

*Р.С. ЛОЖКИН*, ассистент, НТУ «ХПИ»

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИМПУЛЬСНОГО ПЕРЕМАГНИЧИВАНИЯ ТОРОИДАЛЬНОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО СЕРДЕЧНИКА В НАНОСЕКУНДНОМ ДИАПАЗОНЕ

Представлена математическая модель для численного расчета процесса перемагничивания ферромагнитного тороидального сердечника в наносекундном диапазоне. Модель может быть использована для прогнозирования формы рабочего импульса тока в первичном витке индуктора и формы импульса ускоренного напряжения, генерируемого отдельным индуктором в секции линейного индукционного ускорителя, который работает в режиме нагрузки и без неё.

Представлено математичну модель для чисельного розрахунку процесу перемагнічування феромагнітного тороїдального сердечника в наносекундному діапазоні. Модель може бути застосована для прогнозування форми робочого імпульсу струму в первинному витку індуктора і форми імпульсу прискорювальної напруги, що генерує окремий індуктор в секції лінійного індукційного прискорювача, що працює в навантаженому або в ненавантаженому режимі.

There is submitted the mathematical model for numerical account of the magnetic reversal process of the ferromagnetic toroidal core in nanosecond range. The model can be used for the forecasting form of the working pulse of a current in the primary coil of inductor and the form of a pulse of the accelerating voltage, which is being generated from separate inductor in section of the linear induction accelerator which is working in loaded or in a non-loaded mode.

Создание сильноточных линейных индукционных ускорителей (ЛИУ) зарядово-компенсированных ионных пучков [1, 2] перспективно с точки зрения энергетики будущего и многих других промышленных применений, использующих мощные ионные пучки. При проектировании секции, ускоряющей ионы в ЛИУ зарядово-компенсированных ионных пучков, возникает необходимость в прогнозировании формы импульса ускоряющего напряжения, генерируемого отдельным индуктором в секции и тока в первичном витке индукторов. Это знание необходимо для формулирования требований, предъявляемых к источнику питания ускорителя, и также даёт возможность определить потери в ферромагнетике в течение ускоряющего импульса, что полезно для проведения теплового расчета секции.

**Постановка проблемы.** Особенностью работы секции, ускоряющей ионы в ЛИУ зарядово-компенсированных ионных пучков, является то, что она может работать на холостом ходу. Это происходит, когда величины токов электронного и ионного пучка по модулю равны. В ускоряющем зазоре этой секции энергия отбирается от электронного

пучка (электроны тормозятся), а пучок ионов ускоряется. То есть происходит рекуперация энергии электронного пучка и передача её ионному пучку.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В настоящее время довольно хорошо изучены вопросы формирования ускоряющего напряжения в секциях ЛИУ, нагруженных пучком (например [4, 5]). Вопросы же формирования ускоряющего напряжения в секциях ЛИУ зарядово-компенсированных ионных пучков, работающих при полной токовой компенсации, ранее не рассматривались.

**Цель и задачи исследований.** Целью данной статьи является разработка математической модели, позволяющей рассчитать процесс импульсного перемагничивания ферромагнитных сердечников при заданных параметрах схемы и геометрии сердечника. При разработке источников питания ускорителя ионов одним из требований является малый разброс на столе импульса ускоряющего напряжения (не более 5 %), и как можно меньшие длины фронта и спада импульса (не более 20 % от общей длительности импульса). Исследование динамики перемагничивания сердечников полезно как для формулирования требований к источнику питания, которые позволят получить требуемую форму импульса ускоряющего напряжения, так и с точки зрения определения влияния геометрии сердечников на процесс их перемагничивания.

