\varphi_b} \\ I_c e^{j\varphi_c} \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Для вектора полного тока справедливо ортогональное разложение *Fryze* [11]

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_{aF} + \underbrace{(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{I}_{aF})}_{\boldsymbol{I}_F}, \qquad \boldsymbol{I}_F = \boldsymbol{I} - \boldsymbol{I}_{aF}. \tag{3}$$

3D-комплексы активного [9-11] и неактивного токов *Fryze* [12]

$$\boldsymbol{I}_{aF} = \frac{P}{|\boldsymbol{U}|^2}\boldsymbol{U}, \qquad \boldsymbol{I}_{\boldsymbol{F}} = \frac{-jQ}{|\boldsymbol{U}|^2}\boldsymbol{U} + \frac{\boldsymbol{D}\times\boldsymbol{U}^*}{|\boldsymbol{U}|^2} \tag{4}$$

определены через 3D-комплексы токов и напряжений. Здесь P и Q - активная и реактивная мощность (реальная и мнимая части комплексной мощности)

$$\dot{S} = \boldsymbol{U}^\top \boldsymbol{I}^* = \dot{U}_a I_a^* + \dot{U}_b I_b^* + \dot{U}_c I_c^*, \qquad \dot{S} = P + jQ; \tag{5}$$

$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{U} \times \boldsymbol{I}$ –векторное произведение 3D-комплексов напряжениея и токов (вектор мощности небаланса нагрузки [13]); $\boldsymbol{U}^* = (U_a^*, U_b^*, U_c^*)^\top$ и $\boldsymbol{I}^* = (I_a^*, I_b^*, I_c^*)^\top$ - комплексно сопряженный (КС) вектор напряжения и тока. $\top$ – знак операции транспонирования. Действующие величины тока и напряжения равны нормам 3D-комплексов

$$I = |\boldsymbol{I}| = \sqrt{|\dot{I}_a|^2 + |\dot{I}_b|^2 + |\dot{I}_c|^2}\,, \qquad U = |\boldsymbol{U}| = \sqrt{|\dot{U}_a|^2 + |\dot{U}_b|^2 + |\dot{U}_c|^2} \qquad (6)$$

При этом активный ток Fryze поставляет туже активную мощность, что и полный ток

$$P = \Re\boldsymbol{e}(\boldsymbol{U}^\top \boldsymbol{I}^*) = \Re\boldsymbol{e}(\boldsymbol{U}^\top \boldsymbol{I}_{aF}^*)\,.$$

Для действующих величин справедливы равенства

$$I^2 = I_{aF}^2 + I_F^2\,, \qquad U^2 I_F^2 = Q^2 + D_u^2\,. \qquad (7)$$

Тем самым устранение неактивного тока Fryze из цепей источника равносильно компенсации реактивной и несбалансированной мощности. Из (7) следует уравнение мощности [13]

$$S_B^2 = P^2 + Q^2 + D^2 \quad , \qquad (8)$$

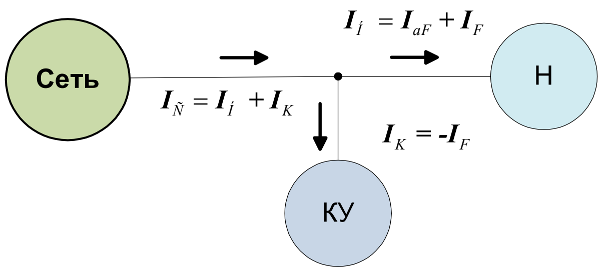

Рис.1 - Подключение несбалансированной нагрузки (**Н**) с компенсирующим устройством (**КУ**)

где $S_B = I \cdot U$ - кажущая мощность (по Buchholz [14]) ;

$D_u = |\boldsymbol{D}| = |\boldsymbol{U} \times \boldsymbol{I}|$ мощность небаланса (норма вектора мощности).

Коэффициент мощности

$$\lambda^2 = \lambda_P^2 = \frac{P^2}{S_B^2} = \frac{I_{aF}^2}{I_{aF}^2 + I_F^2} \qquad (9)$$

равен единице только, если активный ток равен полному току нагрузки. Это достигается, если для тока компенсатора выполнено $\boldsymbol{I}_K = \boldsymbol{-I}_F$ (см. Рис.1.).

