621.311.014

Ю.Н. ВЕПРИК, канд.техн.наук, проф., НТУ «ХПИ»

МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕСИММЕТРИЕЙ И ТЕНДЕНЦИИ ИХ РАЗВИТИЯ

Рішення цілого ряду актуальних завдань проектування і експлуатації вимагає достатньо докладних досліджень режимів роботи електричних систем з несиметрією. Для реалізації таких досліджень необхідні розробки відповідних моделей на основі рівнянь у фазних координатах і представлення елементів трифазними багатополюсниками.

The decision of a number of actual tasks of planning and exploitation requires the enough detailed researches of the modes of operations of the electric systems with unsymmetry. For realization of such researches developments of the proper models on the basis of equalizations in phase co-ordinates and presentation of elements by three-phase multiterminal network are needed.

Постановка проблемы. С развитием и объединением энергосистем увеличивается число элементов, одновременно включенных в работу, и, следовательно, увеличивается вероятность возникновения отказов как отдельных элементов, так и наложения отказов во времени. Старение оборудования также приводит к увеличению вероятности отказов элементов электрических систем. Отказы и последующие коммутации в подавляющем большинстве случаев приводят к возникновению несимметрии – повреждения наиболее вероятны одной из фаз, из всех видов КЗ наиболее часты однофазные, устройства защиты и автоматики (ОПН, ОАПВ) действуют пофазно. Целым рядом коммутаций, как правило, несимметричных, сопровождаются переходные процессы, причем в течение переходного процесса их может быть несколько и в разных фазах. Наряду с кратковременными аварийными несимметричными режимами вполне реальным становится существование и длительных эксплуатационных несимметричных режимов с одним или несколькими источниками несимметрии. Возникновение несимметрии и существование как кратковременных, так и длительных несимметричных режимов в электрических системах уже не является исключительным, маловероятным событием.

Для эффективного управления работой таких систем и успешного выхода из аварийных ситуаций необходимы детальные исследования как стационарных, так и переходных режимов систем с простой и сложной несимметрией, что, в свою очередь, возможно лишь при наличии соответствующих математических моделей и программных средств.

Анализ публикаций. Сложившийся традиционный подход к разработке математических моделей электрических систем с несимметрией в

стационарных и переходных режимах, теоретические основы которого закладывались во время, когда возможности средств математического моделирования были ограничены, основан на следующих положениях:

1) Разработка математических моделей реальных электрических систем достаточно трудоемка, и для облегчения решения в этой большой задаче выделен ряд более мелких и более простых, частных подзадач, решаемых изолированно на основе специализированных математических моделей и соответствующих программных средств [1,2]. Все свойства, составляющие, несущественные с точки зрения решаемой задачи, принято не рассматривать, поэтому задачи, в которых необходимо учитывать несколько влияющих факторов, такими моделями не решаемы.

2) Математическое моделирование основано на использовании предварительных линейных преобразований для перехода от реальной трехфазной схемы к однофазным эквивалентам, симметричным, модальным, d-q-0 и др. составляющим. Переход к однофазным эквивалентам упрощает задачу, снижает трудоемкость моделирования, но также ограничивает круг задач, решаемых такими моделями, так как переход выполним только при определенных условиях.

3) Использование линейных преобразований, их выбор для получения положительного эффекта для каждой специфической задачи приводят к необходимости поиска нетривиальных подходов в каждом конкретном случае, что, в свою очередь, приводит к плохой формализуемости, сложности алгоритмизации при моделировании.

4) Разработка узко специализированных моделей, для конкретных схем, конкретных задач [3, 4], каждой из которых решается отдельная, частная задача - анализ установившихся нормальных или аварийных, симметричных и несимметричных режимов, расчеты токов коротких замыканий, неполнофазных режимов, электромагнитных переходных процессов, перенапряжений, электромеханических переходных процессов, самозапуска. Применение этих и многих других специализированных математических моделей эффективно, но только в пределах, определяемых принятыми допущениями.

Результат такого подхода – множество узко специализированных моделей, не охватывающих все задачи, сложность организации их взаимодействия. "Узкая специализация" таких моделей приводит к необходимости иметь большую библиотеку алгоритмов и программ, каждая из которых отражает лишь одну из многих сторон моделируемой системы. То, что уже в настоящее время имеется ряд вопросов, на которые практика проектирования и эксплуатации еще не имеет ответа, можно рассматривать как следствие такого подхода.

Постановка задачи. С ростом количества одновременно включенных в работу основных элементов, износом оборудования, увеличением количества и разнообразия управляющих и защитных воздействий на систему наличие в сетях одновременно нескольких элементов с той или иной степенью несимметрии становится фактом. Необходимо дальнейшее развитие средств моделирования стационарных режимов и переходных процессов электрических систем с несимметрией в направлении расширения их возможностей и повышения точности получаемых результатов.

