УДК 62-752.8(088.8)

В.С. ГАПОНОВ, д-р техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
А.И. НАУМОВ, инженер НТУ «ХПИ»;
Ю.А. ОСТАПЧУК, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХПИ»

ОЦЕНКА НАСТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ ОПОРЫ С УПРАВЛЯЕМЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЕСТКОСТИ НА ВЕЛИЧИНУ КРИТИЧЕСКОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ЖЕСТКОГО РОТОРА

Рассматривается оценка настройки параметров опоры с управляемым изменением квазинулевой жесткости на величину критической угловой скорости жесткого ротора.

Ключевые слова: квазинулевая жесткость, опора, ротор, настройка, параметр, уравнение движения, деформация.

Введение. Использование пассивных упругих опор с управляемой квазинулевой жесткостью для высокоскоростных роторов с заданной функцией жесткости в рабочем пространстве кинематико-силовых характеристик может устранить противоречие между статической и динамической жесткостями, если система будет иметь следящие свойства по низкочастотной составляющей реакции в опорах ротора [1] и настройку её параметров на величину критической угловой скорости жесткого ротора.

Анализ последних публикаций. Вопросы эффективности применения упругих опор подшипников с управляемой квазинулевой жесткостью для высокоскоростных роторов рассмотрены в [1–3].

Цель и постановка задачи. Целью настоящей работы является обоснование возможности оценки настройки параметров динамической системы упругих опор с управляемой квазинулевой жесткостью на величину критической угловой скорости высокоскоростных роторов.

Основная часть. Рассмотрим уравнение движения системы [2] с учётом предварительной деформации упругого элемента C_{20}, которая может быть использована для получения необходимой конфигурации элементов опоры, соответствующей квазинулевой жесткости. В этом случае сила корректора (рис. 1) по линии A_1B_1 будет находится в конусе трения, следовательно, массой m_2 не управляет. Управление осуществляется силовым потоком, проходящим по C_{12}.

Жесткость системы опоры изменяемой жесткости (рис. 1) [2]

$$\left(b\cdot c_{10}\right)^{-1}\frac{dF}{d\overline{Z}}=1+c_{12}\cdot\pi_c+c_{\Pi}\left[\frac{\overline{h}_0\left(1-\overline{Z}\right)}{\overline{h}_3}\left(\pi_c-\left(1-\overline{Z}\right)-\pi_f\frac{2}{c_{10}}\right)-\left(\frac{\overline{h}_0}{\overline{h}}-1\right)\pi_c\right],$$

где $$\pi_c=\frac{c_{10}+2c_{20}}{c_{10}c_{20}};\quad \pi_f=\frac{f}{c_{10}\operatorname{tg}\alpha_0};\quad Z=x_1-x_2;\quad \overline{Z}=\frac{Z}{b}.$$

Квазинулевому участку упругой характеристике опоры (рис. 2) соответствует

$$2\frac{c_{\Pi}}{c_{10}}\geq K_{\Pi},$$

где $$2\frac{c_{\Pi}}{c_{10}}\geq\left(\frac{\overline{h}_0}{\sqrt{\overline{h}_0^2-1}}-1\right)^{-1}\overset{\text{def}}{=}K_{\Pi}.$$