Энергетические процессы в трехфазной трехпроводной системе.

Рассмотрим трехфазную трехпроводной систему с нагрузкой типа треугольник (Δ -нагрузкой)

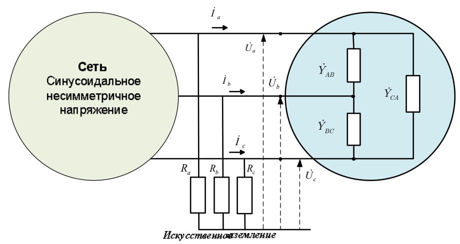

Рис. 2 - Трехфазная система ($R_a = R_b = R_c$) с межфазными комплексными проводимостями $\dot{Y}_{AB} \neq \dot{Y}_{BC} \neq \dot{Y}_{CA}$.

3D-комплексы линейных токов и фазных (узловых) напряжений (2) связаны векторно-матричным равенством

$$\boldsymbol{I} = \mathcal{Y}\boldsymbol{U} \qquad (10)$$

с матрицей узловых проводимостей Δ – нагрузки

$$\mathcal{Y} = \begin{bmatrix} \dot{Y}_{AB} + \dot{Y}_{CA} & -\dot{Y}_{AB} & -\dot{Y}_{CA} \\ -\dot{Y}_{AB} & \dot{Y}_{AB} + \dot{Y}_{CB} & -\dot{Y}_{CB} \\ -\dot{Y}_{CA} & -\dot{Y}_{CB} & \dot{Y}_{CA} + \dot{Y}_{CB} \end{bmatrix}. \qquad . \qquad (11)$$

Матрица узловых проводимостей (11)

$$\mathcal{Y} = \mathcal{M}\mathcal{Y}_\Delta\mathcal{M}^\top \qquad (12)$$

получается из диагональной матрицы межфазных комплексных проводимостей

$$\mathcal{Y}_\Delta = diag[\dot{Y}_{AB}, \dot{Y}_{BC}, \dot{Y}_{CA}] \qquad (13)$$

с помощью матрицы инцидентности Δ нагрузки

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

и матрицы $\mathcal{M}^\top$, транспонированной к $\mathcal{M}$.

Для трехпроводной системы любой 3D-комплекс $\boldsymbol{F} = (\dot{F}_a, \dot{F}_b . \dot{F}_c)$, характеризующий энергетические процессы в ней, ортогонален орту $\boldsymbol{e_0} = (1,1,1)\big/\sqrt{3}$ нулевой последовательности, так как он удовлетворяет условию

$$\dot{F}_0 = (\boldsymbol{F}, \boldsymbol{e}_0) = \boldsymbol{F}^{\top}\boldsymbol{e}_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{F}_a + \dot{F}_b + \dot{F}_c) = 0\,. \tag{14}$$

Соответствующий энергетический процесс $\boldsymbol{f}(t) = \sqrt{2}\Re e[\boldsymbol{F}e^{j\omega t}]$ не содержит нулевую компоненту (двумерен). Для вектора линейных токов $\boldsymbol{I}$ это условие обеспечивается первым законом Кирхгофа. Для 3D- комплекса узловых напряжений условие (14) обеспечивается либо измерением относительно искусственной точки заземления (artificial point [11], см. Рис.2),либо с помощью процедуры $\tilde{\boldsymbol{U}} = \boldsymbol{U} - \dot{U}_0\boldsymbol{e_0}$, где $\dot{U}_0 = (\dot{U}_a + \dot{U}_b + \dot{U}_c)\big/3$ [5].