Широко применяемые в исследованиях стационарных режимов модели разработаны в предположении о том, что несимметрия либо отсутствует вообще (в расчетах нормальных режимов на одну фазу), либо присутствует в виде только одного несимметричного элемента (в расчетах несимметричных коротких замыканий методом симметричных составляющих), и для моделирования режимов систем со сложной (многоместной) несимметрией не применимы.

Переходные процессы содержат как электромагнитную, так и электромеханическую составляющие, включают, как правило, несколько этапов (возникновение КЗ, его отключение, переключение источника питания, срабатывания устройств защиты, автоматики, ОПН). На каждом этапе изменяются как электромагнитные, так и электромеханические параметры, причем эти изменения происходят во взаимосвязи и взаимовлиянии. При переходе к частным, типовым подзадачам за счет пренебрежения этим взаимовлиянием, во-первых, вносится погрешность и не воспроизводится реальная картина переходного процесса, а, во-вторых, что более существенно отметить, решение частных подзадач по отдельности, изолированно в ряде случаев усложняется (из-за разрыва связей с другими составляющими и необходимости иметь данные о них из других подзадач) или оказывается вообще невозможным. Необходимы разработки математических моделей переходных процессов с учетом электромагнитных и электромеханических составляющих, позволяющих учесть несимметрию как исходного режима, так несимметричные коммутации, связанные с управляющими и возмущающими воздействиями на нее в ходе переходных процессов.

Еще один круг задач, требующих разработки и совершенствования методов и средств математического моделирования систем с несимметрией, связан с тем, что несимметрия приводит к неблагоприятному влиянию как на элементы самой системы, так и на окружающую среду. Начальным и непременным этапом в решении задач электромагнитного влияния и электромагнитной совместимости также должно быть моделирование несимметричных режимов.

Продолжать разработку моделей, позволяющих воспроизводить стационарные и переходные режимы работы систем со сложной несимметрией в рамках сложившегося подхода, направленного на разработку большого количества специализированных моделей (экстенсивный подход), вряд ли целесообразно, так как и их использование будет сопряжено с теми же сложностями, и дальнейшее движение в этом направлении – только

усугубляет ситуацию. Исследования стационарных и переходных режимов электрических систем с многоместной несимметрией и с требуемой точностью принципиально возможны на основе перехода к небольшому количеству обобщенных математических моделей (интенсивный подход), использующих уравнения в фазных координатах. Перейти к более полным и точным моделям на основе уравнений в фазных координатах, учитывающим переменные коэффициенты, нелинейные эффекты, изменения частоты, электромагнитное и электростатическое влияние фаз и др. факторы, позволяют и возможности современных ЭВМ. Модели в фазных координатах отличаются более широкими возможностями, большей адекватностью, но и большей трудоемкостью разработки, поэтому и подход к их разработке должен быть другим.

Подход к разработке математических моделей на основе уравнений в фазных координатах, основанный на минимальном количестве допущений, учете возможно большего (в рамках возможностей имеющихся вычислительных средств) количества факторов, позволяет расширить круг решаемых задач и, как следствие, ограничить набор требующихся моделей небольшим количеством обобщенных, базовых, решающих то же множество задач и с более высокой точностью.

Основные положения 'интенсивного' подхода к математическому моделированию электрических систем с несимметрией.

1.Переход к моделированию в фазных координатах (пофазному моделированию). С появлением и развитием новых средств математического моделирования и ЭВМ переход от уравнений в фазных координатах к каким-либо другим становится излишним.

2. Переход на уровень трехфазных многополюсников, на более полное использование возможностей современных средств вычислительной техники и методов математического моделирования. Традиционно разрабатываемые модели электрических систем используют самый нижний уровень декомпозиции системы, основанный на построении и использовании схем замещения, элементами которых являются двухполюсные резистивные R, индуктивные L и емкостные C элементы. Область применения моделей, ориентированных на этот уровень декомпозиции (микроуровень), ограничена системами небольшого объема, с малым числом элементов. При разработке математических моделей реальных электрических систем, целесообразно перейти на более высокий уровень декомпозиции (макроуровень), на котором в качестве элементов рассматриваются не двухполюсники, а трехфазные многополюсники, соответствующие реальным элементам системы.

3.Представление элементов уравнениями в фазных координатах. В работах, посвященных разработке и использованию математических моделей в фазных координатах для исследования режимов работы электрических систем, используются различные формы представления элементов в фазной системе координат – трехфазные схемы замещения элементов, решетчатые схемы и др. с целью перенести методы и модели, разработанные и применяемые для однофазных схем и частных задач, на трехфазные. Представляется более целесообразным использовать для элементов сети (трехфазных многополюсников) не схемы (схемы замещения, решетчатые), а уравнения трехфазных элементов сети в форме, непосредственно отражающей электрические и магнитные связи между контурами и обмотками отдельных фаз.

