

УДК 621.664:62-503.56

З.Я. ЛУРЬЕ, д-р техн. наук; проф. НТУ «ХПИ»;
А.И. ГАСЮК, канд. техн. наук; доц. НТУ «ХПИ»

ПОЭТАПНАЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ КАЧАЮЩИХ УЗЛОВ ШЕСТЕРЕННЫХ НАСОСОВ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПО ЗАДАННОМУ РАБОЧЕМУ ОБЪЕМУ

В статье обсуждается поэтапный подход к проектированию качающих узлов как к объектам многокритериальной оптимизации. Заданный рабочий объем вводится в модель как псевдокритерий с критериальным ограничением.

Ключевые слова: шестеренный насос внутреннего зацепления, качающий узел, математическая модель, критерий, многокритериальная оптимизация.

Введение

К настоящему времени шестеренные насосы внутреннего зацепления (НШВ) по сравнению с насосами внешнего зацепления получают опережающее развитие за счет исключения запираания рабочей жидкости (РЖ) в межзубовых впадинах, расширения зон всасывания и нагнетания, повышения давления до 30 МПа, рабочего объема до 250 см³, снижения пульсаций подачи до (2–3) %, снижения минимального уровня шума (менее 68 дБА). Дальнейшее совершенствование данного типа гидромашин связано с постановкой и решением оптимизационных задач применительно к зубчатой передаче (ЗП), качающему узлу (КУ) и НШВ в целом. В этом случае ряд функциональных ограничений по толщине зубьев колес по окружности вершин, радиальных зазоров во впадинах колес, по интерференциям зубьев колес с переходными кривыми, по кинематическим параметрам (удельным скольжениям, образующих силовые факторы в ЗП) можно принять за критерии и в целом повысить показатели качества НШВ.

Настоящая статья посвящена многокритериальному проектированию КУ, как основному узлу НШВ, и содержит предложения к поэтапному подходу поиска оптимального решения.

Анализ предшествующих исследований

В работе [1] решается задача многокритериальной оптимизации КУ НШВ с эвольвентным зацеплением на основе метода исследования пространства параметров (ИПП) [2] с 21 варьируемыми параметрами, принятыми 15 функциональными ограничениями и 9 критериями, отражающими различные характеристики его функционирования (коэффициент перекрытия, удельные скольжения в нижних точках активного профиля, значения радиальных зазоров, толщины зубьев по окружности вершин шестерни и колеса и др.). Задача решается поэтапно с элементами локальной оптимизации. Модель усложнена выражениями по модификации поверхности зубьев шестерен, которая в НШВ практически не используется. Выбор варианта решения задачи, в которых значения рабочего объема не выходит за пределы допуска осуществлялся вручную, что существенно затруднял анализ полученных решений. Алгоритм поиска оптимального решения необоснованно усложнен и учитывает дополнительные этапы характерные при проектировании редукторов. Принятые значения диаметра окружности вершин da_{02} , коэффициента смещения X_{02} и толщины зуба S_{02} на делительной окружности долбяка не учитывают в полной мере рекоменда-

© З.Я. Лурье, А.И. Гасюк, 2014

ции справочного пособия [3], в связи с чем ряд значений в таблицах испытаний содержит погрешности. В работе [1] отсутствует один из важных критериев – пульсация подачи.