**Описание модели.** Для расчета процесса перемагничивания использовалось полуэмпирическое уравнение импульсного перемагничивания материалов с ППГ [3, 4, 5], учитывающее влияние вихревых токов и магнитной вязкости:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{H(t) - H_0}{\left[ r_m \left( 1 - \frac{B^2}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma \cdot d^2}{8B_r} (B + B_r)}, \quad (1)$$

где  $H(t)$  – функция напряженности поля в ферромагнитной ленте от времени, А/м;  $H_0$  – поле старта, А/м;  $B$  – текущее значение индукции в ферромагнетике, Тл;  $B_r, B_s$  – остаточная индукция и индукция насыщения, Тл;  $r_m$  – динамическое сопротивление ферромагнетика, Ом/м;  $\sigma$  – удельная проводимость ферромагнетика, 1/(Ом·м);  $d$  – толщина ферромагнитной ленты, м.

Данное выражение применимо при  $H(t) > H_0$  и выражает связь между скоростью изменения индукции и напряженностью поля в ферромагнитной ленте, которая до начала импульса находилась в отрицательном насыщении ( $-B_r$ ). Поскольку напряженность поля в сердечнике является величиной, зависящей от радиуса – для численного

моделирования динамики перемагничивания сердечник разбивают на достаточное количество тонких слоёв с разными радиусами [4, 5] и учитывают напряженность поля и изменение индукции в каждом слое. При проведении численного расчета напряженность магнитного поля приближенно считают одинаковой по всему слою и равной  $H_j(t) = i(t)/(2\pi r_j)$ , где  $i(t)$  – функция тока перемагничивания от времени;  $r_j = r_1 + \Delta r \cdot (j-1) + \Delta r/2$  – средний радиус  $j$ -го слоя ( $j = 1, 2 \dots n$ );  $\Delta r = (r_2 - r_1)/n$  – радиальная толщина отдельного слоя;  $r_1, r_2$  – внутренний и наружный радиусы ферромагнитного сердечника (рис. 1 (а)).

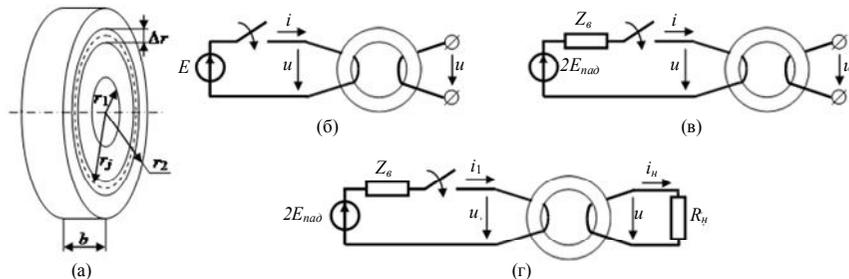


Рис. 1 – Размеры ферромагнитного сердечника (а) и схемы его включения (б, в, г)

Для численного решения выражения (1) представим его в конечно-разностной форме методом Эйлера [6]:

$$\frac{B_j(t_{k+1}) - B_j(t_k)}{\Delta t} = \frac{H_j(t_k) - H_0}{\left[ r_m \left( 1 - \frac{B_j^2(t_k)}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma \cdot d^2}{8B_r} (B_j(t_k) + B_r)}, \quad (2)$$

здесь  $t_k = k \cdot \Delta t$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ );  $\Delta t$  – временной шаг аппроксимации, с. Используя выражение (2) выразим падение напряжения на  $j$ -ом слое сердечника, обусловленное возникновением вокруг него вихревого электрического поля при его перемагничивании:

$$u_j(t_k) = S \cdot K_3 \cdot \frac{B_j(t_{k+1}) - B_j(t_k)}{\Delta t} = i(t_k) \cdot R_j(t_k) - E_j(t_k), \quad (3)$$

$$R_j(t_k) = \frac{S \cdot K_3}{2\pi r_j \left\{ \left[ r_m \left( 1 - \frac{B_j^2(t_k)}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma \cdot d^2}{8B_r} (B_j(t_k) + B_r) \right\}}, \quad (4)$$

$$E_j(t_k) = \frac{S \cdot K_3 \cdot H_0}{\left[ r_m \left( 1 - \frac{B_j^2(t_k)}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma \cdot d^2}{8B_r} (B_j(t_k) + B_r)}. \quad (5)$$