© В.С. Гапонов, А.И. Наумов, Ю.А. Остапчук, 2013

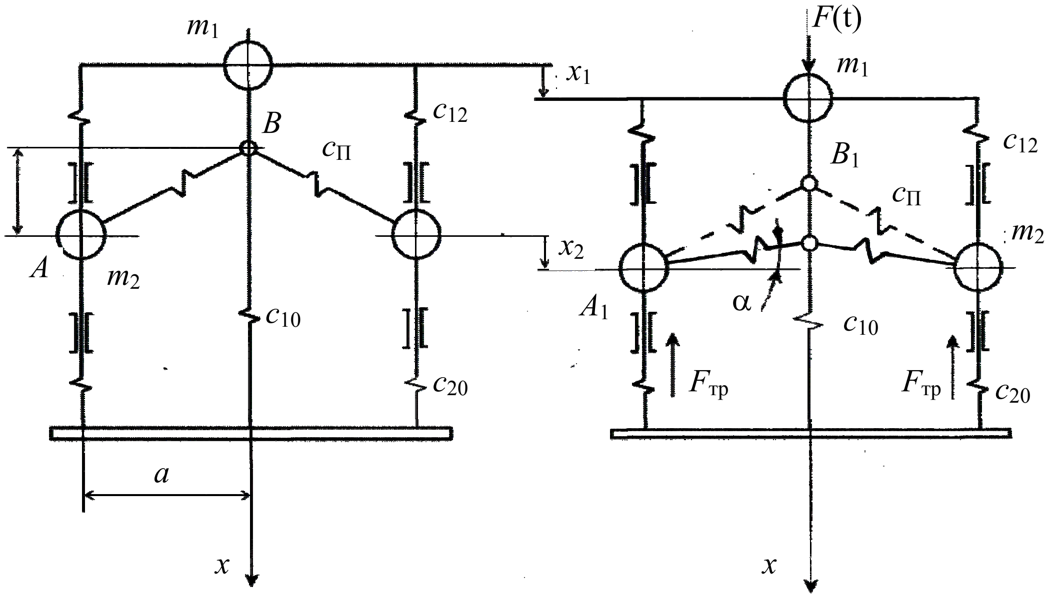

Рис. 1 – Схема системы изменяемой жесткости

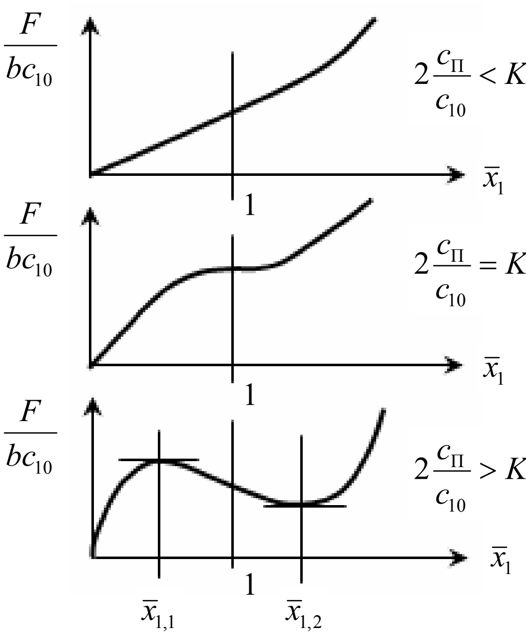

Рис. 2 – Упругая характеристика опоры

Существенной особенностью роторных систем с опорами квазинулевой жесткости является уменьшение изгибных колебаний (рис. 2) ротора во всём диапазоне скоростей. При достаточно податливых опорах (в сравнении с валом) вал проходит первую и вторую критические скорости как жесткий, образуя цилиндрическую и коническую прецессии [4].

Рассмотрим движение жесткого ротора в упругих опорах квазинулевой жесткости. Для построения расчётной схемы предполагаем, что абсолютно жесткий ротор (рис. 3), вращается в идеальных, беззазорных подшипниках, наружные кольца которого установлены в опоры управляемой квазинулевой жесткости, обладающие равномерным упругим полем в радиальном направлении. Ротор имеет весовую и моментную неуравновешенности.

Принятые обозначения: ω – частота вращения ротора относительно оси симметрии; I_1 – момент инерции ротора относительно оси симметрии; I_2 – момент инерции ротора относительно оси перпендикулярной оси вращения и проходящей через центр тяжести A_0; c_1, c_2 – коэффициенты жесткости опор соответственно A_1 и A_2.

Рассмотрим малые колебания оси ротора относительно положения равновесия. Сообщим ротору произвольное перемещение (рис. 3). Изменением координат x_0, x_1, x_2 как величинами высокого порядка малости пренебрегаем.

Выразим координаты центра тяжести и углы β, γ_1 через независимые координаты y_1, z_1, y_2, z_2, однозначно определяющие положение оси ротора.