4.Ориентация на комплексные, обобщенные модели. При переходе на пофазное моделирование и представление элементов трехфазными многополюсниками с индуктивными и емкостными связями фаз нет необходимости в преобразованиях к другим системам координат и принятии целого ряда допущений, при которых эти преобразования выполнимы.

5.Формализация и унификация. Линейные преобразования с целью перехода от фазных координат к каким-либо другим, требуют в каждой конкретной модели особого, нетривиального подхода, что затрудняет обобщение, формализацию и алгоритмизацию. При разработке математических моделей в фазных координатах не требуются какие-либо предварительные преобразования, поэтому становится возможным решение вопросов формализации и унификации как данных, так и вычислительных процедур.

6.Разработка новых методов формирования и решения систем алгебраических, дифференциальных, интегро-дифференциальных уравнений, применимых при представлении элементов на уровне трехфазных многополюсников.

7.Ограничение числа моделей небольшим количеством обобщенных, базовых. Переход на уровень трехфазных многополюсников, представление элементов уравнениями в фазных координатах, отражающими все особенности их конструктивного исполнения, позволяет реализовать обобщенные модели, каждая из которых применима для решения не одной, а комплекса взаимосвязанных задач.

Представляется, что в рамках такого подхода может быть реализовано наиболее эффективное решение отмеченных выше теоретических, методических, алгоритмических задач моделирования электрических систем с несимметрией при ограничении количества математических моделей, например, тремя, базовыми для моделирования, соответственно, стационарных режимов (модель M1), электромагнитных (модель M2) и электромеханических (модель M3) переходных процессов.

Модель M1 для анализа стационарных режимов [5] основана на представлении в единой унифицированной блочно-матричной форме уравнений любых стационарных режимов:

-аварийных несимметричных со сложной несимметрией (линейные уравнения в фазных координатах)

$$\begin{bmatrix} Y_{11}^F & Y_{12}^F & \cdots & Y_{1n}^F \\ Y_{21}^F & Y_{22}^F & \cdots & Y_{2n}^F \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Y_{n1}^F & Y_{n2}^F & \cdots & Y_{nn}^F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1^F \\ U_2^F \\ \cdots \\ U_n^F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^F \\ J_2^F \\ \cdots \\ J_n^F \end{bmatrix}; \qquad (1)$$

- эксплуатационных несимметричных режимов (нелинейные уравнения в фазных координатах)

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}^F \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \dots \\ U_n \end{bmatrix}^F = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \dots \\ J_n \end{bmatrix}^F; \qquad (2)$$

-аварийных режимов с простой несимметрией (линейные уравнения для однофазного эквивалента трехфазной сети)

$$\begin{bmatrix} g_{11} & -b_{11} & g_{12} & -b_{12} & \cdots & g_{1n} & -b_{1n} \\ b_{11} & g_{11} & b_{12} & g_{12} & \cdots & b_{1n} & g_{1n} \\ g_{21} & -b_{21} & g_{22} & -b_{22} & \cdots & g_{2n} & -b_{2n} \\ b_{21} & g_{21} & b_{22} & g_{22} & \cdots & b_{2n} & g_{2n} \\ & \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ g_{n1} & -b_{n1} & g_{n2} & -b_{n2} & \cdots & g_{nn} & -b_{nn} \\ b_{n1} & g_{n1} & b_{n2} & g_{n2} & \cdots & b_{nn} & g_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{a1} \\ U_{r1} \\ U_{a2} \\ U_{r2} \\ \cdots \\ \cdots \\ U_{an} \\ U_{rn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{a1} \\ J_{r1} \\ J_{a2} \\ J_{r2} \\ \cdots \\ \cdots \\ J_{an} \\ J_{rn} \end{bmatrix}; \qquad (3)$$

-нормальных симметричных режимов (нелинейные уравнения для расчета потокораспределения)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & -b_{11} & a_{12} & -b_{12} & \cdots & a_{1n} & -b_{1n} \\ c_{11} & d_{11} & c_{12} & d_{12} & \cdots & c_{1n} & d_{1n} \\ a_{21} & -b_{21} & a_{22} & -b_{22} & \cdots & a_{2n} & -b_{2n} \\ c_{21} & d_{21} & c_{22} & d_{22} & \cdots & c_{2n} & d_{2n} \\ & \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots & \\ a_{n1} & -b_{n1} & a_{n2} & -b_{n2} & \cdots & a_{nn} & -b_{nn} \\ c_{n1} & d_{n1} & c_{n2} & d_{n2} & \cdots & c_{nn} & d_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_1 \\ \Delta U_1 \\ \Delta\delta_2 \\ \Delta U_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ \Delta\delta_n \\ \Delta U_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \Delta P_2 \\ \Delta Q_2 \\ \cdots \\ \cdots \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_n \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Элементами систем уравнений (1,2) являются матрицы собственных $[Y]_{11}^F$ и взаимных $[Y]_{ij}^F$ проводимостей трехфазных узлов размером 3х3, векторы напряжений фаз в узлах трехфазной сети $[U]_i^F$ и задающие токи фаз $[J]_i^F$ в узлах сети. В линейных уравнениях (1) напряжения фаз находятся однократным решением системы уравнений, в нелинейных уравнениях (2) (при заданных мощностях, потребляемых и генерируемых в узлах сети) напряжения фаз уточняются в ходе итерационного процесса до тех пор, пока сумма мощностей трех фаз A, B, C в каждом узле сети не станет равна заданной величине.

