

УДК 533.6

С.В. ЕРШОВ, д-р техн. наук; проф. ИПМаш НАНУ, Харьков;
Д.А. КОЗЫРЕЦ, аспирант НТУ «ХПИ»

РАЗВИТИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНЫХ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ КОМПРЕССОРА

Предложено усовершенствование численного метода расчета трехмерных течений вязкого сжимаемого газа в проточных частях компрессоров. В новом газодинамическом решателе реализованы ограничения реализуемости и выполнено уточнение граничных условий. Это позволило одинаково легко проводить моделирование течений в компрессоре как на рабочей, так и на срывной ветвях характеристики. Представлены численные результаты.

Запропоновано вдосконалення числового методу розрахунку тривимірних течій в'язкого стисливого газу в проточних частинах компресорів. У новому газодинамічному розв'язувачі імплементовані обмеження реалізованості та виконано уточнення граничних умов. Це дозволило однаково легко проводити моделювання течій у компресорі як на робочій, так і на зривній гілках характеристики. Представлені числові результати.

The modification of numerical method for computations of 3D viscous compressible flows through compressors is suggested. Realisability constraints for turbulent Reynolds stresses and modification of exit boundary conditions is implemented in the new CFD solver. It enables numerical simulation of compressor flows at both operating and stall branches of performance curve with equal ease. Numerical results are presented.

Введение

Моделирование трехмерных течений вязкого сжимаемого газа в многоступенчатых компрессорах является важной задачей современной вычислительной аэродинамики, решение которой позволит улучшить аэродинамическое качество компрессорных проточных частей. Основные трудности решения этой задачи вызваны сложной структурой течения в лопаточных аппаратах компрессоров: большие положительные градиенты давления, массивные отрывные области, интенсивные вторичные течения. При моделировании потока с такими явлениями решающее значение приобретает адекватность численной модели.

В ИПМаш НАНУ разработан программный комплекс *FlowER* [1], который использовался в ряде организаций для расчета пространственных течений в компрессорах. К сожалению, численная модель течения, реализованная в этом комплексе программ, во многих случаях не позволяет рассчитывать течение в многоступенчатых компрессорах, так как сходимость численного решения достигается преимущественно при чрезмерно больших размерах ячеек у стенок $y^+ \gg 1$, что противоречит правилам моделирования турбулентности и приводит к неверному расчету пограничных слоев.

В настоящей работе метод расчета пространственных течений в компрессорах усовершенствован и реализован в рамках нового программного комплекса *F* [2], который является развитием решателя *FlowER*. Проведено численное исследование трехмерного вязкого отрывного течения в многоступенчатом компрессоре. Анализ отрывных течений проводился с помощью идей, изложенных в монографии [3].

1 Модель течения

Рассматривается расчетная область, включающая в себя по одному межлопаточному каналу каждого лопаточного аппарата многоступенчатого компрессора. Турбулентное течение вязкого сжимаемого газа в этой области описывается уравнениями Навье-Стокса, осредненными по Рейнольдсу:

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_i}{\partial x_i} = 0; \quad \bar{Q} = \begin{pmatrix} \bar{p} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_1 \\ \bar{\rho} \tilde{u}_2 \\ \bar{\rho} \tilde{u}_3 \\ \bar{\rho}(\tilde{e} + \hat{k}) \end{pmatrix}; \quad \bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + \bar{p} \delta_{i1} - \bar{\tau}_{i1} - \hat{\tau}_{i1} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + \bar{p} \delta_{i2} - \bar{\tau}_{i2} - \hat{\tau}_{i2} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + \bar{p} \delta_{i3} - \bar{\tau}_{i3} - \hat{\tau}_{i3} \\ [\bar{\rho}(\tilde{e} + \hat{k}) + \bar{p}] \tilde{u}_i - \tilde{u}_j (\bar{\tau}_{ij} + \hat{\tau}_{ij}) + \bar{q}_i + \hat{q}_i - \hat{d}_i \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где \bar{Q} – вектор консервативных переменных; \bar{F} – вектор потоков; p, ρ, u_i – давление, плотность и компоненты скорости; e – полная энергия единицы массы; k – кинетическая энергия турбулентности; τ_{ij} – тензор напряжений; q – тепловой поток; d – турбулентная диффузия; t – время; x_i – пространственные координаты. Надчерком и тильдой обозначены величины, полученные в результате осреднения по Рейнольдсу и Фавру соответственно, а «шляпкой» – статистические моменты турбулентных пульсаций.