В данных выражениях  $S = b \cdot \Delta r$  – площадь поперечного сечения  $j$ -го слоя,  $K_3$  – коэффициент заполнения сердечника ферромагнетиком. Выражения (3)...(5) показывают, что для любого момента времени падение напряжения в первичном витке, обусловленное перемагничиванием отдельного слоя сердечника, можно представить в виде падения напряжения на последовательной цепочке, состоящей из ЭДС  $E_j(t_k)$  (направление которой совпадает с направлением тока  $i(t_k)$ ) и сопротивления  $R_j(t_k)$ . Выражения (4) и (5) формальны и не имеют особого физического смысла. Их величины зависят от величины  $B_j(t_k)$ , которое для каждого последующего момента времени может быть рассчитано по формуле, выраженной из (3):

$$B_j(t_{k+1}) = B_j(t_k) + u_j(t_k) \cdot \Delta t / (S \cdot K_3). \quad (6)$$

При проведении расчета для каждого момента времени определяют ток перемагничивания, падение напряжения на каждом участке сердечника, другие интересующие величины, токи и напряжения в цепи и значение индукции в каждом слое сердечника в следующий момент времени. В нулевой момент времени индукция в ферромагнетике во всех слоях сердечника задаётся равной  $B_j(t_0) = -B_r$ .

**Результаты численного моделирования.** В следующих пунктах представлены результаты расчета динамики перемагничивания сердечника, включенного в схемах, приведенных на рис. 1 (б), (в), (г), и использовавшиеся для этого дополнительные выражения. Во всех схемах расчет проводился для длительности импульса  $\tau = 125$  нс, в течение которого среднее по сечению ферромагнетика изменение индукции в сердечнике составляло  $\Delta B = 2B_r$ . В качестве ферромагнетика был взят сплав 50НП толщиной  $d = 10$  мкм. Его параметры:  $H_0 = 100$  А/м;  $B_r = 1,4$  Тл;  $B_s = 1,5$  Тл;  $r_m = 22$  кОм/м;  $\sigma = 2,22$  МСм/м. Были приняты

одинаковыми для всех сердечников следующие параметры:  $K_3 = 0,6$ ; среднее за импульс напряжение на первичном витке сердечника  $U_{cp} = 50$  кВ; поперечная площадь ферромагнитного сердечника  $S_c = (U_{cp} \cdot \tau) / (\Delta B \cdot K_3) = 0,037$  м<sup>2</sup>; средняя длина силовой линии  $l_{cp} = 1$  м (средний радиус сердечников при этом составил  $r_{cp} = l_{cp} / (2\pi) = 159$  мм, объем сердечников  $V_c = S_c \cdot l_c = 0,037$  м<sup>3</sup>).

В рассматриваемых схемах индуктивность рассеяния, паразитная емкость в первичном и во вторичном контурах и паразитная индуктивность соединительных проводников считались отсутствующими. Целью данных исследований было выявление общих закономерностей влияния геометрии сердечника и основных параметров питающей цепи на динамику его перемагничивания.

Для обеспечения малой погрешности численного расчета (на уровне 0,01%), обусловленной кусочно-линейной аппроксимацией, каждая схема просчитывалась при различных значениях временного шага  $\Delta t$  и количества слоёв  $n$ . Величины  $\Delta t$  и  $n$  считались выбранными достаточными, если при уменьшении  $\Delta t$  в 2 раза или увеличении  $n$  в 2 раза результат расчета импульса тока перемагничивания изменялся не более чем на 0,01%. Для всех моделей это условие выполнялось при  $\Delta t = 9,8 \cdot 10^{-12}$  с,  $n = 500$ .