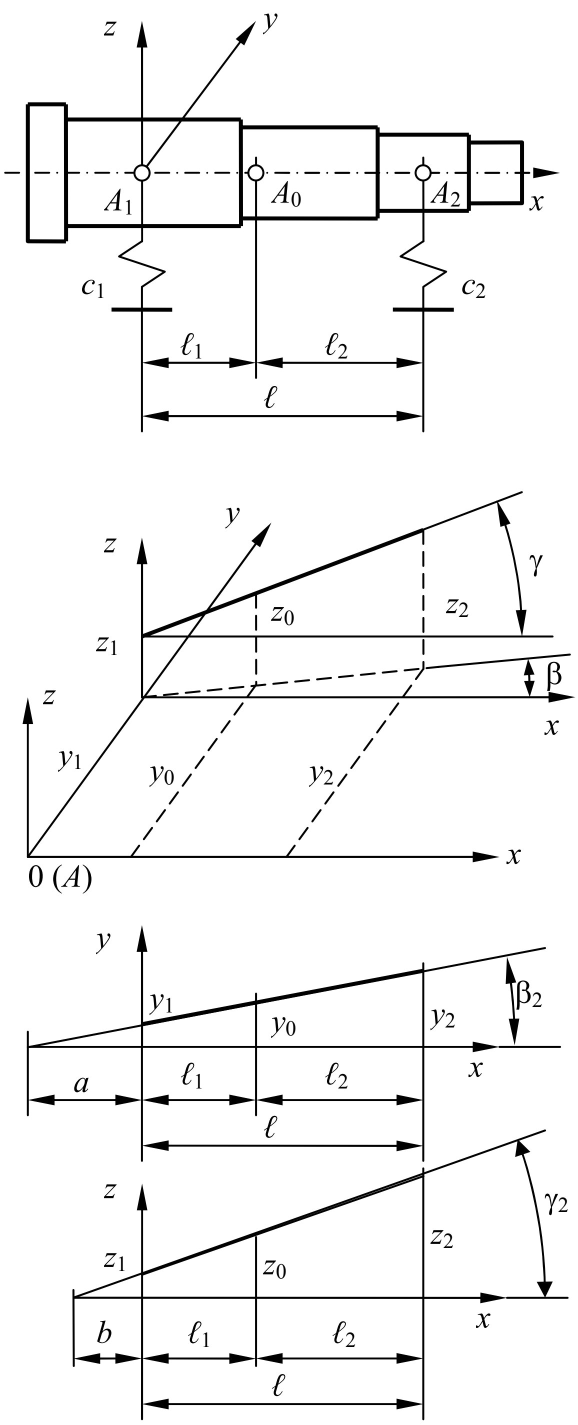

Рис. 3 – Схема ротора

$$y_0 = y_1 \frac{\ell_2}{\ell} \pm y_2 \frac{\ell_1}{\ell}; \qquad (1)$$

$$z_0 = z_1 \frac{\ell_2}{\ell} \pm z_2 \frac{\ell_1}{\ell}. \qquad (2)$$

Здесь верхний знак перед ℓ_1 соответствует расположению центру тяжести между опорами, нижний знак – вне опор.

$$\beta_2 = \frac{y_2 - y_1}{\ell}; \qquad (3)$$

$$\gamma_1 = \frac{z_2 - z_1}{\ell}. \qquad (4)$$

Уравнения движения центра инерции имеют вид:

$$M\ddot{y}_0 = -c_1 y_1 - c_2 y_2; \qquad (5)$$

$$M\ddot{z}_0 = -c_1 z_1 - c_2 z_2, \qquad (6)$$

где M – масса ротора.

Составим уравнения малых колебаний ротора относительно осей параллельных y и z и проведенных через центр инерции системы «ротор-опоры».

Главные моменты внешних сил относительно осей, проведенных через центр инерции:

$$\sum m_{cx} \cdot \left(F_K^e\right) = 0;$$

$$\sum m_{cy} \cdot \left(F_K^e\right) = z_2 \cdot c_2 \cdot \ell_2 - z_1 \cdot c_1 \cdot \ell_1;$$

$$\sum m_{cz} \cdot \left(F_K^e\right) = -y_2 \cdot c_2 \cdot \ell_2 + y_1 \cdot c_1 \cdot \ell_1.$$

Главные моменты количеств движения системы с точностью до малых величин первого порядка малости:

$$L_x = I_1 \cdot \omega;$$

$$L_y = I_1 \cdot \omega \cdot \beta - I_2 \cdot \dot{\gamma};$$

$$L_z = I_1 \cdot \omega \cdot \gamma + I_2 \cdot \dot{\beta}.$$

Изменение главного момента количеств движения в относительном движении относительно центра инерции.