Любой 3D-комплекс удовлетворяющий условию (15), однозначно раскладывается по ортам [15]

$$\boldsymbol{e_1} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\ \alpha^*\\ \alpha\end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{e_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix}1\\ \alpha\\ \alpha^*\end{pmatrix} \tag{15}$$

прямой и обратной последовательностей ($\alpha = e^{j2\pi/3}$, $\alpha^2 = \alpha^*$, $\alpha\alpha^* = 1$).
Таким образом

$$(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{e}_0) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \boldsymbol{F} = \dot{F}_1\boldsymbol{e_1} + \dot{F}_2\boldsymbol{e_2} \tag{16}$$

Так как орты (15) ортогональны и нормированы

$$(\boldsymbol{e_k}, \boldsymbol{e_l}) = \boldsymbol{e_k}^{\top}(\boldsymbol{e_l})^* = \begin{cases}1, & k = l\\ 0, & k \neq l\end{cases} \qquad (k, l = 1,2),$$

то коэффициенты разложения (16) вычисляются согласно [15]

$$\dot{F}_k = (\boldsymbol{F}, \boldsymbol{e_k}) = \boldsymbol{F}^{\top}\boldsymbol{e}_k^* \qquad (k = 1,2). \tag{17}$$

Вектор тока (10) в трехпроводном сечении $<a,b,c>$ в точке подключения нагрузки

$$\boldsymbol{I} = \mathcal{Y}\boldsymbol{U} = \mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{U} \tag{18}$$

рассматриваемой системы однозначно раскладывается по ортам прямой и обратной последовательностей согласно (16)

$$\boldsymbol{I} = \dot{I}_1\boldsymbol{e_1} + \dot{I}_2\boldsymbol{e_2}\,. \tag{19}$$

Величины прямой и обратной последовательности тока равны скалярному произведению вектора тока и соответствующего орта согласно (17)

$$\dot{I}_1 = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{e_1}) = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e}_1^* = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e_2}, \qquad \dot{I}_2 = (\boldsymbol{I}, \boldsymbol{e_2}) = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e}_2^* = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e_1}\,. \tag{20}$$

Через комплексные действующие величины токов в фазах (2) выражаются как

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{I}_a + \dot{I}_b\alpha + \dot{I}_c\alpha^*), \qquad \dot{I}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\dot{I}_a + \dot{I}_b\alpha^* + \dot{I}_c\alpha)\,. \tag{21}$$

Из (18) и (20) следует, что величины тока прямой и обратной последовательности равны

$$\dot{I}_1 = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e_2} = (\mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{U})^{\top}\boldsymbol{e_2} = \boldsymbol{U}^{\top}\mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e_2}\,, \tag{22}$$

$$\dot{I}_2 = \boldsymbol{I}^{\top}\boldsymbol{e_1} = (\mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{U})^{\top}\boldsymbol{e_1} = \boldsymbol{U}^{\top}\mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e}_1\,. \tag{23}$$

Симметризация тока и компенсация fryze.

Если напряжение симметрично прямой последовательности

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U_1} = \dot{U}_1\boldsymbol{e_1}, \tag{24}$$

то из (22) -(23) следует

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1\boldsymbol{e_1}^{\top}\mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e}_2, \qquad \dot{I}_2 = \dot{U}_1\boldsymbol{e_1}^{\top}\mathcal{M}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e}_1\,. \tag{25}$$

Прямыми вычислениями и проверяется, что

$$\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e}_1 = \sqrt{3}e^{j\pi/6}\boldsymbol{e}_1, \qquad \mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e}_2 = \sqrt{3}e^{-j\pi/6}\boldsymbol{e}_2\,. \tag{26}$$

Это позволят получить соотношения

$$\dot{I}_1 = \dot{U}_1(\boldsymbol{e_1}^{\top}\mathcal{M})\mathcal{Y}_{\vartriangle}(\mathcal{M}^{\top}\boldsymbol{e}_2) = \underbrace{3(\boldsymbol{e_1}^{\top}\mathcal{Y}_{\vartriangle}\boldsymbol{e}_2)}_{\dot{Y}_1}\dot{U}_1\,, \tag{27}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{U}_1(\boldsymbol{e_1}^\top \mathcal{M})\mathcal{Y}_\vartriangle(\mathcal{M}^\top \boldsymbol{e_1}) = \underbrace{3e^{j\pi/3}(\boldsymbol{e_1}^\top \mathcal{Y}_\vartriangle \boldsymbol{e_1})}_{\dot{Y}_2}\dot{U}_1 \tag{28}$$

и вычислить проводимости прямой и обратной последовательности.