Работа [4] посвящена оптимизации параметров НШВ с эвольвентным зацеплением. Авторы отмечают, что проектирование НШВ является сложным процессом и поиск лучшего решения связан с оптимизацией параметров профиля зубьев колес насоса и конструктивных параметров. Подробно рассмотрен вопрос пульсации подачи и соответственно пульсации давления, вызывающей шум насоса. В качестве варьирующих параметров при оптимизации приняты: число зубьев колеса Z_2 смещения X_1 и X_2 колес, угол профиля исходного контура α , модуль m и коэффициент головки шестерни h_{a1}^* при выбранном Z_1 . Параметрические ограничения представлены неравенствами $0 \leq X_1 \leq 1$; $0 \leq X_2 \leq 1$; $14 \leq Z_2 \leq 20$; $15^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$; $0 \leq h_{a1}^* \leq 1$; $1 \leq m \leq 5$. За единственный критерий принята пульсация подачи $\sigma \rightarrow \min$, которая по мнению авторов, влияет не только на шум насоса, но и на динамические характеристики всей гидросистемы и на профиль зуба. Поскольку критерий и большинство функциональных ограничений являются нелинейными функциями конструктивных и варьируемых параметров оптимизация КУ рассматривается как задача нелинейного программирования. В результате решения получены следующие результаты: $Z_1 = 13$; $Z_2 = 17$; $X_1 = 0,6$; $X_2 = 0,77$; $\alpha = 25^\circ$; $h_{a1}^* = 0,82$; $\varepsilon_\alpha = 1,05$; $\sigma = 2,08\%$. Однако здесь решена лишь однокритериальная задача, хотя такие показатели качества зацепления как радиальные зазоры колес, толщины зубьев колес на окружности вершин, коэффициент перекрытия и др. могут быть приняты за критерии многокритериальной оптимизации.

В работе [5] анализируется влияние коэффициентов смещений X_1 и X_2 на положение начальной точки зацепления (точки вхождения в зацепление) и конечной точки зацепления (точки выхода из зацепления), называемых зоной зацепления. Авторы отмечают, что предварительным условием проектирования НШВ является обязательное наличие зубчатого зацепления с малой разницей зубьев и с положительным смещением. Предложены уравнения мгновенной подачи, максимума и минимума ее, рабочего объема и пульсации подачи, которые целесообразно сравнить с аналогичными выражениями работы [6].

В работе [7] отмечается, что при небольшой разнице зубьев шестерни и колеса НШВ возникает интерференция зубьев и интерференция колес. Эти явления приводят к поломке деталей вплоть до полной их непригодности. Приведенные в статье функциональные ограничения, обеспечивающие отсутствие интерференции различного рода, имеются в отечественных работах [3, 8] и ГОСТ. Это повышает достоверность их ввода в модель КУ.

В целом можно отметить следующее:

– НШВ является объектом многокритериальной оптимизации с принятыми или назначенными в процессе постановки и решения оптимальных задач критериальными ограничениями;

– литературные источники [1, 3, 8] позволяют обосновано построить математическую модель КУ, адекватную натурному образцу, в части функциональных уравнений и ограничений;

– при формировании алгоритма решения многокритериальной задачи следует исключить этапы локальных оптимизаций (зависимостей влияния коэффициента смещения колес на зону зацепления, угла зацепления на коэффициент подачи насоса,

коэффициент головки зуба на коэффициент пульсации и др.), при которых варьируется только один параметр, а остальные принимаются постоянными.

Постановка задачи

Рассматривая КУ НШВ, как объект многокритериальной оптимизации, следует в математическую модель включить:

- функциональные уравнения, определяющие параметры КУ зуба, кинематические параметры, рабочий объем;
- варьируемые параметры и их ограничения.

В качестве метода многокритериальной оптимизации принимается метод (ИИП), хорошо зарекомендовавший себя при решении конкретных задач в различных отраслях науки и техники. Алгоритм поиска оптимальных решений на основе предварительных исследований характеризуется следующими этапами:

- на первом этапе при отключении критериальных ограничений определяется Парето-множество большого размера для корреляционного анализа назначенных критериев;
- второй этап с включением критериальных ограничений формирует множество решений, в которых содержится информация о диапазоне изменения рабочего объема как псевдокритерия;
- на третьем этапе вводятся ограничения на заданный рабочий объем конкретного НШВ, что уменьшает множество D , из которого и следует определение оптимального решения.