$$I_1 \cdot \omega \cdot \dot{\beta} - I_2 \cdot \ddot{\gamma} = z_2 \cdot c_2 \cdot \ell_2 - z_1 \cdot c_1 \cdot \ell_1; \qquad (7)$$

$$I_1 \cdot \omega \cdot \dot{\gamma} + I_2 \cdot \ddot{\beta} = -y_2 \cdot c_2 \cdot \ell_2 + y_1 \cdot c_1 \cdot \ell_1. \qquad (8)$$

Определим вынужденные колебания ротора, вызванные его статической и динамической неуравновешенностью, если: e – расстояние между центром тяжести ротора A_0 и его геометрической осью; δ – угол между главной осью инерции ротора и его геометрической осью; ε – двухгранный угол между плоскостью, проведенной через геометрическую ось и центр тяжести и плоскостью проведенной через геометрическую ось и главную ось инерции.

Исходим из уравнений движения ротора (5)–(8). Обозначим (y, z) – координаты точки геометрической оси ротора, принадлежащей пересечению этой оси с плоскостью, перпендикулярной к оси вращения и проходящей через центр тяжести ротора. Тогда координаты центра тяжести будут:

$$\left.\begin{aligned} y_0 &= y + e\cdot\cos(\omega t); \\ z_0 &= z + e\cdot\sin(\omega t). \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Обозначим β – угол между проекцией главной центральной оси на плоскость XY и осью X. Угол между проекцией геометрической оси на плоскость XY и осью X обозначим β_2. Тогда

$$\beta = \beta_2 + \delta\cdot\cos(\omega t - \varepsilon), \tag{10}$$

где $(\omega t - \varepsilon)$ – угол между плоскостью, в которой лежит угол δ и плоскостью XY.

Обозначив γ – угол между проекцией главной центральной оси инерции на плоскость XZ и осью X, и γ_2 – угол между проекцией геометрической оси на плоскость XZ и осью X, находим:

$$\gamma = \gamma_2 + \delta\cdot\sin(\omega t - \varepsilon). \tag{11}$$

Подставив (1)–(4), (9)–(11) в равенства (5)–(8) получим:

$$\left.\begin{aligned} &M(\ell_1\ddot{y}_2 + \ell_2\ddot{y}_1) + c_1\ell y_1 + c_2\ell y_2 = Me\ell\omega^2\cos(\omega t); \\ &M(\ell_1\ddot{z}_2 + \ell_2\ddot{z}_1) + c_1\ell z_1 + c_2\ell z_2 = Me\ell\omega^2\sin(\omega t); \\ &I_1\omega(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - I_2(\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1) - c_2\ell_2\ell z_2 + c_1\ell_1\ell z_1 = \\ &\qquad = -(I_2 - I_1)\omega^2\ell\delta\sin(\omega t - \varepsilon); \\ &I_1\omega(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + I_2(\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1) + c_2\ell_2\ell y_2 - c_1\ell_1\ell y_1 = \\ &\qquad = (I_2 - I_1)\omega^2\ell\delta\cos(\omega t - \varepsilon). \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Правые части (12) – возмущающие факторы, вызванные статической и динамической неуравновешенностью ротора.

Вынужденные колебания – частное решение ищем в виде:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= a_1\cdot\cos(\omega t) + b_1\cdot\sin(\omega t); \quad y_2 = a_3\cdot\cos(\omega t) + b_3\cdot\sin(\omega t); \\ z_1 &= a_2\cdot\sin(\omega t) + b_2\cdot\cos(\omega t); \quad z_2 = a_4\cdot\sin(\omega t) + b_4\cdot\cos(\omega t). \end{aligned}\right\}$$

После соответствующих преобразований получим расчётные зависимости для различных схем приложения внешней силы к ротору.