В линейных уравнениях (3) баланса активных и реактивных токов для узлов сети, матрица коэффициентов Y содержит активные g и реактивные b проводимости элементов сети, имеет, как и в задачах (1,2) макромоделирования в фазных координатах, блочную структуру и отличается только тем, что содержит блоки второго порядка 2x2.

В линеаризованной системе уравнений относительно небалансов активной ΔP и реактивной ΔQ мощностей в узлах сети, записанной в форме (4), матрицы коэффициентов также состоят из блоков размером 2x2

$$a_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial \delta_j}; \; b_{ij} = \frac{\partial \Delta P_i}{\partial U_j}; \; c_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j}; \; d_{ij} = \frac{\partial \Delta Q_i}{\partial U_j},$$

а столбцы неизвестных и заданных величин содержат попарно величины, относящиеся к одному узлу.

Предложенные модификации узловых уравнений электрической сети в форме баланса токов и мощностей обеспечивают возможность представления любых уравнений электрической сети в установившихся режимах – аварийных (1, 3), нормальных (4), в фазных координатах (1, 2) - в единой, унифицированной блочно-матричной форме, характерными особенностями которой являются следующие:

- матрицы коэффициентов любой из рассмотренных систем уравнений имеют одинаковую структуру, состоят из блоков и различаются только размерами этих блоков (2x2, 3x3 или 6x6);
- элементы векторов заданных величин и неизвестных также сгруппированы в блоки по 2 или по 3, содержащие величины, относящиеся к одному узлу сети;
- количество блоков в матрице и векторах заданных и искомых величин равно числу независимых узлов n моделируемой сети.

Основными вычислительными процедурами при решении уравнений (1-4) являются: топологический анализ схемы сети, определение порядка исключения неизвестных, формирование системы уравнений и решение полученной системы. Приведение выделенных четырех моделей к унифицированному виду позволяет, во-первых, унифицировать эти вычислительные процедуры, а, во-вторых, включить их в единую обобщенную, базовую модель электрических систем в стационарных режимах и обеспечивает возможность моделирования любых стационарных режимов – нормальных и аварийных, симметричных и несимметричных, с продольной и поперечной, с простой и сложной несимметрией – на единой информационной, алгоритмической, методической основе.

Одна обобщенная модель охватывает возможности многих вместе взятых узко специализированных моделей – расчета коротких замыканий (в одной точке и в разных и разных видов), неполнофазных режимов, несимметричных нагрузок, нетранспонированных ВЛ, наведенных напряжений, средств симметрирования и других. Она обеспечивает воспроизведение несимметричных режимов при наличии любой несимметрии

– простой и сложной, продольной и поперечной, в любом количестве и в любых сочетаниях и может служить в качестве базовой для моделирования стационарных режимов электрических систем с несимметрией.

Переход к уравнениям в фазных координатах на уровне трехфазных многополюсников с унификацией на их основе вычислительных процедур и структуры моделей дает положительный эффект и при моделировании электромагнитных переходных процессов (модель М2). Наиболее эффективно такой переход реализуется, как показано в [6], на основе неявных методов численного интегрирования.

Неявные методы не требуют приведения к форме Коши и могут быть применены как к системе уравнений, сформированной для объекта в целом, так и на этапе получения дискретных уравнений отдельных элементов. Выбор в пользу неявных методов следует и из сопоставления явных и неявных методов по таким характеристикам, как точность и устойчивость вычислительного процесса. Кроме того, дополнительное повышение эффективности моделирования можно обеспечить за счет того, что последовательность этапов расчета на шаге численного интегрирования, единственно возможную для явных методов, при применении неявных методов можно изменить:

1)выполнить сначала аппроксимацию компонентных уравнений разностными уравнениями – получить дискретные уравнения трехфазных многополюсников на шаге интегрирования;

2) выполнить формирование системы алгебраических уравнений на шаге расчета с учетом топологических уравнений;

3) получить решение полученной системы уравнений на шаге.

При такой последовательности этапов моделирования обеспечиваются более широкие возможности унификации и алгоритмизации вычислительных процедур.

Для формирования математической модели электрической сети на основе неявных методов численного интегрирования и узловых уравнений в фазных координатах нужно, в соответствии с принятой последовательностью этапов моделирования, дифференциальные уравнения всех трехфазных многополюсников на шаге численного интегрирования представить в дискретной форме, разрешенной относительно токов.

