УДК 536.2 **doi: 10.20998/2078-774X.2016.10.09**

В. А. ЯЧМЕНЁВ, В. В. НИКОЛЕНКО

РАСЧЁТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В СОСТАВНОМ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ ТЕЛЕ С УЧЁТОМ ОБОБЩЁННОГО ЗАКОНА ФУРЬЕ

АННОТАЦИЯ *Рассматривается задача расчёта температурных полей в составном полубесконечном теле. В качестве модели принято уравнение теплопроводности с дробной производной, которая учитывает нелокальность тепловых процессов по времени. На границе полосы и полупространства предполагается идеальный тепловой контакт. Задача решена с помощью преобразования Лапласа. На основании тауберовых теорем получено асимтотическое решение для малых времён. Решение записано в виде обобщённых рядов.*

Ключевые слова: *уравнение теплопроводности, дробная производная, идеальный тепловой контакт, прямое и обратное преобразование Лапласа, функции Маинарди.*

V. YACHMENEV, V. NIKOLENKO

CALCULATION OF TEMPERATURE FIELDS FOR THE COMPOUND SEMI-INFINITE SOLID TAKING INTO CONSIDERATION GENERALIZED FOURIER LAW

ABSTRACT *Temperature fields in extended solids and the solids that have symmetry can be described with a high degree of accuracy by one-dimensional heat conduction equation. In this scientific paper the half-space with the layer is simulated using one-dimensional compound bar and consideration is given to the problem of calculation of temperature fields in the compound semi-infinite bar the finite and semi-infinite parts of which have different thermal physical parameters. The heat conduction equation with the fractional derivative in time that takes into account the nonlocality of thermal processes in time is taken as a mathematical model. Lateral surfaces of the compound bar are assumed to be heat isolated and one of the ends of its restricted part maintains the constant temperature. It is assumed that the ideal thermal contact is available at the boundary of bounded and semi-infinite parts of the bar. The solution of initial value-boundary value problem is based on the use of direct and inverse Laplace transformations. The representation of obtained solution in images presents some difficulties. This paper describes the asymptotic analysis of the solution provided that the orders of fractional derivatives in both parts are equal and the variable s of Laplace transformations tends to infinity. In this case the inverse Laplace transformation was obtained using the so-called Mainardi functions. Based on tauberian theorems we can state that the obtained solution can only be used for short times and it is represented as definite integrals of Mainardi functions or generally speaking as generalized power series. In this form it can easily be used for engineering calculations.*

Key words: *heat conduction equation, fractional derivative, ideal thermal contact, direct and inverse Laplace transformation, and the Mainardi function.*

Введение

Высокая температура газа перед турбиной оказывает негативное влияние на её конструктивные элементы. В результате нестационарных процессов нагрева-охлаждения в деталях турбин возникают зоны с большими температурными градиентами, что приводит к появлению больших температурных напряжений и, в конечном счёте, может привести к появлению трещин в лопатках и даже их разрушению.

Для борьбы с этими явлениями ведутся разработки новых материалов, в том числе материалов обладающих сложной внутренней структурой. Под сложной структурой мы понимаем фрактальную структуру или свойство нелокальности, т.е. свойство «памяти».

Известно, например, что покрытие из графена существенно изменяет теплопроводные свойства покрываемого материала.

Внедрение в различных отраслях промышленности новых материалов, в том числе, обладающих фрактальной структурой и эффектами памяти, привело к созданию новых математических моделей для описания процессов теплопроводности в этих материалах.

Учёт фрактальности структуры или нелокальной временной зависимости между тепловым потоком и градиентом температуры приводит к дифференциальному уравнению теплопроводности с дробными производными [1].

При выводе классического уравнения теплопроводности [2]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

где $a^2 = \dfrac{\lambda}{c\rho}$ – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность, использовался закон Фурье, который задаётся линейной зависимостью между вектором теплового потока $\overline{q}(t)$ и градиентом температур $\overline{q}(t) = -\lambda \operatorname{grad} T(t)$.

В данной работе мы будем рассматривать дифференциальные уравнения с дробной производной по времени вида

$$\frac{\partial^{\alpha} T}{\partial t^{\alpha}} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial t^2},$$

которые получены благодаря обобщению закона Фурье, позволяющему учитывать нелокальность тепловых процессов

$$\overline{q}(t) = -\frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\mathrm{t}} (\mathrm{t} - \tau)^{\alpha - 1} \operatorname{grad} T(t) d\tau,$$

$$0 < \alpha \le 1.$$

При выводе уравнения с дробной производной учтено, что

$$\frac{\partial^{\alpha} T}{\partial t^{\alpha}} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^1 (t-\tau)^{-\alpha} \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} d\tau,$$

$$0 < \alpha < 1$$

и является производной в смысле Капуто, а $\Gamma(z)$ – гамма-функция Эйлера [3].

Цель работы

Рассмотрим систему, состоящую из ограниченного и полубесконечного стержней, имеющих различные теплофизические постоянные и предположим, что боковые поверхности стержней теплоизолированны (рис. 1), а на одном из концов ограниченного стержня поддерживается постоянная температура [3].

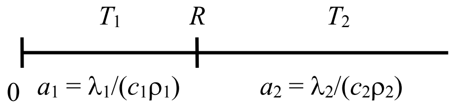

Рис. 1 – Составной стержень и его теплофизические постоянные

Цель работы состоит в определении температурных полей в составном стержне.