В решателе F система уравнений (1) записана в криволинейной системе координат, вращающейся с постоянной угловой скоростью.

2 Модель турбулентности k - ω SST

В настоящей работе используется модель турбулентности k - ω SST, предложенная Ментером [4]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \hat{k}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_j \hat{k} - (\bar{\mu} + \sigma_k \hat{\mu}) \frac{\partial \hat{k}}{\partial x_j} \right] &= P_k - \beta^* \bar{\rho} \hat{\omega} \hat{k}; \\ \frac{\partial \bar{\rho} \hat{\omega}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\rho} \tilde{u}_j \hat{\omega} - (\bar{\mu} + \sigma_\omega \hat{\mu}) \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial x_j} \right] &= \frac{\alpha \bar{p}}{\hat{\mu}} P_k - \beta \bar{\rho} \hat{\omega}^2 + (1 - F_1) \bar{\rho} \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\hat{\omega}} \frac{\partial \hat{k}}{\partial x_j} \frac{\partial \hat{\omega}}{\partial x_j}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\bar{\mu}$ и $\hat{\mu}$ – коэффициент динамической ламинарной и турбулентной вязкости соответственно; $P_k = \bar{\tau}_{ij} S_{ij}$ – производство кинетической энергии турбулентности; F_1 – смешивающая функция Ментера; $\hat{\omega}$ – удельная скорость диссипации; остальные неописанные величины в уравнениях (2) – константы.

Турбулентные напряжения в уравнениях (1) и в формуле для производства турбулентности рассчитываются по гипотезе Буссинеска

$$\hat{\tau}_{ij} = 2\hat{\mu}(\tilde{S}_{ij} - \tilde{S}_{nn}/3) - 2\bar{\rho} \hat{k} \delta_{ij} / 3, \quad (3)$$

где S_{ij} – тензор скоростей деформаций.

Турбулентная вязкость определяется как

$$\hat{\mu} = \frac{\bar{\rho} \hat{k}}{\max(\hat{\omega}, \tilde{S} F_2 / a_1)},$$

где F_2 – смешивающая функция Ментера; a_1 – константа.

Коэффициент турбулентной теплопроводности для расчета турбулентного теплового потока находится из определения турбулентного числа Прандтля по турбулентной вязкости и удельной теплоемкости при постоянном давлении.

Турбулентная диффузия в уравнении энергии (1) моделируется таким же способом, как в уравнениях модели турбулентности (2).

3 Ограничения реализуемости

Серьезным недостатком формулы Буссинеска (3) является то, что она может генерировать физически нереализуемые турбулентные напряжения [5]. В частности, тензор рейнольдсовых напряжений может не удовлетворять неравенству Коши-Буныковского и, кроме того, нормальные рейнольдсовы напряжения могут оказаться положительными. Вклад турбулентных напряжений в уравнения движения (1) значителен и неправильный их расчет может приводить к ошибкам в решении. Так при наличии положительных градиентов давления в потоке модели турбулентности, использующие формулу (3), сталкиваются с трудностями правильного описания отрывных областей. Поэтому в настоящей работе предложено модель турбулентности дополнить ограничениями реализуемости [6], которые обеспечивают выполнение неравенства Коши для тензора турбулентных напряжений и не допускают положительных значений нормальных рейнольдсовых напряжений. Данная модификация, не реализованная в стандартном решателе *FlowER*, имеет принципиальное значение при расчете течений в компрессорах.