$$\dot{Y}_1 = \boldsymbol{e_1}^\top \mathcal{Y}_\vartriangle \boldsymbol{e}_2 = \dot{Y}_{AB} + \dot{Y}_{BC} + \dot{Y}_{CA}\,, \tag{29}$$

$$\dot{Y}_2 = e^{j\pi/3}3(\boldsymbol{e_1}^\top \mathcal{Y}_\vartriangle \boldsymbol{e_1}) = e^{j\pi/3}\dot{Y}_{AB} - \dot{Y}_{BC} + e^{-j\pi/3}\dot{Y}_{CA}\,. \tag{30}$$

Тем самым при симметричном напряжении имеем

$$\dot{I}_1 = \dot{Y}_1\dot{U}_1 \qquad \dot{I}_2 = \dot{Y}_2\dot{U}_1\,. \tag{31}$$

Представим проводимости (29) и (30) как

$$\dot{Y}_1 = \dot{G}_1 + j\dot{B}_1\,, \qquad \dot{Y}_2 = \dot{G}_2 + j\dot{B}_2\,. \tag{33}$$

Где величины

$$G_1 = G_{AB} + G_{BC} + G_{CA}\,. \tag{34}$$

$$\dot{G}_2 = e^{j\pi/3}G_{AB} - G_{BC} + e^{-j\pi/3}G_{CA} \tag{35}$$

обусловленные активными элементами Δ - нагрузки (13). Величины

$$B_1 = B_{AB} + B_{BC} + B_{CA}\,, \tag{36}$$

$$\dot{B}_2 = e^{j\pi/3}B_{AB} - B_{BC} + e^{-j\pi/3}B_{CA}\,. \tag{37}$$

обусловленные реактивными элементами Δ - нагрузки (13).

Если Δ - нагрузка чисто реактивная, то $\dot{G}_1 = \dot{G}_2 = 0$ и

$$\dot{I}_1 = j\dot{B}_1\dot{U}_1\,. \qquad \dot{I}_2 = j\dot{B}_2\dot{U}_1\,. \tag{38}$$

Если напряжение симметрично, то комплексная и активная мощность равна

$$\dot{S} = \boldsymbol{U}^\top \boldsymbol{I}^* = |\dot{U}_1|^2\,(\dot{G}_1 + j\dot{B}_1)\,, \quad P = \Re\boldsymbol{e}(\dot{S}) = |\boldsymbol{U}|^2\,G_1\,. \tag{39}$$

Тем самым активный ток Fryze равен

$$\boldsymbol{I}_{aF} = \frac{P}{|\boldsymbol{U}|^2}\boldsymbol{U} = G_1\boldsymbol{U_1} = G_1\dot{U}_1\boldsymbol{e_1} \tag{40}$$

и разложение Fryze для полного тока имеет вид

$$\boldsymbol{I} = \dot{I}_a\boldsymbol{e_1} + \underbrace{\dot{I}_r\boldsymbol{e_1} + \dot{I}_2\boldsymbol{e_2}}_{\text{í åàêò èâí ûé ò î ê Ôðèçå}}\,, \tag{41}$$

где $\dot{I}_a = G_1\dot{U}_1$, $\dot{I}_r = jB_1\dot{U}_1$ - комплексные величины активного и реактивного тока.

Таким образом, при симметричном напряжении метод Fryze дает метод симметризации токов. Неактивный ток Fryze

$$\boldsymbol{I_F} = \dot{I}_r\boldsymbol{e_1} + \dot{I}_2\boldsymbol{e_2} \tag{42}$$

должен быть полностью скомпенсирован током $\triangle$ – компенсатора

$$\boldsymbol{I_K} = \dot{I}_K^{(1)}\boldsymbol{e_1} + \dot{I}_K^{(2)}\boldsymbol{e_2}\,. \tag{43}$$

Так как такой $\triangle$ – компенсатор должен быть реализован только на реактивных элементах, то из (38) следует

$$\dot{I}_K^{(1)} = jB_K^{(1)}\dot{U}_1\,, \qquad \dot{I}_K^{(1)} = jB_K^{(2)}\dot{U}_1\,. \tag{44}$$