1) Центр тяжести ротора (точка A_0) расположен вне участка между его опорами

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= a_1\cdot\cos(\omega t) + b_1\cdot\sin(\omega t); \quad y_2 = a_3\cdot\cos(\omega t) + b_3\cdot\sin(\omega t); \\ z_1 &= a_1\cdot\sin(\omega t) - b_1\cdot\cos(\omega t); \quad z_2 = a_3\cdot\sin(\omega t) - b_3\cdot\cos(\omega t). \end{aligned}\right\}$$

$$a_1 = \frac{1}{f_2(\omega)}\left[Me\ell\omega^2\left[(I_2 - I_1)\omega^2 + c_2\ell_2\ell\right] - (M\ell_1\omega^2 - c_2\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2\cos\varepsilon\right];$$

$$a_3 = \frac{1}{f_2(\omega)}\left[Me\ell\omega^2\left[(I_2 - I_1)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right] - (M\ell_2\omega^2 + c_1\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2\cos\varepsilon\right];$$

$$b_1 = \frac{-1}{f_2(\omega)}(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell)(I_2 - I_1)\ell\delta\omega^2\sin\varepsilon;$$

$$b_3 = \frac{-1}{f_2(\omega)}\left(M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right)\left(I_2 - I_1\right)\ell\delta\omega^2 \sin\varepsilon ;$$

$$f_2(\omega) = \left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 + c_2\ell_2\ell\right]\left(-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right) - \left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right]\left(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell\right) .$$

2) Центр тяжести ротора (точка A_0) расположен между опорами

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t); \\ z_1 &= a_1 \cdot \sin(\omega t) - b_1 \cdot \cos(\omega t); \\ y_2 &= a_3 \cdot \cos(\omega t) + b_3 \cdot \sin(\omega t); \\ z_2 &= a_3 \cdot \sin(\omega t) - b_3 \cdot \cos(\omega t). \end{aligned}\right\}$$

$$a_1 = \frac{1}{f_2(\omega)}\left[Me\ell\omega^2\left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_2\ell_2\ell\right] - \left(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell\right)\left(I_2 - I_1\right)\ell\delta\omega^2\cos\varepsilon\right];$$

$$a_3 = \frac{1}{f_2(\omega)}\left[Me\ell\omega^2\left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right] - \left(-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right)\left(I_2 - I_1\right)\ell\delta\omega^2\cos\varepsilon\right];$$

$$b_1 = \frac{-1}{f_2(\omega)}\left(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell\right)\left(I_2 - I_1\right)\ell\delta\omega^2 \sin\varepsilon ;$$

$$b_3 = \frac{-1}{f_2(\omega)}\left(-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right)\left(I_2 - I_1\right)\ell\delta\omega^2 \sin\varepsilon ;$$

$$f_2(\omega) = \left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_2\ell_2\ell\right]\left(M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right) - \left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right]\left(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell\right) .$$

Критические угловые скорости ротора (рис. 4).

$$F = F_0 \cdot \cos(\omega t).$$

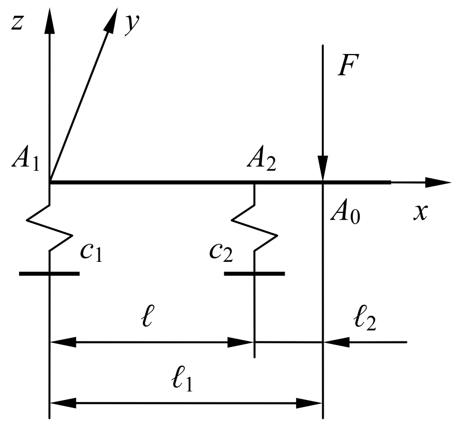

Рис. 4 – Критические угловые скорости ротора

Уравнения движения точек ротора $A_1(y_1, z_1)$ и $A_2(y_2, z_2)$

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= a_1 \cos(\omega t); \\ z_1 &= -a_1 \sin(\omega t); \\ y_2 &= a_3 \cos(\omega t); \\ z_2 &= -a_3 \sin(\omega t). \end{aligned}\right\}$$

$$a_1 = \frac{F_0\ell\left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 + c_2\ell_2\ell\right]}{2f_2(\omega)} + \frac{F_0\ell\left[\left(I_2 + I_1\right)\omega^2 + c_2\ell_2\ell\right]}{2f_1(\omega)};$$

$$a_3 = \frac{F_0\ell\left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right]}{2f_2(\omega)} + \frac{F_0\ell\left[\left(I_2 + I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right]}{2f_1(\omega)};$$

$$f_1(\omega) = \left[\left(I_2 + I_1\right)\omega^2 - c_2\ell_2\ell\right]\left(-M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right) - \left[\left(I_2 + I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right]\left(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell\right) ;$$

$$f_2(\omega) = \left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_2\ell_2\ell\right]\left(M\ell_2\omega^2 + c_1\ell\right) - \left[\left(I_2 - I_1\right)\omega^2 - c_1\ell_1\ell\right]\left(M\ell_1\omega^2 - c_2\ell\right) .$$