4 Граничные условия

Задание граничных условий на выходе расчетной области за последним лопаточным аппаратом компрессора вызывает определенные трудности. При дозвуковой осевой компоненте скорости требуется задать одно граничное условие и наиболее часто для этих целей использовали статическое давление. Однако такое условие не гарантирует существование или единственность решения, а значит и корректность постановки задачи, так как известно, что одному значению статического давления на выходе компрессора может соответствовать как отсутствие решения, так и несколько решений.

В стандартной версии решателя *FlowER* использовалось задание на выходе компрессора инварианта Римана, приходящего на границу извне расчетной области. В пограничном слое инвариант Римана существенно меняется, закон этого изменения определяется решением и заранее неизвестен. Поэтому такое граничное условие будет искажать развитие пограничных слоев на торцевых стенках. В этом смысле большинство расчетов течений в компрессорах, проведенных в работе [7], являются недостаточно точными. Более того, использование в пограничном слое характеристических соотношений (инвариантов), полученных для невязкого потока, весьма сомнительно.

Исходя из этого, в настоящей работе в сечении выхода расчетной области задается распределение по радиусу осевой компоненты скорости, что согласуется с идеями ряда работ в этой области, в частности [8]. Так как значения осевой скорости в пограничном слое на торцевых поверхностях на выходе неизвестны, то необходимо применить специальную процедуру учета пограничного слоя. Рассматривалось задание профиля развитого пограничного слоя по степенному закону $1/7$ и перенос характеристик профиля скорости в выходное сечение из ближайшего поперечного слоя ячеек. Во втором случае решение получалось более устойчивым и точным, особенно, если профиль скорости вблизи выходного сечения характеризовался знакопеременной кривизной. Чтобы избежать сложностей определения вблизи выходной границы толщины пограничного слоя по профилю скорости в настоящей работе для этих целей использовались смешивающие функции модели турбулентности $k-\omega$ SST [4]. Для определения неизвестных величин на границе выхода в ядре потока и во внешней области пограничного слоя использовались соотношения на характеристиках, а во внутренней области пограничного слоя, где вязкие и турбулентные эффекты доминируют, применялась экстраполяция параметров на границу выхода. Разделение

пограничного слоя на внешнюю и внутреннюю части также оценивалось с помощью смешивающих функций Ментера [4].

На входе в расчетную область перед первым лопаточным аппаратом компрессора при дозвуковой осевой скорости потока задаются распределения по радиусу полного давления, полной температуры и двух углов – меридионального и тангенциального, – задающих направление вектора скорости. Для уравнений модели турбулентности на входе фиксируется степень турбулентности потока, по которой рассчитывается кинетическая энергия турбулентности. Удельная скорость диссипации при этом определяется исходя из геометрических масштабов проточной части. Если во входном сечении имеются турбулентные пограничные слои, то в них кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость диссипации определяются на основе известных закономерностей для пограничного слоя в соответствии с алгоритмом, предложенным в работе [9]. В стандартной версии решателя *FlowER* изменение турбулентных величин у стенок на входе не учитывалось и это приводило к существенным погрешностям расчета пограничного слоя [10]. Остальные параметры на входе определяются по соотношениям на характеристиках и экстраполяционным формулам, подобно тому, как это сделано на выходе.

На твердых стенках задаются условия прилипания либо тепловой поток через стенку, либо ее температура. Давление рассчитывается исходя из проекции уравнения импульса на сеточное направление. На проницаемых поверхностях, отделяющих текущий межлопаточный канал, от соседних каналов того же лопаточного аппарата (поверхности периодичности) и от каналов соседней решетки (поверхности скольжения), выставляются условия периодичности и скольжения соответственно. В последнем случае осуществляется осреднение параметров течения в окружном направлении и переход из абсолютной системы координат во вращающуюся или наоборот.