**1. Сердечник подключен к источнику постоянной ЭДС.** Схема включения представлена на рис. 1 (б). Данная схема представляет собой идеализированный случай и полезна для определения вида импульса тока, который необходимо создать в первичном витке для обеспечения плоской вершины импульса ускоряющего напряжения в секции ЛИУ, ускоряющей скомпенсированный электронным ионный пучок. Расчет проводился при  $E = U_{cp} = 50$  кВ для сердечников с разным отношением радиусов  $r_2 / r_1$ . Ширина сердечников при этом определялась по формуле  $b = S_c / (r_2 - r_1)$ . Ток в первичном витке определялся следующим образом:

$$i(t_k) = \left( E + \sum_{j=1}^n E_j(t_k) \right) / \left( \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right). \quad (7)$$

Мгновенное значение удельной мощности потерь в ферромагнетике и удельная энергия потерь за импульс для каждого слоя были рассчитаны по следующим формулам:

$$p_{y0,j}(t_k) = u_j(t_k) \cdot i(t_k) / (S \cdot K_3 \cdot 2\pi r_j), \quad (8)$$

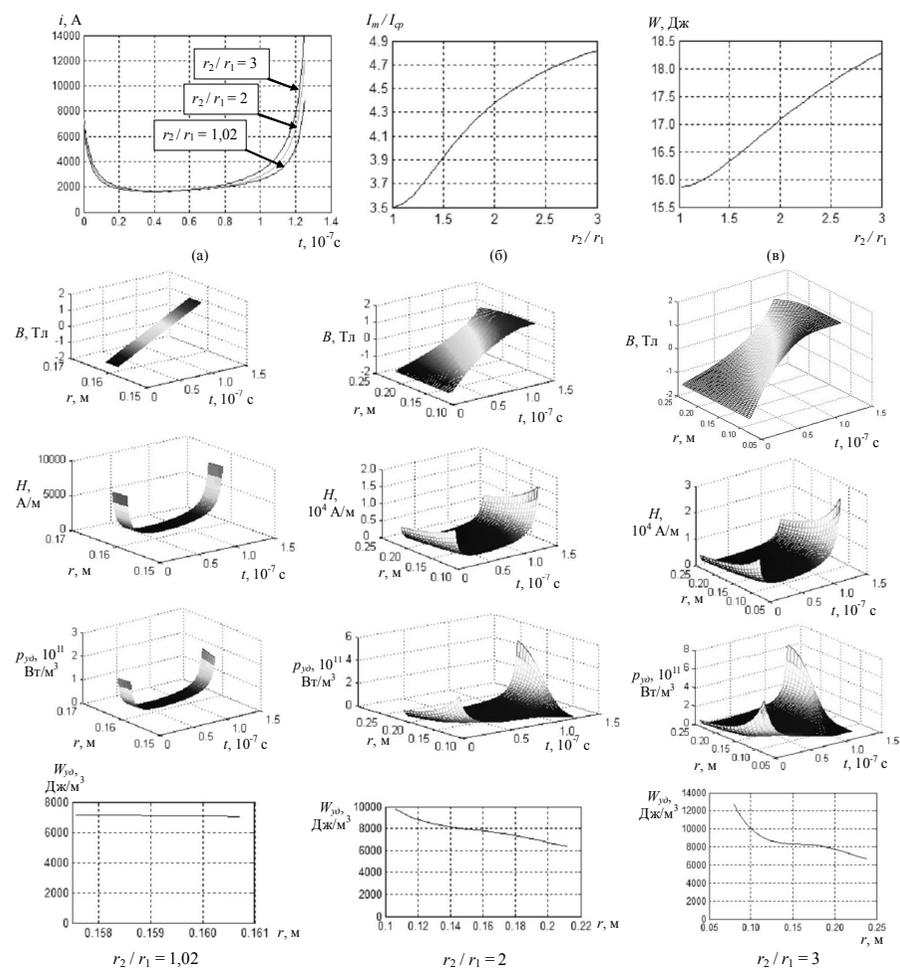


Рис. 2 – Результаты расчета динамики импульсного перемагничивания ферромагнитного тороидального сердечника при различных отношениях  $r_2 / r_1$  (схема – рис. 1 (б))

$$W_{y0,j} = \sum_{k=0}^{n_i} p_{y0,j}(t_k) \cdot \Delta t, \quad (9)$$

где  $n_i = \tau / \Delta t$ . Напряжение на индукторе в любой момент времени и полная энергия потерь в сердечнике за импульс были определены