Выводы. Оценка настройки параметров опоры подшипников ротора представлена в виде критических угловых скоростей жесткого ротора в двух упругих опорах

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{R_1 \pm \sqrt{S_1^2 - 4M\left(I_1 - I_2\right)c_1c_2\ell^2}}{2M\left(I_1 - I_2\right)}} ,$$

где $R_1=(c_1+c_2)(I_1-I_2)+M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)$; $S_1=(c_1+c_2)(I_1-I_2)-M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)$

Критические угловые скорости обратной прецессии

$$\omega_{3,4}=\sqrt{\frac{R_2\pm\sqrt{S_2^2-4M(I_1+I_2)c_1c_2\ell^2}}{2M(I_1+I_2)}},$$

где $R_2=(c_1+c_2)(I_1+I_2)+M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)$; $S_2=(c_1+c_2)(I_1+I_2)-M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)$

Для достаточно малых (квазинулевых) значений c_1 и c_2 справедливы такие зависимости

$$\omega_{1,2}^2=\frac{R_1\pm S_1}{2M(I_1-I_2)};\qquad \omega_{3,4}^2=\frac{R_2\pm S_2}{2M(I_1-I_2)}$$

или

$$\omega_{1,2}^2=\frac{(c_1+c_2)(I_1-I_2)+M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)\pm(c_1+c_2)(I_1-I_2)-M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)}{2M(I_1-I_2)};$$

$$\omega_{3,4}^2=\frac{(c_1+c_2)(I_1+I_2)+M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)\pm(c_1+c_2)(I_1+I_2)-M(c_1\ell_1^2+c_2\ell_2^2)}{2M(I_1-I_2)};$$

$$\omega_1^2=\frac{c_1+c_2}{M};\quad \omega_3^2=\frac{(c_1+c_2)(I_1+I_2)}{M(I_1-I_2)};\quad \omega_2^2=0.$$

Список литературы: **1.** Пат. 62934 Україна, МПК[7]F16F13/00, 15/02. Пасивна віброзахисна система з керованою квазінульовою жорсткістю / Гапонов В.С., Калінін П.М.; Заявник та патентовласник НТУ «ХПІ». № 99020889; заявл. 16.02.1999; опубл. 15.01.2004, Бюл. № 1. – 9 с.: іл. **2.** *Гапонов, В.С.* Математическая модель упругой опоры с управляемой квазинулевой жесткостью для подшипников высокоскоростных роторных систем [Текст] / В.С. Гапонов, А.И. Наумов, Ю.А. Остапчук // Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. Вісник НТУ «ХПІ». Зб. наук. праць. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2012. – № 8. – С. 131-136. – ISSN 2078-774X. **3.** *Гапонов, В.С.* Упругая опора подшипников ротора с управляемым изменением квазинулевой жесткости [Текст] / В.С. Гапонов, А.И. Наумов // Автомобиле- и тракторостроение. Вісник НТУ «ХПІ». Зб. наук. праць. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2010. – № 33. – С. 68-73. **4.** *Кельзон, А.С.* Расчет и конструирование роторных машин [Текст] / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с.

Поступила в редколлегию 15.01.13

УДК 62-752.8(088.8)

Оценка настройки параметров опоры с управляемым изменением квазинулевой жесткости на величину критической угловой скорости жесткого ротора [Текст] / **В.С. Гапонов, А.И. Наумов, Ю.А. Остапчук** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 12(986). – С. 128-133. – Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2078-774X.

Розглядається оцінка настройки параметрів опори з керованою зміною квазинулевої жорсткості на величину критичної кутової швидкості твердого ротора.

Ключові слова: квазинульова жорсткість, опора, ротор, настройка, параметр, рівняння руху, деформація.

The estimation of adjustment of parameters of a support with operated change of quasizero rigidity on size of critical angular speed of a rigid rotor is considered.

Keywords: quasizero, rigidity, a support, a rotor, adjustment, parameter, the equation of movement, deformation.