5 Численные результаты

Для численного интегрирования систем уравнений (1) и (2) используется неявная разностная схема Годунова второго порядка аппроксимации [11]. Для ускорения сходимости применялся локальный временной шаг.

В качестве объекта исследования рассматривался двухступенчатый компрессор, проточная часть которого упрощенно дана на рис. 1. Стрелкой показан перепуск рабочего тела. На рис. 2 приведена характеристика компрессора, полученная в результате расчетов трехмерного течения, которые проводились от достаточно произвольно заданного начального приближения, при различных значениях осевой скорости потока на выходе. Приведенный расход рассчитывался по формуле:

$$G_{\text{пр}} = G_{\text{вх}} \sqrt{T_{\text{вх}}^* / P_{\text{вх}}^*},$$

где $G_{\text{вх}}$ – расход на входе, $T_{\text{вх}}^*$ и $P_{\text{вх}}^*$ – полная температура и давление на входе.

Правая (рабочая) ветвь характеристики располагается между точками **a** (режим запираания) и **c** (граница устойчивости). Левая (срывная) ветвь характеристики ограничена точками **e** и **g**. Переход с устойчивой ветви на неустойчивую происходит между точками **c** и **e**. Численное решение для режимов на участке характеристики между точками **b** и **d** оказалось существенно нестационарным. В настоящей работе режимы, соответствующие точкам **b** (окрестность максимальной степени повышения полного давления) и **f**, выбраны для анализа в качестве характерных. Необходимо отметить, что при использовании стандартной версии решателя *FlowER* удалось

получить решение только вблизи запираания для режимов, соответствующих точкам 1 и 2.

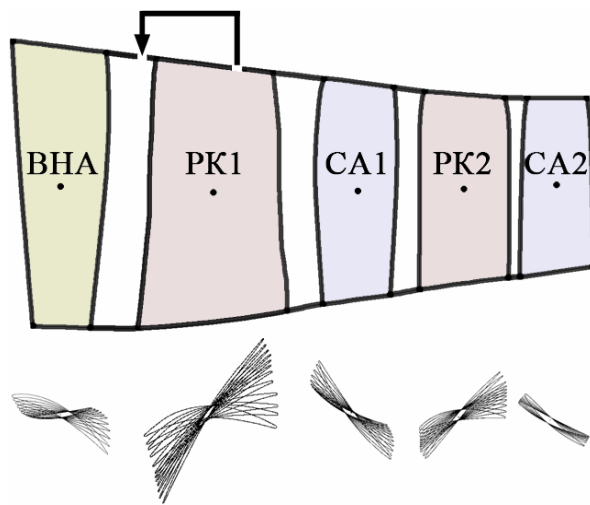


Рис. 1. Проточная часть двухступенчатого компрессора и форма его лопаток: ВНА – входной направляющий аппарат; РК – рабочее колесо; СА – спрямляющий аппарат