Уравнения переходных процессов для участка ВЛ в дифференциальной форме имеют вид:

$$\begin{aligned} &[L]_{ij}^{F} \frac{d}{dt}[i]_{ij}^{F} + [R]_{ij}^{F}[i]_{ij}^{F} = [u]_{i}^{F} - [u]_{j}^{F}. \\ &[C]_{i0}^{F} \frac{d}{dt}[u]_{i}^{F} + [G]_{i0}^{F}[u]_{i}^{F} = [i]_{i0}^{F} \end{aligned} \qquad (5)$$

Разрешив их относительно производных и проинтегрировав по неявным формулам принятого метода численного интегрирования, будем иметь:

$$[i]_{ij}^{(k+1)} = h\left([L]_{ij}+h[R]_{ij}\right)^{-1}[\Delta u]_{ij}^{(k+1)} + \left([L]_{ij}+h[R]_{ij}\right)^{-1}[L]_{ij}[i]_{ij}^{(k)}, \qquad (6)$$

$$[i]_{i0}^{(k+1)} = \frac{1}{h}\left([C]_{i0}+h[G]_{i0}\right)[u]_{i0}^{(k+1)} - \frac{1}{h}[C]_{i0}[u]_{i0}^{(k)}$$

где h – шаг интегрирования, k, k+1 – номер шага интегрирования, или, в более краткой форме

$$[i]_{ij}^{(k+1)} = [Y]_{ij}[\Delta u]_{ij}^{(k+1)} + [J]_{ij}^{(k)}, \qquad (7)$$

$$[i]_{i0}^{(k+1)} = [Y]_{i0}[u]_{i0}^{(k+1)} + [J]_{i0}^{(k)}$$

где $[Y]_{ij}$, $[Y]_{i0}$ - матрицы, определяемые соответственно продольными и поперечными параметрами участка трехфазной линии, $[J]_{ij}^{(k)}$, $[J]_{i0}^{(k)}$ - векторы, зависящие от токов индуктивных и напряжений емкостных ветвей, определяемые на предыдущих шагах интегрирования. Уравнения (7), представляющие собой аппроксимацию дифференциальных уравнений (5) участка трехфазной линии разностными уравнениями, будем называть дискретной математической моделью трехфазной линии. Они разрешены относительно токов фаз на (k+1)-м шаге интегрирования, что позволяет включать их в систему узловых уравнений на шаге расчета. При интегрировании с постоянным шагом матрицы $[Y]_{ij}$, $[Y]_{i0}$ остаются неизменными, и изменяются лишь векторы $[J]_{ij}^{(k)}$, $[J]_{i0}^{(k)}$.

Конечно-разностная аппроксимация дифференциальных уравнений других элементов выполняется аналогично и уравнения остальных элементов системы (трансформаторы, статическая и двигательная нагрузка, реакторы и др.) также могут быть представлены в форме (7).

Второй этап – формирование системы узловых уравнений на шаге расчета переходного процесса. Система дискретных алгебраических уравнений на шаге расчета переходного процесса неявными методами численного интегрирования формируется на основе дискетных уравнений отдельных элементов сети и информации о том, как они соединены в схеме электрической сети.

Составив уравнения баланса токов для всех независимых трехфазных узлов сети и подставив в них дискретные уравнения элементов в форме (5, 7), получим систему уравнений

$$\begin{array}{l}
[y_{11}][u_1]^{k+1} + [y_{12}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{1i}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{1n}][u_n]^{k+1} = [j_1]^k \\
[y_{21}][u_1]^{k+1} + [y_{22}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{2i}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{2n}][u_n]^{k+1} = [j_2]^k \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
[y_{i1}][u_1]^{k+1} + [y_{i2}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{ii}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{in}][u_n]^{k+1} = [j_i]^k \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
[y_{n1}][u_1]^{k+1} + [y_{n2}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{ni}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{nn}][u_n]^{k+1} = [j_n]^k
\end{array} \qquad (8)$$

Элементы блоков матрицы $[y_{ij}]$ определяются параметрами R, L, G, C элементов системы и при постоянном шаге интегрирования остаются неизменными. Элементы вектора-столбца $[J]^k$ в правой части полученной системы уравнений зависят от токов индуктивных и напряжений емкостных элементов на предыдущих интервалах времени и изменяются от шага к шагу.

Система уравнений (8) позволяет определить мгновенные значения параметров режима на текущем (к+1)-м интервале времени переходного процесса по известным параметрам режима на предыдущем к-м шаге.

Использование неявных методов и представление трехфазных элементов на шаге интегрирования дискретными моделями (7) позволяет свести решение системы дифференциальных уравнений к многократному формированию и решению системы алгебраических уравнений. Причем, если интегрирование выполняется с постоянным шагом, то отпадает необходимость формировать матрицу [Y] на каждом шаге, так как ее элементы при этом сохраняются неизменными. Расчет при *h=const* сводится к корректировке элементов столбца [J] с учетом вычисленных на шаге параметров режима и определению новых значений из решения системы (8).