Для полной компенсации неактивного тока необходимо чтобы сумма тока компенсатора и неактивного тока Fryze была равна нулю

$$\boldsymbol{I_K} = -\boldsymbol{I_F}\,. \tag{45}$$

Условие согласно (45) дает

$$jB_K^{(1)} = -jB_1\,, \quad jB_K^{(2)} = -(\dot{G}_2 + j\dot{B}_2)\,.$$

и приводит к системе уравнений для определения симметричных координат реактивных проводимостей Δ – компенсатора по симметричным координатам проводимостей нагрузки

$$\begin{cases} \dot{B}_K^{(1)} = -\dot{B}_1 \\ \dot{B}_K^{(2)} = -j\dot{G}_2 + \dot{B}_2 \end{cases}, \tag{46}$$

Чтобы найти межфазные реактивные проводимости КУ, введем вектор межфазных проводимостей нагрузки и Δ – компенсатора

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{g} + j\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} G_{AB} \\ G_{BC} \\ G_{CA} \end{pmatrix} + j\begin{pmatrix} B_{AB} \\ B_{BC} \\ B_{CA} \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{b_K} = \begin{pmatrix} B_{AB}^k \\ B_{BC}^k \\ B_{CA}^k \end{pmatrix} \tag{47}$$

Тогда из (33)-(36) для симметричных проводимостей нагрузки и компенсатора имеем

$$G_1 = \sqrt{3}\boldsymbol{g}^\top\boldsymbol{e_0}\,, \quad \dot{G}_2 = e^{j\pi/3}\sqrt{3}\boldsymbol{g}^\top\boldsymbol{e_2}\,; \tag{48.а}$$

$$B_1 = \sqrt{3}\boldsymbol{b}^\top\boldsymbol{e_0}\,, \quad \dot{B}_2 = e^{j\pi/3}\sqrt{3}\boldsymbol{b}^\top\boldsymbol{e_2}\,; \tag{48.б}$$

$$B_K^{(1)} = \sqrt{3}\boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_0, \quad B_K^{(2)} = e^{j\pi/3}\sqrt{3}\boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_2 . \tag{48.в}$$

Подстановка соотношений (48) в систему (46) дает систему уравнения для векторов (47) межфазных проводимостей

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_0 = -\boldsymbol{b}^{\top}\boldsymbol{e}_0 \\ \boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_2 = -\boldsymbol{b}^{\top}\boldsymbol{e}_2 + j\boldsymbol{g}^{\top}\boldsymbol{e}_2 \end{cases} \tag{49}$$

Чтобы однозначно определить вектор $\boldsymbol{b}_K^{\top} = \left(B_{AB}^k \; B_{BC}^k \; B_{CA}^k\right)$ межфазных проводимостей Δ – компенсатора необходимо еще одно уравнение для симметричной составляющей $\boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_1$. Так как $(\boldsymbol{e}_2)^* = \boldsymbol{e}_1 = (1\,\alpha\,\alpha^*)^{\top}/\sqrt{3}$, то применяя операцию комплексного сопряжения ко второму уравнению (49), получим

$$\boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_1 = -\boldsymbol{b}^{\top}\boldsymbol{e}_1 - j\boldsymbol{g}^{\top}\boldsymbol{e}_1 . \tag{50}$$

Таким образом, имеем систему уравнений для нахождения вектора межфазных проводимостей Δ – компенсатора

$$\begin{cases} \boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_0 = -\boldsymbol{b}^{\top}\boldsymbol{e}_0 \\ \boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_2 = -\boldsymbol{b}^{\top}\boldsymbol{e}_2 + j\boldsymbol{g}^{\top}\boldsymbol{e}_2 \\ \boldsymbol{b}_K^{\top}\boldsymbol{e}_1 = -\boldsymbol{b}^{\top}\boldsymbol{e}_1 - j\boldsymbol{g}^{\top}\boldsymbol{e}_1 \end{cases} .. \tag{51}$$

Систему (51) можно записать в следующем виде

$$\boldsymbol{b}_K^{\top}\left[\boldsymbol{e}_0 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_1\right] = -\boldsymbol{b}^{\top}\left[\boldsymbol{e}_0 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_1\right] + j\boldsymbol{g}^{\top}\left[\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{-e}_1\right].. \tag{52}$$