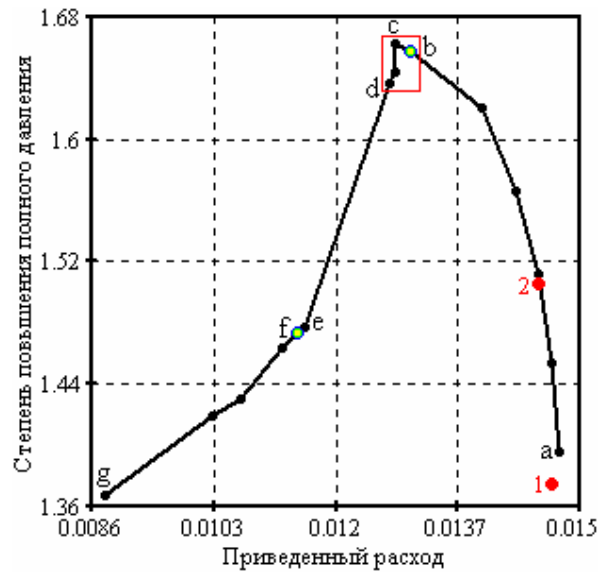


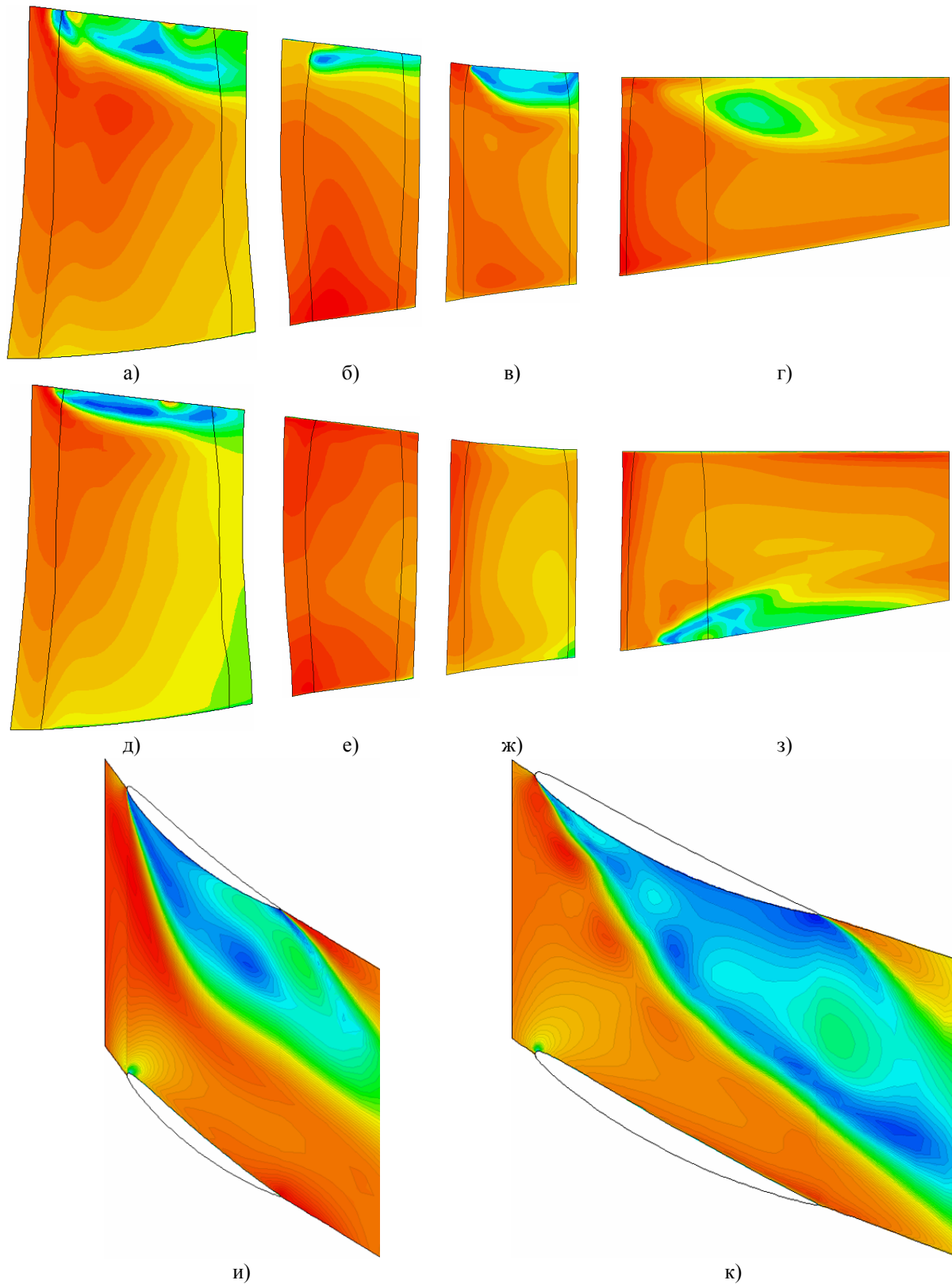
Рис. 2. Зависимость степени повышения давления от приведенного расхода