Использование узловых уравнений и дискретных математических моделей элементов при анализе переходных процессов обеспечивает снижение порядка системы дифференциальных уравнений и упрощение алгоритма их формирования по трехфазной расчетной схеме при наличии в ней как индуктивных, так и емкостных элементов. С переходом к моделированию на макроуровне существенно повышается эффективность как модели, так и процесса ее формирования. Алгоритмы формирования и решения разностных уравнений на шаге интегрирования оказываются такими же, как и при анализе стационарных режимов по узловым уравнениям и реализуются теми же унифицированными вычислительными процедурами.

Отмеченные достоинства определяют целесообразность применения неявных методов и узлового метода формирования моделей трехфазных электрических систем на макроуровне для исследования переходных процессов в электрических системах.

Кроме того, в состав элементов математической модели включены воздушные и кабельные линии, трансформаторы с изолированной, глухо заземленной, заземленной через сопротивление нейтралью. Модель обеспечивает основу для решения широкого круга задач – исследования электромагнитных переходных процессов в воздушных и кабельных сетях, с изолированной, резонансно-, резистивно- или глухо заземленными нейтралями, с несимметричными элементами и коммутациями. Поэтому разработанную модель можно рассматривать как базовую для решения задач, связанных с моделированием электромагнитных переходных процессов в электрических системах с несимметрией.

Для моделирования электромеханических переходных процессов [7] при несимметричных коммутациях необходимо, во-первых, состав моделируемых элементов дополнить моделями вращающихся электрических машин в фазных координатах, и, во-вторых, обеспечить включение их в состав модели системы.

Для получения дискретной модели, например, синхронной машины (СМ) в фазных координатах нужно исходные уравнения в фазных координатах

$$\begin{bmatrix} L_S & L_{SR} \\ L_{RS} & L_R \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix} + \left(\omega \left[\frac{dL(\gamma)}{d\gamma} \right] + \begin{bmatrix} r_S & \\ & r_R \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_S \\ U_R \end{bmatrix};$$

уравнения разрешить относительно производных

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix} = -\left[L(\gamma) \right]^{-1} \left(\omega \left[\frac{dL(\gamma)}{d\gamma} \right] + \begin{bmatrix} r_S & \\ & r_R \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix} + \left[L(\gamma) \right]^{-1} \begin{bmatrix} U_S \\ U_R \end{bmatrix};$$

и перейти к разностной аппроксимации

$$\begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k)} - h \left[L(\gamma)^{(k+1)} \right]^{-1} \left(\omega \left[\frac{dL(\gamma)}{d\gamma} \right]^{(k+1)} + \begin{bmatrix} r_S & \\ & r_R \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k+1)} + h \left[L(\gamma)^{(k+1)} \right]^{-1} \begin{bmatrix} u_S \\ u_R \end{bmatrix}^{(k+1)};$$

Если перенести элементы, содержащие токи обмоток статора *is* и ротора i_R на $(k+1)$ - м шаге, в левую сторону и ввести обозначение

$$\left[A(\gamma)^{(k+1)} \right] = \left[E \right] + h \left[L(\gamma)^{(k+1)} \right]^{-1} \left(\omega \left[\frac{dL(\gamma)^{(k+1)}}{d\gamma} \right] + \begin{bmatrix} r_S & \\ & r_R \end{bmatrix} \right),$$

то уравнения примут вид:

$$\left[A(\gamma)^{(k+1)} \right] \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k+1)} = h \left[L(\gamma)^{(k+1)} \right]^{-1} \begin{bmatrix} u_S \\ u_R \end{bmatrix}^{(k+1)} + \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k)}; \qquad (9)$$

Умножив обе части уравнения (9) на обратную матрицу $\left[A(\gamma)^{(k+1)} \right]$, получим окончательно

$$\begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k+1)} = \left[Y(\gamma)^{(k+1)} \right] \begin{bmatrix} u_S \\ u_R \end{bmatrix}^{(k+1)} + \begin{bmatrix} j_S \\ j_R \end{bmatrix}^{(k)}, \qquad (10)$$

где $\left[Y(\gamma)^{(k+1)} \right] = h \left[A(\gamma)^{(k+1)} \right] \left[L(\gamma)^{(k+1)} \right]^{-1}; \quad \begin{bmatrix} j_S \\ j_R \end{bmatrix}^{(k)} = \left[A(\gamma)^{(k+1)} \right]^{-1} \begin{bmatrix} i_S \\ i_R \end{bmatrix}^{(k)};$

В уравнениях СМ (10), как и в дискретных уравнениях статических элементов электрической сети в М2, токи в обмотках на текущем шаге численного интегрирования уравнений переходных процессов выражены через напряжения на обмотках на текущем шаге и токи в обмотках на предыдущем шаге интегрирования. В отличие от статических элементов дискретные параметры СМ являются переменными и должны вычисляться на каждом шаге вычислительного процесса в функции углового положения роторов СМ. В такой унифицированной форме уравнения СМ могут быть

включены в систему уравнений, решаемых на шаге численного интегрирования.