следующим образом:

$$u(t_k) = \sum_{j=1}^n u_j(t_k), \quad (10)$$

$$W = \sum_{k=0}^{n_i} i(t_k) \cdot u(t_k) \cdot \Delta t. \quad (11)$$

В результате расчета (рис. 2) была выявлена важная закономерность, что потери в сердечнике и отношение максимального тока к среднему за импульс будут тем меньшими, чем меньше отношение  $r_2/r_1$ .

Следует отметить, что многие существующие аналитические расчеты потерь на перемагничивание учитывают только длину средней силовой линии сердечника и не чувствительны к отношению  $r_2/r_1$ . Учет неоднородности распределения напряженности магнитного поля по радиусу позволяет точнее определить потери.

**2. Сердечник подключен к длинной линии.** Схема включения представлена на рис. 1 (в). Данная схема представляет собой интерес с точки зрения исследования возможности формирования импульса ускоряющего напряжения прямоугольной формы на индукторах, работающих в секции ЛИУ зарядово-компенсированных ионных пучков. Параметры сердечника были заданы на основании расчета разрабатываемой конструкции [2]:  $l_{cp} = 1$  м,  $r_1 = 143$  мм,  $r_2 = 175$  мм,  $b = 12$  см.

Для питания индукторов секций, нагруженных током пучка, в настоящее время широко используются однородные формирующие линии (ОФЛ), подключаемые к индукторам посредством энергопроводов, имеющих волновое сопротивление  $Z_e$  согласованное с эквивалентным сопротивлением нагруженного индуктора. При этом ОФЛ выдают в энергопровод прямоугольный импульс напряжения, который приходит на индуктор.

На рис. 3 (а) представлен результат расчета импульса тока и напряжения на индукторе при согласованном режиме его работы. Как видно из графика, форма импульса напряжения на индукторе в случае, когда он работает на холостом ходу, далека от прямоугольной. Приблизить форму к прямоугольной можно за счет уменьшения величины волнового сопротивления энергопровода  $Z_e$  (рис. 3 (б)), однако это влечет за собой снижение КПД ОФЛ, что нежелательно. Лучшим способом обеспечения прямоугольности импульса является разработка источника питания, выдающего форму волны напряжения  $E_{nao}(t)$ , профилированную во времени таким образом, чтобы обеспечить форму

напряжения на индукторе, максимально близкую к прямоугольной (рис. 3 (в)).

При проведении расчетов использовались выражения (3)...(6), (10) и следующие:

$$i(t_k) = \left( 2E_{nao}(t_k) + \sum_{j=1}^n E_j(t_k) \right) / \left( Z_e + \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right); \quad (12)$$

$$R_{экс} = \tau \cdot U_{cp}^2 / W; \quad (13)$$

$$W_{ucm} = \sum_{k=0}^{n_i} (E_{nao}^2(t_k) / Z_e) \cdot \Delta t; \quad (14)$$

$$\eta = (W_{nep} / W_{ucm}) \cdot 100\%. \quad (15)$$

В данных выражениях  $W$  – потери на перемагничивание за импульс, взятые из графика, приведенного на рис. 2 (в);  $W_{ucm}$  – энергия, отданная в цепь за импульс источником питания;  $W_{nep}$  – потери на перемагничивание за импульс при расчете исследуемой схемы (были определены по формуле (11));  $\eta$  – КПД источника питания.