Здесь

$$\left[\boldsymbol{e}_0 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{e}_1\right] = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^* \\ 1 & \alpha^* & \alpha \end{bmatrix} = \mathcal{F} \tag{53}$$

– модифицированная матрица Fortescue [5], которая задает переход от фазовых координат к симметричным. Такая матрица унитарна (множитель существенен $1/\sqrt{3}$). Так она симметрична, то обратная матрица равна сопряженной матрице

$$\mathcal{F}^{-1} = \mathcal{F}^* = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^* & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^* \end{bmatrix} \tag{54}$$

Матрица $\mathcal{F}^{-1} = \left[\boldsymbol{e}_0 \quad \boldsymbol{e}_1 \quad \boldsymbol{e}_2\right]$ определяет обратный переход от симметричных к фазовым координатам. Полученное уравнение (52) справа умножим на обратную матрицу $\mathcal{F}^{-1}$. Получим

$$\boldsymbol{b}_K^{\top} = -\boldsymbol{b}^{\top} + j\boldsymbol{g}^{\top}\left[\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{-e}_1\right]\mathcal{F}^{-1} . \tag{55}$$

Так как

$$\left[\boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{-e}_1\right] = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & \alpha & -\alpha^* \\ 0 & \alpha^* & -\alpha \end{bmatrix}, \quad \left[0 \quad \boldsymbol{e}_2 \quad \boldsymbol{-e}_1\right]\mathcal{F}^{-1} = \frac{-j}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{56}$$

то имеем

$$\boldsymbol{b}_K^{\top} = -\boldsymbol{b}^{\top} + \frac{1}{\sqrt{3}}\boldsymbol{g}^{\top}\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} . \tag{57}$$

Транспонируя (57) окончательно получим

$$\boldsymbol{b}_K = -\boldsymbol{b} + \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{g} . \tag{58}$$

В явном виде для реактивных проводимостей Δ –КУ имеем

$$\begin{pmatrix} B_{AB}^k \\ B_{BC}^k \\ B_{CA}^k \end{pmatrix} = -\underbrace{\begin{pmatrix} B_{AB} \\ B_{BC} \\ B_{CA} \end{pmatrix}}_{\substack{\text{êî ì ï åñàöèÿ} \\ \text{ðåàêò èâí û õ} \\ \text{ýëåì åí ò î â}}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} G_{CA} - G_{BC} \\ G_{AB} - G_{CA} \\ G_{BC} - G_{AB} \end{pmatrix}}_{\substack{\text{êî ì ï åñàöèÿ í åñèì ì åò ðèè} \\ \text{àêò èâí û õ ýëåì åí ò î â} \\ \text{í àãðóçêè}}} . \tag{59}$$

Таким образом, даже если нагрузка имеет индуктивный характер, для компенсации несимметрии активных элементов потребуются реакторы.

В частности для схемы Steinmetz получим

$$\begin{pmatrix} B^k_{AB} \\ B^k_{BC} \\ B^k_{CA} \end{pmatrix} = -\underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{êîì ïåíñàöèÿ ðåàêòèâíûõ ýëåì åíòîâ}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 0 \\ G_{AB} \\ -G_{AB} \end{pmatrix}}_{\text{êîì ïåíñàöèÿ íåñèì ì åòðèè àêòèâíûõ ýëåì åíòîâ ì àãðóçêè}}$$

В компактном виде формулу (59) можно представить в векторном виде

$$\boldsymbol{b_K} = -\boldsymbol{b} + \boldsymbol{e_0} \times \boldsymbol{g} \tag{60}$$

$\boldsymbol{e_0} \times \boldsymbol{g}$ -векторное произведение векторов $\boldsymbol{e_0}$ и $\boldsymbol{g}$. Полученные формула (59) или (60) пригодна для расчета реактивных элементов Δ-компенсатора, обеспечивающего единичный коэффициент мощности при присоединение к сети с симметричным напряжением произвольной несимметричной $\Delta-$ нагрузки.

Числовое моделирование.