На рис. 3 представлены изолинии чисел Маха для режимов $f(a-z, u)$ и $b(d-z, \kappa)$ в меридиональных ($a-z$) и тангенциальных (u, κ) сечениях РК1 (a, d), СА1 (b, e), РК2 ($v, ж$), СА2 ($z, з-к$). Меридиональные сечения выбирались приблизительно в середине межлопаточного канала, а тангенциальные для режима $f(u)$ на расстоянии 10 % высоты лопатки от периферийного обвода, а для режима $b(\kappa)$ – на расстоянии 10 % высоты лопатки от корневого обвода. Анализ картины течения показывает, что на режиме f по сравнению с режимом b отрывные зоны в РК1, СА1 и РК2 имеют большие размеры. Отрыв в СА2 на режиме f , как и для всех режимов на левой ветви характеристики, располагается на периферии, в то время как для режима b и на всей правой ветви характеристики – у корня. С ростом расхода по мере приближения к режиму запираания во всех решетках отрывные области уменьшаются, а при уменьшении расхода, наоборот, увеличиваются.

На рис. 4 приведены изолинии давления на поверхности лопатки (B) и на втулочной поверхности (H), а также линии тока в отрывной области в прикорневой области на режиме b . Наблюдаемые в потоке вихри обозначены цифрами 1–7. Так как в прикорневой области наблюдается существенно нерасчетный положительный угол атаки, то образуется большая отрывная зона на стороне разреза (рис. 3к). В этой области располагаются вихри 1–5, закрученные против часовой стрелки, и вихрь 6, вращающийся по часовой стрелке. Вихри 1–4 возникают на втулочной поверхности на границе зон повышенного и пониженного статического давления и подходят к поверхности разреза в областях повышенного давления. Отрывная зона замыкается седловой точкой $S2$.

Перед входной кромкой лопатки образуется седловая точка $S1$, из которой выходят линии отрыва, отделяющие область подковообразного вихря 7 от основного потока. Ветви подковообразного вихря не затекают на поверхность разреза лопатки из-за существования упомянутой выше большой отрывной зоны. Ось вихря расположена достаточно далеко от линии отрыва. Положение седловой точки, оси

подковообразного вихря и его ветвей существенно зависит от режима работы компрессора.