ММ КУ включает уравнение [3, 8] геометрических параметров зубчатой передачи – делительное межосевое расстояние $a = 0,5 (Z_2 - Z_1)m$; коэффициент разности смещений колеса и шестерни $X_d = X_2 - X_1$; угол зацепления $\text{inv } \alpha_w = \text{inv } \alpha + 2X_d \text{tg} \alpha / (Z_1 - Z_2)$; межосевое расстояние $a_w = a \cos \alpha / \cos \alpha_w$; делительный диаметр шестерни $d_1 = Z_1 m$, колеса $d_2 = Z_2 m$, долбяка $d_{02} = Z_{02} m$ и др. всего 26 уравнений; углы и радиусы кривизны профиля зуба в точке по окружности вершин шестерни $\alpha_{a1} = \arccos(d_{b1}/d_{a1})$, колеса $\alpha_{a2} = \arccos(d_{b2}/d_{a2})$ и долбяка $\alpha_{a02} = \arccos(d_{b02}/d_{a02})$ всего 9 уравнений; 5 уравнений позволяют вычислить шаг зубьев, длину линии зацепления, шаги по начальной и основной окружностям, коэффициент перекрытия. Важной составляющей модели являются формулы кинематических параметров (их 11).

Рабочий объем НШВ согласно работе [6]

$$V_o^H = b\pi \left[d_{w1}(h_1 + h_2) + h_1^2 - \frac{d_{w1}}{d_{w2}} h_2^2 - \left(1 - \frac{d_{w1}}{d_{w2}} \right) \frac{l_{ш}^2}{12} \right],$$

где

$$l_{ш}^2 = (4 - 6\varepsilon_\alpha + 3\varepsilon_\alpha^2) P_B^2.$$

Здесь b – ширина колес; d_{w1}, d_{w2} – диаметры начальных окружностей колес; h_1, h_2 – высота зубьев колес; ε_α – коэффициент перекрытия; P_B – шаг по основной окружности.

В качестве варьируемых параметров приняты: $Z_1, Z_2, \alpha, h_{a1}^*, C^*, m, X_1, X_2, d_{b02}, z_{02}, h_{f1}^*$ – коэффициент ножки зуба шестерни, h_{a2}^* – коэффициент высоты головки зуба колеса, x_{02} и «в» (всего 14 параметров). Варьируемые параметры совместно с диапазоном изменений составляют параметрические ограничения.

Функциональные ограничения, выполнение которых обеспечивает работоспособность КУ, а также 9 критериев изложены в работе [1] и поэтому в статье не приводятся.

В качестве 10-го критерия принимается пульсация подачи [6]

$$\sigma = \frac{(d_{w2} - d_{w1})l_{ш}^2}{4d_{w2} \left[d_{w1}(h_1 + h_2) + h_1^2 - \frac{d_{w1}}{d_{w2}} h_2^2 \right]}.$$

Определение начальных значений варьируемых параметров долбяка d_{a02} , z_{02} и x_{02} выполняется путем совместного решения уравнений:

$$d_{a02} = m(z_{02} + 2c_{02}^* + 2h_{02}^* + 2x_{02}); \quad (1)$$

$$x_{02} = \frac{s_{02} - 0,5\pi m}{2m \operatorname{tg} \alpha}; \quad (2)$$

$$s_{02} = d_{02} \left(\frac{0,5\pi + 2x_{02} \operatorname{tg} \alpha}{z_{02}} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_{02} \right); \quad (3)$$

$$\cos \alpha_{02} = \frac{mz_{02} \cos \alpha}{d_{02}} \quad (4)$$

при заданном значении s_{02} (толщины зуба долбяка на делительной окружности) [8].

Решение

Задача оптимизации КУ в многокритериальной постановке в соответствии с принятым алгоритмом решается применительно к НШВ на номинальное давление 25 МПа с рабочим объемом 13 см³. Полученное на первом этапе большое множество решений (за счет отключения критериальных ограничений) 131 из 500 пробных точек позволило определить коэффициенты корреляции $R_{i,j}$ между критериями (таблица 1) согласно уравнению [2]

$$R_{i,j} = \frac{\sum_{n=1}^{КТ} (F_{i,n} - \bar{F}_i)(F_{j,n} - \bar{F}_j)}{\sigma_i \sigma_j},$$