Для вариантов рис. 3 (а) и (б) величина падающей волны напряжения была задана одинаковой для всех моментов времени и равной:

$$E_{nao}(t_k) = U_{cp} \cdot (1 + Z_e / R_{экс}) / 2. \quad (16)$$

Для получения плоской вершины напряжения на индукторе ( $u(t_k) = U_{cp}$ , рис. 3 (в)) величина  $E_{nao}(t_k)$  для каждого момента времени задавалась следующим образом:

$$E_{nao}(t_k) = \left( U_{cp} + \sum_{j=1}^n E_j(t_k) \cdot Z_e / \left( Z_e + \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right) \right) / \left( 2 - 2 \cdot Z_e / \left( Z_e + \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right) \right)$$

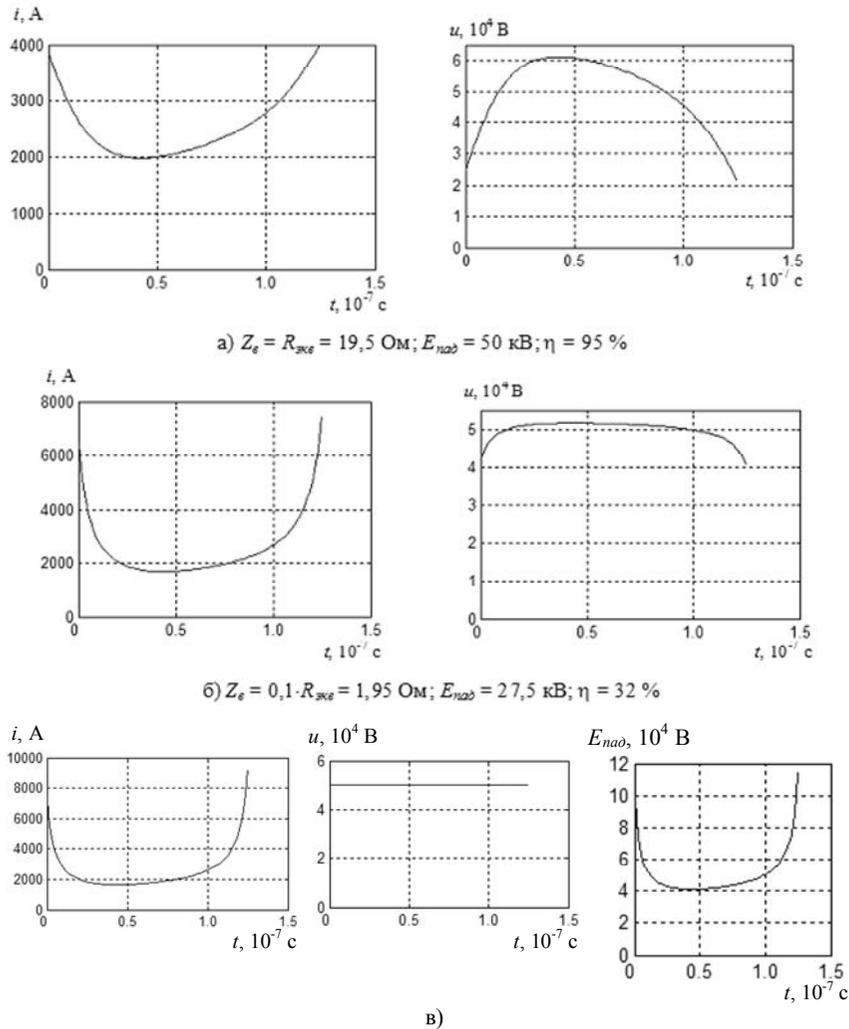


Рис. 3 – Результаты расчета формы импульса тока и напряжения на индукторе при различных величинах  $Z_g$  и  $E_{пад}(t)$  (схема – рис. 1 (в)): а –  $Z_g = R_{экс} = 19,5 \text{ Ом}; \eta = 95 \%$ ,  $E_{пад} = 50 \text{ кВ}$ ; б –  $Z_g = R_{экс} = 1,95 \text{ Ом}; \eta = 32 \%$ ,  $E_{пад} = 27,5 \text{ кВ}$ ; в –  $Z_g = R_{экс} = 19,5 \text{ Ом}; \eta = 93 \%$