Дискретные уравнения электромагнитных переходных процессов АД получаются аналогично и имеют вид

$$\left[i_S \right]^{(k+1)} = \left[Y_S \right] \left[u_S \right]^{(k+1)} + \left[Y_S \right] \left[u_S \right]^{(k)} + \left[A_S \right] \left[i_S \right]^{(k)} + \left[A_{SR} \right] \left[i_R \right]^{(k)}$$

$$\left[i_R \right]^{(k+1)} = \left[Y_{RS} \right] \left[u_S \right]^{(k+1)} + \left[Y_{RS} \right] \left[u_S \right]^{(k)} + \left[A_{RS} \right] \left[i_S \right]^{(k)} + \left[A_R \right] \left[i_R \right]^{(k)}. \qquad (11)$$

Полученные уравнения также представлены в форме, унифицированной для включения в систему уравнений переходных процессов электрической сети. Компонентные уравнения всех элементов первой группы выражают токи фаз соответствующего элемента на (k+1)-м шаге через напряжения на этом же шаге (неизвестные) и напряжения и токи фаз на k-м шаге (известные из расчета на предыдущем шаге интегрирования). Составив уравнения баланса токов для всех независимых трехфазных узлов сети, получим подсистему уравнений, отражающих электромагнитные составляющие переходных процессов в электрической сети:

$$\begin{array}{l}
[y_{11}][u_1]^{k+1} + [y_{12}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{1i}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{1n}][u_n]^{k+1} = [j_1]^k \\
[y_{21}][u_1]^{k+1} + [y_{22}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{2i}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{2n}][u_n]^{k+1} = [j_2]^k \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
[y_{i1}][u_1]^{k+1} + [y_{i2}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{ii}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{in}][u_n]^{k+1} = [j_i]^k \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
[y_{n1}][u_1]^{k+1} + [y_{n2}][u_2]^{k+1} + \ldots + [y_{ni}][u_i]^{k+1} + \ldots + [y_{nn}][u_n]^{k+1} = [j_n]^k
\end{array} \qquad (12)$$

Система уравнений (12) позволяет определить мгновенные значения параметров режима сети на текущем (к+1)-м интервале времени переходного процесса по известным параметрам режима на предыдущем к-м шаге.

Матрица коэффициентов в (12) формируется из дискретных проводимостей элементов (линий, трансформаторов, статической и двигательной нагрузки) и содержит собственные и взаимные дискретные проводимости узлов сети. Элементы блоков матрицы $\left[y_{ij} \right]$ определяются параметрами R, L, G, C элементов системы. Для статических элементов и при постоянном шаге интегрирования они остаются неизменными, для вращающихся электрических машин изменяются от шага к шагу, так как являются функциями углов поворота вращающихся роторов электрических машин.

Элементы вектора-столбца $\left[J \right]^k$ в правой части системы (12) зависят от токов индуктивных и напряжений емкостных элементов сети, а также от токов статорных и роторных обмоток электродвигателей на предыдущем (к-м) интервале времени и изменяются от шага к шагу.

Для моделирования электромеханической составляющей переходных процессов система (12) должна быть дополнена уравнениями переходных процессов в обмотках двигателей и уравнения движения роторов:

$$[i_S]^{(k+1)} = [Y_S][u_S]^{(k+1)} + [Y_S][u_S]^{(k)} + [A_S][i_S]^{(k)} + [A_{SR}][i_R]^{(k)},$$

$$[i_R]^{(k+1)} = [Y_{RS}][u_S]^{(k+1)} + [Y_{RS}][u_S]^{(k)} + [A_{RS}][i_S]^{(k)} + [A_R][i_R]^{(k)},$$

$$M_Э = \frac{1}{2}[i_S]^{(k+1)T}[L_{SR}]'[i_R]^{(k+1)} + \frac{1}{2}[i_R]^{(k+1)T}[L_{RS}]'[i_S]^{(k+1)}, \qquad (13)$$

$$\omega^{(K+1)} = \omega^{(K)} + \frac{h}{T_j}(M_Э - M_M), \qquad \gamma^{(K+1)} = \gamma^{(K)} + h \cdot \omega^{(K+1)}.$$

Подсистема переходных процессов в электродвигателях (13), позволяет для каждого из электродвигателей на шаге интегрирования определять: токи в статорных и роторных обмотках двигателей, электромагнитные вращающие моменты, создаваемые взаимодействием статорных и роторных токов, скорости вращения и угловое положение роторов на (k+1)-м шаге по известным параметрам на предыдущем и текущем шаге расчета переходного процесса.