где i, j – номера критериев, выступающих в качестве параметров (случайных величин); КТ – число точек в таблице испытаний; $F_{i,n}$ – значение i -го критерия точки n ; $F_{j,n}$ – значение j -го критерия точки n ; $\bar{F}_i = \frac{1}{КТ} \sum_{n=1}^{КТ} F_{i,n}$, $\bar{F}_j = \frac{1}{КТ} \sum_{n=1}^{КТ} F_{j,n}$ – среднее арифметическое отклонение i -го и j -го критериев. При $КТ \rightarrow \infty$ \bar{F}_i и \bar{F}_j стремятся к

математическим ожиданиям; $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{КТ} \sum_{n=1}^{КТ} (F_{i,n} - \bar{F}_i)^2}$, $\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{КТ} \sum_{n=1}^{КТ} (F_{j,n} - \bar{F}_j)^2}$ – среднее

квадратическое отклонение i -го и j -го критериев. При $КТ \rightarrow \infty$ подкоренные выражения стремятся к дисперсиям. Подчеркнем, что коэффициент корреляции характеризует не вязкую зависимость, а только линейную. Известно, что метод ИПП позволяет принять любые критерии, не заботясь об их независимости. Линейно зависимые критерии не затрудняют исследования пространства параметров и не мешают выбору критериальных ограничений. Но нахождение важнейших критериев представляет практическую значимость для корректировки постановки задачи, построения различных аналитических методов приближенного изучения объекта и др.

Наибольшее значение коэффициента корреляции, равное 0,985, определено между критериями $F5 = C_2$ (радиальный зазор во впадине колеса) и $F8 = S_{a1}$ (толщина зубьев по поверхностям вершин шестерни).

С ростом C_2 растет S_{a1} . Это подтверждается физической картиной зацепления и уравнениями ЗП. Поэтому один из критериев является лишним. С увеличением C_2 растет замкнутый объем, а также «вредный» объем насоса. С другой стороны с ростом S_{a1} повышается изгибная прочность зуба и снижается возможность скалывания головки зуба. В данном конкретном случае корреляционного анализа значимость критериев C_2 и S_{a1} практически одинакова и поэтому дальнейшие исследования выполнялись с их участием.

Таблица 1
Коэффициенты корреляции критериев оптимизации КУ НШВ

Критерии	Коэффициенты корреляции								
	$F1$	$F2$	$F3$	$F4$	$F5$	$F6$	$F7$	$F8$	$F9$
$F2$	0,690	–	–	–	–	–	–	–	–
$F3$	0,087	0,480	–	–	–	–	–	–	–
$F4$	0,025	–0,120	0,040	–	–	–	–	–	–
$F5$	0,573	0,040	0,260	–0,410	–	–	–	–	–
$F6$	0,038	–0,019	0,390	0,165	–0,210	–	–	–	–
$F7$	–0,360	0,225	0,823	–0,165	0,715	0,202	–	–	–
$F8$	0,520	0,060	0,370	–0,387	0,985	–0,144	0,794	–	–
$F9$	0,540	0,324	0,390	0,730	–0,624	0,017	–0,074	–0,556	–
$F10$	0,200	0,277	–0,440	–0,610	0,224	0,157	–0,028	0,224	–0,578

Примечание: в рамке обозначено значение тесной корреляционной связи

Графически корреляционная связь между парами критериев выглядит в виде проекции возможных решений на плоскости, образованной парами этих критериев для Z .