и) к)
Рис. 3. Изолинии чисел Маха в проточной части компрессора

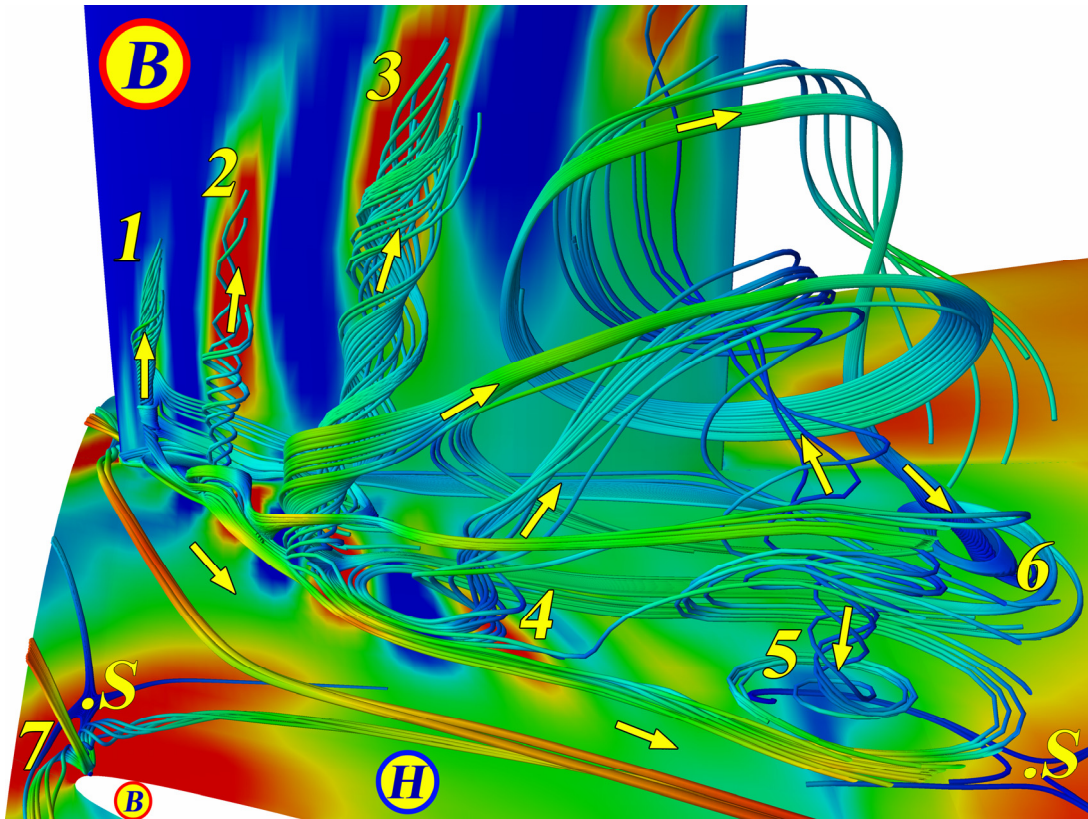


Рис. 4. Вихревая структура течения в СА2, режим *b*

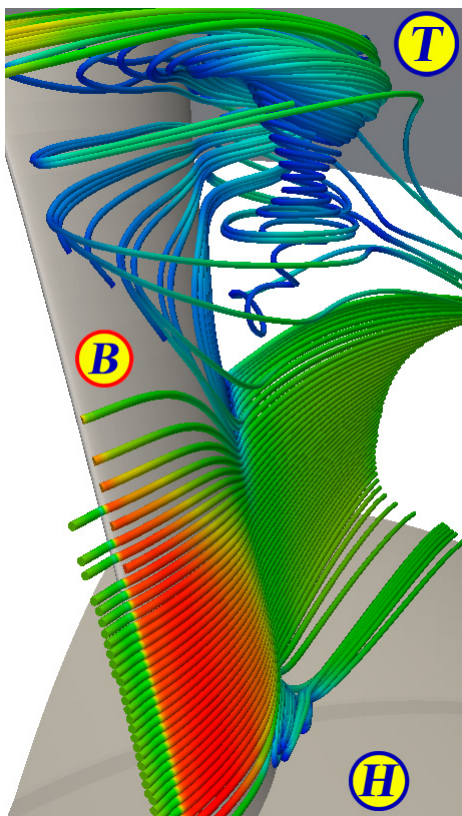


Рис. 5. Линии тока в канале у поверхности разреза СА2, режим *f*

На режиме *f* в канале СА2 наблюдается существенно иная картина течения, что можно увидеть на рис. 5, где показаны линии тока вблизи поверхности разреза лопатки. Здесь буквой *T* обозначен периферийный меридиональный обвод. Отрыв потока на стороне разреза у корня небольшой, в то время как на периферии образовалась большая протяженная зона.

Сравнение вихревой структуры течения на режимах *b* и *f* показывает, что переход с рабочей ветви характеристики на ее срывную ветвь в СА2 сопровождается перемещением отрыва из прикорневой области в периферийную при изменении осевой скорости на выходе компрессора на незначительную величину.

На рис. 5 показаны два основных вихря – у корня на выходной кромке стороны разреза лопатки и на периферии канала СА2. Большой вихрь, образующийся вблизи периферийного обвода, оттесняется основным потоком на сторону разреза лопатки. В области вихревой зоны на периферии наблюдаются, в общей сложности, три источника образования вихрей.