**3. Сердечник подключен к длинной линии и нагружен активным сопротивлением.** Схема включения представлена на рис. 1 (г). Данная схема представляет интерес с точки зрения исследования возможности формирования импульса ускоряющего напряжения прямоугольной формы индукторами, подключенными к ОФЛ через энергопроводы с согласованным волновым сопротивлением и работающими в секции ЛИУ, нагруженной инжектором заряженных частиц. Параметры сердечника для расчета были взяты исходя из требований к конструкции компенсатора [2]:  $r_2/r_1 = 2$  ( $r_1 = 106 \text{ мм}$ ,  $r_2 = 212 \text{ мм}$ ),  $b = 35 \text{ мм}$ . Результат расчета представлен на рис. 4, из которого видно, что чем больше величина тока пучка – тем ближе форма импульса напряжения на нагрузке к прямоугольной. При расчете использовались выражения (3)...(6), (10), (13), (14) и следующие:

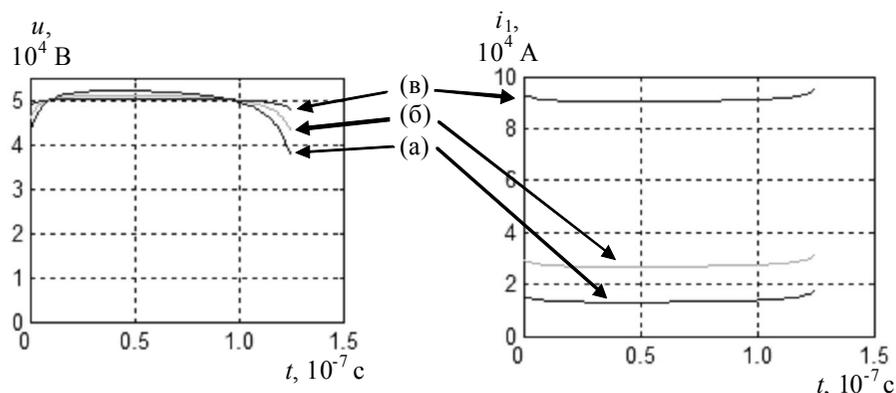
$$i_n(t_k) = \left( 2E_{над} - \left( \left( \left( Z_g + \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right) / \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right) - 1 \right) \cdot \sum_{j=1}^n E_j(t_k) \right) / \left( Z_g + R_n \left( Z_g + \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right) / \sum_{j=1}^n R_j(t_k) \right);$$

$$i(t_k) = \left( i_n(t_k) \cdot R_n + \sum_{j=1}^n E_j(t_k) \right) / \sum_{j=1}^n R_j(t_k); i_1(t_k) = i(t_k) + i_n(t_k);$$

$$W_n = \sum_{k=0}^{n_i} i_n(t_k) \cdot u(t_k) \cdot \Delta t; I_{нсп} = \tau^{-1} \sum_{k=1}^{n_i} i_n(t_k) \cdot \Delta t;$$

$$\eta_{инд} = W_n / (W_n + W_{неп}) \cdot 100 \%; \eta = (W_n + W_{неп}) / W_{вст} \cdot 100 \%.$$

В данных выражениях  $Z_g = (1/R_{экс} + 1/R_n)^{-1}$ ;  $W_n$  – энергия, выделившаяся на нагрузке. Расчет был проведен для разных значений  $R_n$  при  $E_{над} = U_{сп} = 50 \text{ кВ}$ .