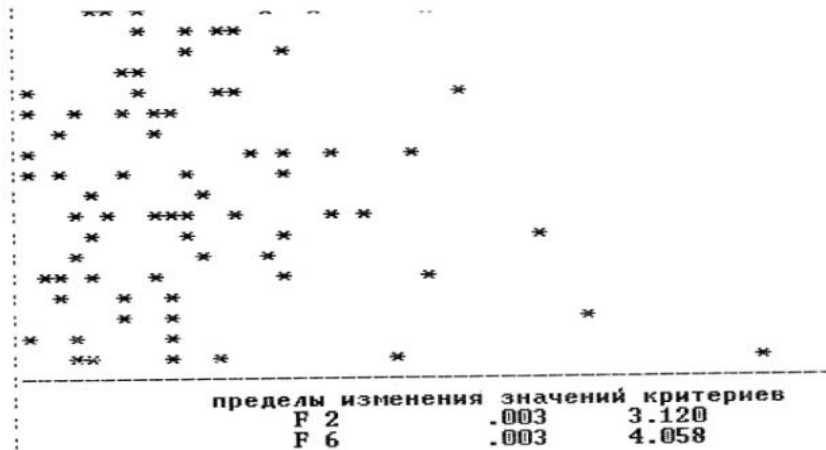
На рис. 1 показаны три таких проекции для трех пар критериев с разными коэффициентами корреляции: на рис. 1а с минимальным значением $R_{2,6} = -0,019$; на рис. 1б со значением $R_{3,7} = 0,823$ и на рис. 1в со значением $R_{5,8} = 0,985$. Как видно из приведенных рисунков, при очень малых R значения критериев хаотически разбросаны на плоскости. При $R_{3,7} = 0,823$ значения критериев начинают группироваться в линейном направлении и, наконец, при $R_{5,8} = 0,985$ значения критериев 5 и 8 образуют линейную зависимость.

При выполнении первого этапа были приняты следующие параметрические ограничения: $Z_1 = 13$; $Z_2 = 20$; $\alpha = 25^\circ$; $C_1^* = (0,55-1)$; $C_2^* = (0,2-1)$; $m = 2,25$ мм; $X_1 = (0,1-1)$; $X_2 = (0,2-1)$; $d_{a02} = 34,4$ мм; $z_{02} = 13$; $h_{f1}^* = (0,8-1)$; $h_{a2}^* = (0,8-1)$; $x_{02} = 0,02$; $b = 13,5$ мм.

На втором этапе в ММ введены критериальные ограничения за исключением допуска на отклонения псевдокритерия V_0 относительно значения 13 см^2 . В тексте подпрограммы CF пакета ОПТ критерий $F9 = S_{a2}$ заменен на V_0 (с целью вывода на экран). На рис. 2 изображена таблица испытаний, включающая 11 решений, каждое из которых содержит значения 9 критериев и псевдокритерия V_0 , удовлетворяющих параметрическим, функциональным и критериальным ограничениям.

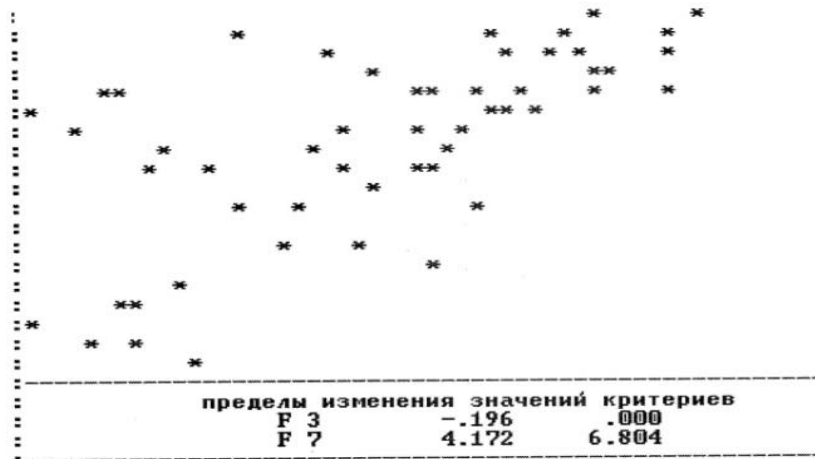
При этом параметрические ограничения, за исключением параметра «в» вместо $13,5$ принят $13,6$ мм, остались неизменными. Значения псевдокритерия находятся в диапазоне $10,638-13,784$ мм. Принятый допускаемый диапазон $12,85-13,15$. После включения допускаемого диапазона V_0 из 11 решений рис. 2 осталось три решения (рис. 3), содержащие V_0 , равными $13,005$ (в двух решениях) и $13,054$ мм.