Выводы:

Предлагаемая модификация метода расчета течений в компрессорах при больших положительных градиентах давления, состоящая в учете ограничений реализуемости для турбулентных напряжений и в модификации граничных условий на выходе, позволяет одинаково легко проводить численное моделирование потока, как на рабочей, так и на срывной ветвях характеристики.

Анализ течения в многовенцовом компрессоре показал сложную структуру отрывных течений.

В дальнейшем целесообразно выполнить численное моделирование:

- переходных режимов в компрессорах, вызванных последовательным уменьшением (увеличением) расхода, с целью выявления гистерезисных явлений;
- устойчивости компрессора к возмущениям полного давления на входе.

Данные исследования проводились в работе [12] в постановке течения невязкого газа и, естественно, интересно повторить такие же исследования для вязкого потока. Следует отметить, что такое моделирование следует выполнять в нестационарной постановке (локальный шаг по времени недопустим). Также необходимо провести сопоставление с экспериментальными данными, например, для компрессора работы [13].

Список литературы: 1. *Єршов, С.В.* Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовінцевих турбомашинах «FlowER» [Текст] / С.В. Єршов, А.В. Русанов: Свідectво про державну реєстрацію прав автора на твір, ПА № 77. Державне агентство України з авторських та суміжних прав, 19.02.1996. 2. Развитие комплекса программ расчета трехмерных течений вязкого сжимаемого газа в лопаточных аппаратах турбомашин [Текст] / С.В. Єршов, В.А. Яковлев, А.И. Деревянко, М.Н. Гризун, Д.А. Козырец // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. трудов. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2011. – № 5. – С. 25-32. – ISSN 2078-774X. 3. *Чжен, П.* Отрывные течения [Текст] / П. Чжен. – М.: Наука. – 1972. – Т.1. – 299 с. 4. *Menter, F.R.* Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications [Text] / F.R. Menter // AIAA J. – 1994. – V. 32, No 8. – P. 1598-1605. 5. *Lumley, J.L.* Computational modeling of Turbulent Flows [Text] / J.L. Lumley // Adv. Appl. Mech. – 1978. – V. 18. – P. 123-176. 6. *Єршов, С.В.* Ограничение реализуемости для модели турбулентности SST $k-\omega$ [Текст] / С.В. Єршов // Проблемы машиностроения. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 14-23. 7. *Русанов, А.В.* Математичне моделювання нестационарних в'язких просторових течій у проточних частинах турбомашин: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.16 – турбомашини та турбоустановки / Русанов Андрей Викторович; Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України. – Х., 2005. – 362 с. 8. *Кампсти Н.* Аэродинамика компрессоров. – М.: Мир, 2000. – 688 с. 9. *Єршов, С.В.* Граничные условия во входном пограничном слое для $k-\omega$ моделей турбулентности [Текст] / С.В. Єршов // Проблемы машиностроения. – 2008. – Т. 11, № 3. – С. 24-29. 10. Unsteady Effects of Shock Wave Induced Separation [Text] / P. Doerffer et al. (Eds.) // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. – 2010. – V. 114. – 350 p. 11. *Єршов, С.В.* Квазимонотонная схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье-Стокса [Текст] / С.В. Єршов // Мат. моделирование. – 1994. – Т. 6, № 11. – С. 63-75. 12. *Yershov, S.V.* Numerical simulation of 3D separated flow through multistage turbomachine [Text] / S.V. Yershov // ICFM5/95, Proc. 5th Int. Conf. Fluid Mechanics, Cairo, Egypt, 2–5 Jan. 1995, Cairo, Cairo University Publication. – 1995. – V. 2. – P. 1-10. 13. Аэродинамические исследования модельной компрессорной ступени с малым относительным диаметром втулки [Текст]: научный отчет ХАИ / И.В. Барышев, А.И. Борисенко, В.Н. Єршов, Г.В. Павленко, В.П. Герасименко. – Х.: ХАИ, 1977. – С. 1-29. – № 561/25.

© Єршов С.В., Козырец Д.А., 2012
Поступила в редколлегию 30.01.12