В рассматриваемых ниже примерах все величины приведены в относительных единицах $|\boldsymbol{U}|=1$. Моделирование проводились в среде MatCad. Напряжение в сечении $<a,b,\tilde{n}>$ симметрично. $\Delta-$ нагрузка задана межфазными проводимостями $\dot{Y}_{AB}, \dot{Y}_{BC}, \dot{Y}_{CA}$ (Таблица 1).

Таблица 1 - Параметры $\Delta-$ нагрузки

№ Примера	$\dot{Y}_{AB}$	$\dot{Y}_{BC}$	$\dot{Y}_{CA}$
а	1	0	0
б	$1- j4$	0	0
в	$0.2 - j0.1$	$0.7 - j0.3$	$0.1 - j0.2$

Во всех трех примерах нагрузка выбрана так, что обеспечивается передача энергии с одинаковой активной мощностью $P = 1.0$ о.е. Межфазные реактивные проводимости $B^k_{AB}, B^k_{BC}, B^k_{CA}$ $\Delta-$ компенсатора, рассчитанные согласно (59), приведены в Табл.2. Параметры режимов сведены в. Табл. 3.

Таблица 2 - Параметры $\Delta-$ компенсатора

№ Примера	jB^k_{AB}	jB^k_{BC}	jB^k_{CA}
а	0	$j0.577$	$-j0.577$
б	$j4.$	$j0.577$	$-j0.577$
в	$-j0.246$	$j0.358$	$j0.489$

Таблица 3. -Результаты моделирования

	До компенсации			После компенсации	
№	λ_P	$\lvert \boldsymbol{I} \rvert^2$	$\dot{N}$	$\lvert \boldsymbol{I_a} \rvert^2$	$\dot{N}_{\hat{a}}$
а	0.731	2	1	1	0
б	0.177	34	4.123	1	0
в	0.741	1.821	0.678	1	0

Здесь N и N_a -комплексная амплитуда мощности пульсаций (переменной составляющей двойной частоты мгновенной мощности) полного тока до и после компенсации [5]. На Рис.3 приведены результаты моделирования.

а) Одноплечевая активная нагрузка до симметризации имеет КМ $\lambda_P = 0.707$ ..

б) Одноплечевая нагрузка (индуктор), включена между фазами A и B .

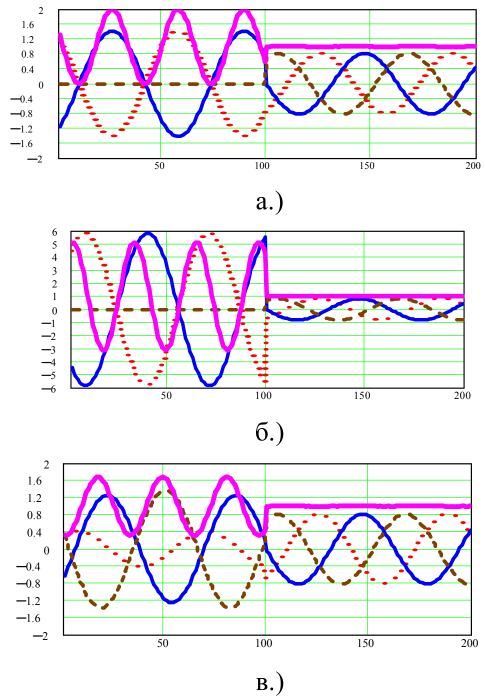

Рис.3 -Токи в фазах и пульсации ММ до и после компесации:

Коэффициент мощности индуктора $\cos\varphi_{AB} = G_{AB} \Big/ \sqrt{G_{AB}^2 + B_{AB}^2} = 0.243$. (Коэффициент мощности подключаемой схемы как трехфазной нагрузки, вычисленный согласно (14) $\lambda_P = 0.177$.) в) Три однофазные активно-индуктивные нагрузки ($\cos\varphi_{AB} = 0.894$, $\cos\varphi_{BC} = 0.919$, $\cos\varphi_{AC} = 0.447$) включены в три плеча и образуют неуравновешенную трехфазную нагрузку.