- а)  $\eta_{инд} = 80\%$ ;  $Z_e = 3,66 \text{ Ом}$ ;  $I_{н ср} = 10\ 928 \text{ А}$ ;  $\eta = 99,7\%$   
 б)  $\eta_{инд} = 90\%$ ;  $Z_e = 1,83 \text{ Ом}$ ;  $I_{н ср} = 24\ 588 \text{ А}$ ;  $\eta = 99,9\%$   
 в)  $\eta_{инд} = 97\%$ ;  $Z_e = 0,55 \text{ Ом}$ ;  $I_{н ср} = 88\ 335 \text{ А}$ ;  $\eta = 100\%$

Рис. 4 – Результаты расчета формы импульса тока и напряжения на нагруженном индукторе, запитанном от ОФЛ (схема – рис. 1 (г))

**Выводы.** Проведенные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

1) При неизменных площади поперечного сечения сердечника, длине его средней силовой линии и объеме ферромагнетика потери в сердечнике будут тем меньшими, чем меньше отношение его радиусов  $r_2/r_1$ . Это обусловлено тем, что напряженность магнитного поля в сердечнике распределена по радиусу неоднородно и является наибольшей на внутреннем радиусе, из-за чего ферромагнетик, расположенный в слоях сердечника с меньшим радиусом, раньше входит в насыщение, по сравнению с ферромагнетиком, расположенным во внешних слоях, вследствие чего потери во внутренних слоях сердечника возрастают.

2) Для обеспечения наилучшей прямоугольности импульса ускоряющего напряжения в секции ЛИУ зарядово-компенсированных ионных пучков её индукторы может быть целесообразно питать через согласованные энергопроводы от импульсного модулятора с особым образом профилированной во времени, непрямоугольной формой импульса выходного напряжения. Это обусловлено тем, что ток перематчивания сердечников имеет сложную U-образную форму.

3) Чем больше КПД индукционной системы секции ЛИУ, нагруженной пучком и запитанной от согласованной ОФЛ – тем ближе к прямоугольной форме в ней импульс ускоряющего напряжения. Это обусловлено тем, что при расчете схемы на большую величину тока

пучка ток, потребляемый индуктором, становится по форме всё ближе к прямоугольной.

Для более точного определения формы импульса ускоряющего напряжения в секции и тока через индукторы и для выработки окончательных требований к источнику питания ЛИУ данную модель целесообразно дополнить паразитными параметрами (индуктивностями рассеяния, паразитными емкостями в первичном и во вторичном контурах ЛИУ и т. д.).

**Список литературы:** 1. Карась В.И. Исследования линейного индукционного ускорителя зарядово-компенсированных ионных пучков для инерциального УТС / В.И. Карась, В.И. Голота, В.А. Кияшко и др. // Проблемы теоретической физики.– Киев.- 1991.– С. 165-180. 2. Гурин А.Г. Элементы секции сильноточного линейного индукционного ускорителя зарядово-компенсированных ионных пучков с повышенными энергетическими характеристиками / А.Г. Гурин, Е.А. Корнилов, Р.С. Ложкин // Problems of atomic science and technology.– 2010.– № 3.- Series: Nuclear Physics Investigations (54).- С. 61-66. 3. Пирогов А.И. Магнитные сердечники в автоматике и вычислительной технике / А.И. Пирогов, Ю.М. Шамаев.- М.: «Энергия», 1967. 4. Матора И.М. Теория формирования импульса неоднородной формирующей линии на произвольной нагрузке / И.М. Матора, В.А. Савин // Радиотехника и электроника. – 1976. – т. XXI. – вып. 9. - С. 1878-1886. 5. Кияшко В.А. Формирование импульса тока и напряжения в линейных индукционных ускорителях / В.А. Кияшко, Е.А. Корнилов, Ю.Е. Коляда // Вопросы атомной науки и техники.- Харьков, ХФТИ АН УССР.- 1980.- Серия: Техника физического эксперимента.- Вып. 1(5).- С. 90-93. 6. Самарский А.А. Численные методы: Учеб. пособие для вузов / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.– 432с.

Поступила в редколлегию 30.09.2011