Расчет электромеханического переходного процесса при использовании неявных методов и представлении трехфазных элементов на шаге интегрирования дискретными моделями (5,10,11) позволяет свести решение системы дифференциальных уравнений к многократному формированию и решению системы алгебраических уравнений (12, 13). Причем при наличии в схеме вращающихся электрических машин элементы матриц коэффициентов в (12) вычисляются на каждом шаге, так как индуктивные параметры двигателей являются функциями углового положения роторов, элементы столбца [J] корректируются с учетом вычисленных на шаге параметров режима.Использование узловых уравнений и дискретных математических моделей элементов обеспечивает снижение порядка системы дифференциальных уравнений и упрощение алгоритма их формирования по трехфазной расчетной схеме при наличии в ней как индуктивных, так и емкостных элементов. Кроме того, алгоритм формирования и решения разностных уравнений на шаге интегрирования оказывается таким же, как и при анализе стационарных режимов по узловым уравнениям.

Разработанные базовые модели реализованы в виде программных продуктов ANFAZ1, ANFAZ2, ANFAZ3 предназначенных для анализа стационарных и переходных процессов в электрических сетях произвольной конфигурации с узлами статической и двигательной нагрузки при симметричных и несимметричных повреждениях и коммутациях на основе уравнений в фазных координатах и неявных методов численного интегрирования.

Выводы. 1.Решение целого ряда задач управления функционированием энергосистем возможно только на основе комплексной оценки эффективности принимаемых решений. Для реализации такой оценки в настоящее время разработано и применяется большое количество специализированных моделей, каждая из которых позволяет определить только какую-либо одну из количественных характеристик оцениваемых

нормальных или аварийных режимов (уровни напряжений, потери, токи КЗ, запасы устойчивости, перенапряжения и др.). 2. Наличие большого количества специализированных моделей усложняет процесс получения нужной оценки и принятия решений, так как такие модели имеют ограниченную точность из-за принятых допущений, разработаны на разной методической, математической, алгоритмической основе, различаются составом и формой подготовки исходных данных, представлением результатов. 3. Другим, альтернативным, и более целесообразным при достигнутом уровне развития методов и средств математического моделирования и ЭВМ, представляется подход к разработке математических моделей, основанный на минимальном количестве допущений, учете возможно большего (в рамках возможностей имеющихся вычислительных средств) количества факторов, который позволяет расширить круг решаемых задач и, как следствие, ограничить набор требующихся моделей небольшим количеством обобщенных, базовых, решающих то же множество задач и с более высокой точностью. 4. Реализация такого подхода возможна на пути представления элементов электрических сетей и системы в целом не однофазными эквивалентами (в симметричных составляющих, d-q-0 координатах, модальных составляющих и др.), а реальной трехфазной моделью на основе уравнений в фазных координатах.

Список литературы. **1.** Расчеты переходных процессов при однофазных замыканиях на землю в компенсированных сетях / *Ф. А. Романюк, В. И. Новаш, Н. Н. Бобко и др.* // Энергетика. — 2002. — №4. **2.** Моделирование воздушных линий электропередачи для расчета наведенных напряжений / *М. Ш. Мисриханов и др.* // Электрические станции. — 2003. — № 1. — С. 47–55. **3.** *Александров Г. Н.* Переходные процессы в сетях с резонансным токоограничивающим устройством / *Г. Н. Александров, С.В. Смоловик* // Электричество. — 2002. — № 1. — С. 15–20. **4.** *Ефимов Б.В.* Наведенные напряжения на воздушных линиях при неоднородных трассах сближения / *Б. В. Ефимов, Г. П. Фастий, М. В. Якубович*. — Электрические станции. — 2002. — № 8. — С. 3–9. **5.** *Веприк Ю. Н.* Базовая модель электромагнитных переходных процессов в электрических системах с несимметрией / *Ю. Н. Веприк* // Восточно- Европейский журнал передовых технологий. — 2010. — №2. — С. 37–42. **6.** *Веприк Ю. Н.* Задача математического моделирования стационарных режимов электрических систем в обобщенной постановке. / *Ю. Н. Веприк* // Электротехника и электромеханика. — 2010. — № 3. — С. 59–61. **7.** *Веприк Ю. Н.* Базовая модель электромеханических переходных процессов в электрических системах с несимметрией / *Ю. Н. Веприк, В. Ю. Веприк* // Энергетика и электрификация. — 2010. — № 6. — С. 14–21.

Веприк Юрий Николаевич закончил Новосибирский электротехнический институт по специальности «Электрические системы и сети» в 1963 году. Защитил кандидатскую диссертацию в 1977 по вопросам устойчивости режимов электрических систем. Научные направления: развитие теории и методов математического моделирования режимов электрических систем с несимметрией.

Поступила в редколлегию 03.09.10