Коефіцієнт кореляції $-0,019$



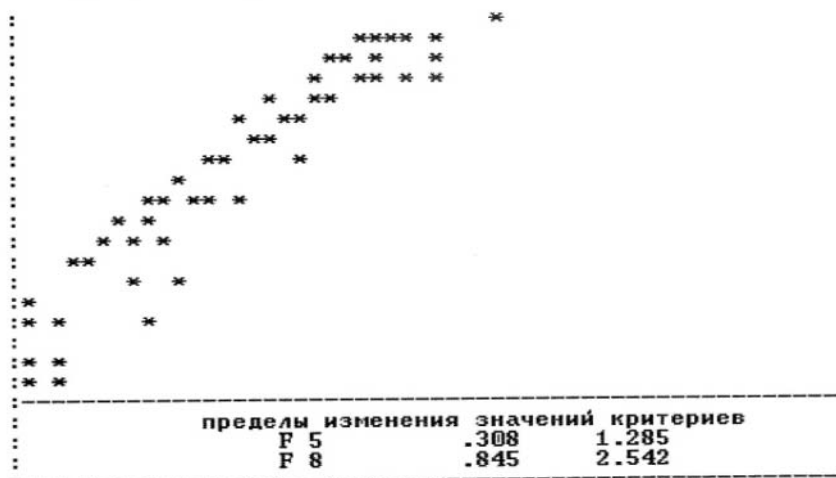
a

Коефіцієнт кореляції $0,823$



б

Коефіцієнт кореляції $0,985$



в

Рис. 1 – Проекция распределений возможных решений в плоскости критериев:
 а – $R_{2,6} = -0,019$; б – $R_{3,7} = 0,823$; в – $R_{5,8} = 0,985$

№ точки	значения критериев						
1	1.043	.567	-.016	1.032	.802	2.759	6.288
1.842	12.827	1.190					
2	1.031	.673	-.011	.245	1.099	2.922	6.567
2.221	10.941	1.394					
3	1.038	.136	-.170	.906	.719	1.204	4.849
1.512	11.161	1.367					
4	1.049	.524	-.033	1.234	.861	1.573	6.187
1.926	13.005	1.174					
5	1.035	.669	-.006	1.359	.899	1.690	6.375
1.933	13.005	1.174					
6	1.037	.450	-.055	.693	1.010	1.264	6.165
2.140	11.733	1.301					
7	1.031	.142	-.141	1.625	.345	.328	4.722
.999	13.054	1.170					
8	1.032	.626	-.009	.226	1.041	3.061	6.606
2.183	11.261	1.355					
9	1.034	.153	-.175	.757	.970	.606	5.095
1.873	10.638	1.434					
10	1.039	.332	-0.91	1.199	.733	2.128	5.443
1.665	12.092	1.262					
11	1.030	.413	-.057	1.920	.713	.733	5.743
1.674	13.724	1.113					
F8	F1/F9	F2/F10	F3	F4	F5	F6	F7
№ критериев и псевдокритерия в тексте программы OPT							
Физический смысл и размерность критерия							
S_{a1}	E_a/V_0	TT1/G	TT2	C1	C2	P1	P2
мм	-, см ²	-	-	мм	мм	мм	мм

Рис. 2 – Распечатка таблицы испытаний при многокритериальной оптимизации КУ НШВ с указанием номера критерия в программном обеспечении пакета, его обозначении в мм и размерности

№ точки	значения критериев						
1	1.049	.524	-.033	1.234	.861	1.573	6.187
1.926	13.005	1.174					
2	1.035	.669	-.006	1.359	.899	1.690	6.375
1.933	13.005	1.174					
3	1.031	.142	-.141	1.625	.345	.328	4.722
.999	13.054	1.170					

Рис. 3 – Таблица испытаний, полученная из табл. рис. 2 после включения поля допуска V_0

Здесь еще включен псевдокритерий V_0 , чтобы видеть в каждом решении табл. рис. 3 значения V_0 . При увеличении параметра «в» с 13,6 до 13,65 мм таблица испытаний (множество D [2]) увеличилось с 3 до 4 решений (рис. 4) и V_0 имеет следующие значения: 12,874; 13,053 (в двух решениях) и 13,102 мм.

Среди решений рис. 4 нет ни одного, чтобы все критерии были лучше. Поэтому выбор оптимального решения может быть основан на выборе варианта с большим числом критериев, имеющих лучшие значения. На основе анализа данных рис. 4 этому условию отвечает решение 3, принимаемое за оптимальное.