Заключение. Предлагаемый $\Delta-$компенсатор позволяет: 1) полностью устранить пульсации ММ $\dot{N}_a = 0$ и дополнительные потери от неактивного тока $\boldsymbol{I_F} = 0$; 2) сделать коэффициент мощности равным единице $\lambda_P = 1$; 3) полные потери на 1 Ом уменьшить в $|\boldsymbol{I}|^2 \Big/ |\boldsymbol{I_{aF}}|^2$ раз. Установка таких КУ позволит потребителю не платить за неактивную (реактивную + небаланса) мощность и избежать дополнительных потерь в сети поставщика. Более того, улучшив качество своего потребления, потребитель вполне обосновано может выдвигать требования к улучшению качества поставки.

Список литературы: **1.** *Шидловский А. К.* Повышение качества энергии в электрических сетях / *А. К. Шидловский, В. Г. Кузнецов*.- Киев: Наукова думка, 1985 **2.** *Fryze S.* Active, reactive and apparent power in circuits with nonsinusoidal voltage and current / *S. Fryze* // Przegląd Elektrotechniczny.- 1931. - No. 7–8. **3.** *Милях А.Н,* Схемы симметрирования однофазных нагрузок в трехфазных цепях / *А.Н.Милях, А.К.Шидловский, А.Г.Кузнецов*.– Киев: Наукова думка, 1973 **4.** *Hanzelka Z. Mitigation of voltage unbalance.* - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.leonardo-energy.org/chapter-5-mitigation-voltage-unbalance .**5.** *Сиротин Ю. А* Качество энергоснабжения и энергопотребления в разбалансированной трехфазной системе /*Ю.А. Сиротин* // Электрика. - 2009. - №6. - С. 22-27; 2009. - №7. С. 15-21. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.nait.ru/journals. **6.** *Steinmetz C. P.* Lectures on Electrical Engineering. New York: Dover, 1897. **7.** *Sainz L., Pedra J., Caro M.* Steinmetz circuit influence on the electric system harmonic response / *L.Sainz, J.Pedra, M. Caro* // IEEE Trans. Pow. Del. – 2005. - Vol. 20. - No. 2. - P.1143- 1150 **8.** *Todeschini G. A* Poynting Vector Approach to the Study of the Steinmetz Compensator / *G. Todeschini, A. E. Emanuel, A. Ferrero, A. P. Morando A* Poynting // IEEE Trans. Pow. Deliv. - 2007. - Vol. 22. - No. 3. - P. 1830- 1830 **9.** *Czamecki L. S.* Reactive and unbalanced currents compensation in three-phase asymmetrical circuits under nonsinusoidal conditions / *L. S. Czamecki* // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* - 1989. - Vol. 38. - No 3. - P. 754-759/ **10.** *Czamecki L. S.* Adaptive Balancing Compensator / *L. S. Czamecki, M. H. Shih, G. Chen* // IEEE Trans. Pow. Deliv. Vol. – 199510/ - No. 3. - P. 1663-1669. **11.** *Czarnecki L. S.* Powers of asymmetrically supplied loads in terms of the CPC power theory / *L. S. Czarnecki* // Electrical Power Quality and Utilization Journal. - 2007. -Vol. XIII. - No. 1. - P. 97–103. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.lsczar.info/papers.htm. **12.** *Сиротин Ю. А.* Сбалансированная и разбалансированная составляющие трёхфазного тока интерфейса "поставщик–потребитель / *Сиротин Ю. А.* // Электрика. - 2008. - № 10. - С. 16–22. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.kudrinbi.ru. **13.** *Сиротин Ю. А.* Уравнение мощности и штрафные санкции за асимметричную нагрузку / *Ю. А. Сиротин* // Эффективность и качество электроснабжения промышленных предприятий. VI МНТК. EPQ–2008: Сб. трудов. Мариуполь: Изд. ПГТУ, 2008. **14.** *Buchholz F.* Die Drehstrom-Scheinleistung bei ungleich-mepiger Belastung drei Zweige / *F. Buchholz* // Licht und Kraft. – 1922. -№o. 2. - P. 9-11, **15.** *Сиротин Ю. А.* Мощность разбаланса и пульсации мгновенной мощности при симметричном напряжении / *Ю. А. Сиротин* // Электрика. - 2009.- № 11. - С. 22-27. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.nait.ru/journals.

Поступила в редколлегию 03.09.2010