№ точки	значения критериев						
1	1.043	.567	-.016	1.032	.802	2.759	6.288
1.842	12.874	1.190					
2	1.049	.524	-.033	1.234	.861	1.573	6.187
1.926	13.053	1.174					
3	1.035	.669	-.006	1.359	.899	1.690	6.375
1.933	13.053	1.174					
4	1.031	.142	-.141	1.625	.345	.328	4.722
.999	13.102	1.170					

Рис. 4 – Таблица испытаний, полученная при параметре $v = 13,65$ мм

Выводы

1 Выполненный обзор работ, связанных с улучшением показателей качества КУ показал, что НШВ и его основные узлы являются объектами многокритериальной оптимизации.

2 Разработанная математическая модель, включающая уравнения геометрических и кинематических параметров, ограничения и критерии, представлена в виде удобном для поэтапного подхода решения задачи оптимального проектирования КУ методом исследования пространства параметров, начиная с корреляционного анализа на первом этапе принятых критериев до решения поставленной задачи на третьем этапе.

3 Обеспечение заданного рабочего объема реализуется путем ввода в математическую модель его как псевдокритерия с критериальным ограничением в виде поля допуска.

4 Предлагаемый поиск оптимального решения основан на выборе из множества D решения, содержащего большее число критериев с лучшими значениями.

Список литературы: 1. Лурье, З.Я. Многокритериальная оптимизация основных параметров качающих узлов шестеренных насосов внутреннего зацепления [Текст] / З.Я. Лурье, А.И. Жерняк // Вестник машиностроения. – № 8. – 1995. – С. 3-8. 2. Соболев, И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями [Текст] / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – М.: Дрофа, 2006. – 175 с. 3. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внутреннего зацепления [Текст]: справ. пособие // Расчет геометрических параметров / И.А. Болотовский, В.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, В.И. Шендерей. – М.: Машиностроение, 1977. 4. Jianshou, Z. Teehniq of design parameters for quied internal pump [Text] / Z. Jianshou, D. Xingen, X. Weixian // J Shanghai Univ. – 1990. – N 3. – P. 70-76. 5. Jianshon, Z. Drive characteristics of internal gear pump and a new metod of anabytical calculation of flow rate [Text] // Mach. Tool and Hydraul. – 1990. – N 3. – P. 25-28. 6. Кулагин, А.В. Основы теории и конструирования гидропередач [Текст] / А.В. Кулагин, Ю.С. Демидов, Л.А. Кондаков; под ред. В.Н. Прокофьева. – М.: Высшая школа, 1968. – 390 с. 7. Zhu Yougde. Design of geare for interal gears pump [Text] / Yougde Zhu // Mach Tool and Hydraulic. – 1988. – N 4. – P. 11-14. 8. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления [Текст]: справ. пособие / И.А. Болтовский, В.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, В.И. Шендерей. – М.: Машиностроение, 1974. – 160 с.

Поступила в редколлегию 11.09.13

УДК 621.664:62-503.56

Поэтапная многокритериальная оптимизация качающих узлов шестеренных насосов внутреннего зацепления по заданному рабочему объему [Текст] / З.Я. Лурье, А.И. Гасюк // Вісник НТУ «ХП». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Х.: НТУ «ХП», 2014. – № 1(1044). – С. 69-76. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-774X.

У статті обговорюється поетапний підхід до проектування вузлів, що гойдаються, як до об'єктів багатокритеріальної оптимізації. Заданий робочий об'єм вводиться в модель як псевдокритерій з критеріальним обмеженням.

Ключові слова: шестерневий насос внутрішнього зацеплення, вузол, що гойдається, математична модель, критерій, багатокритеріальна оптимізація.

The article discusses a phased approach to design leecher nodes as objects of multi-objective optimization. A given displacement is introduced into the model as a criterial psevdokriteriy limitation.

Keywords: gear pump with internal engagement, pumping unit, a mathematical model, the criterion multi-objective optimization.