Изложение основного материала

Будем считать, что температурное поле описывается уравнениями с дробными по времени производными [4, 5]

$$\frac{\partial^{\alpha} T_1(x, t)}{\partial t^{\alpha}} = a_1^2 \frac{\partial^2 T_1(x, t)}{\partial x^2}, \tag{1}$$

$$0 < x < R, \quad 0 < \alpha < 1,$$

$$\frac{\partial^{\beta} T_2(x, t)}{\partial t^{\beta}} = a_2^2 \frac{\partial^2 T_2(x, t)}{\partial x^2}, \tag{2}$$

$$R < x < \infty, \quad 0 < \beta < 1$$

с начальными условиями

$$T_1(x, 0) = 0, \quad T_2(x, 0) = 0, \tag{3}$$

граничными условиями

$$T_1(0, \tau) = T_0 = \mathrm{const}, \quad \lim_{x \to \infty} T_2(x, \tau) = 0, \tag{4}$$

а также условиями идеального теплового контакта при $x = R$

$$T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau), \tag{5}$$

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=R} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=R}. \tag{6}$$

Для решения задачи воспользуемся операционным методом и перейдём к изображениям Лапласа. Уравнения (1), (2) с учётом начальных условий приобретают вид

$$\frac{\partial^2 T_1^*(x, s)}{\partial x^2} - \frac{s^{\alpha}}{a_1^2} T_1^*(x, s) = 0, \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 T_2^*(x, s)}{\partial x^2} - \frac{s^{\beta}}{a_2^2} T_2^*(x, s) = 0. \tag{8}$$

Здесь также учтено, что

$$L\left\{ \frac{\partial^{\alpha} u(x, t)}{\partial t^{\alpha}} \right\} = s^{\alpha} U^*(x, s) - \sum_{i=0}^{n-1} s^{\alpha - i - 1} u^{(i)}(x, 0),$$

$$n - 1 < \alpha \le n.$$

Здесь символом «*» отмечено изображение Лапласа функции $u(x, t)$. Уравнения (7), (8) являются обыкновенными дифференциальными уравнениями относительно изображений $T^*(x, s)$ и их решения имеют вид:

$$T_1^*(x, s) = C_1 \exp\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1} x \right) + C_2 \exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1} x \right),$$

$$T_2^*(x, s) = D_1 \exp\left(\frac{s^{\beta/2}}{a_2} x \right) + D_2 \exp\left(-\frac{s^{\beta/2}}{a_2} x \right),$$

где C_1, C_2, D_1, D_2 – произвольные постоянные.

Учитывая граничное условие $T_1(0, \tau) = T_0$ и условие на бесконечности, получим

$$C_2 = \frac{T_0}{s} - C_1, \quad D_1 = 0.$$

Далее, удовлетворяя условием идеального теплового контакта (5), (6) приходим к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных пока C_1 и D_2

$$\begin{cases} 2\mathrm{sh}\left(\dfrac{s^{\alpha/2}}{a_1} R \right) C_1 - \exp\left(-\dfrac{s^{\beta/2}}{a_2} R \right) D_2 = -\dfrac{T_0}{s} \exp\left(-\dfrac{s^{\alpha/2}}{a_1} R \right), \\ \dfrac{2\lambda_1 s^{\alpha/2}}{a_1} \mathrm{ch}\left(\dfrac{s^{\alpha/2}}{a_1} R \right) C_1 + \dfrac{\lambda_2 s^{\beta/2}}{a_2} \exp\left(-\dfrac{s^{\beta/2}}{a_2} R \right) D_2 = -\dfrac{s^{\alpha/2} T_0 \lambda_1}{s a_1} \exp\left(-\dfrac{s^{\alpha/2}}{a_1} R \right). \end{cases}$$

Решение системы получим с помощью формул Крамера

$$C_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad D_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) & -\exp\left(-\frac{s^{\beta/2}}{a_2}R\right) \\ 2a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) & a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_2}R\right) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -\frac{T_0}{s}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) & \exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_2}R\right) \\ \frac{-s^{\alpha/2}T_0\lambda_1 a_2}{s}\exp\left(\frac{-s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) & a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\left(\frac{-s^{\alpha/2}}{a_2}R\right) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) & -\frac{T_0}{s}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) \\ 2a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) & \frac{-s^{\alpha/2}T_0\lambda_1 a_2}{s}\exp\left(\frac{-s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) \end{vmatrix}.$$

Решая систему, получим

$$C_2 = \frac{T_0}{s}\left[\lambda_1\left(a_2 s^{\alpha/2} - a_1 s^{\beta/2}\right)\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]^{-1},$$

$$D_2 = \frac{T_0}{s}\left[s^{\alpha/2}\lambda_1\left(a_1\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right)\right]\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]^{-1}.$$

Отсюда

$$C_2 = \frac{T_0}{s} - \frac{T_0}{s}\left[\lambda_1\left(a_2 s^{\alpha/2} - a_1 s^{\beta/2}\right)\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]^{-1}.$$

Таким образом, решение в изображениях имеет вид

$$T_1^* = \frac{2\lambda_1 T_0}{s}\left(a_2 s^{\alpha/2} - a_1 s^{\beta/2}\right)\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_2}x\right)\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]^{-1} + \frac{T_0}{s}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}x\right).$$

$$T_2^* = \left(s^{\alpha/2}\lambda_1\left[a_1\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]\exp\left(-\frac{s^{\beta/2}}{a_2}x\right)\right)\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2}\mathrm{sh}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right) + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\mathrm{ch}\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\right]^{-1}\frac{T_0}{s}.$$

Обращение полученных выражений представляет значительные трудности и требует привлечения численных методов [6, 7].

В этой связи рассмотрим асимптотическое поведение решений при $t \to 0$. Далее воспользуемся тем фактом, что поведение изображения $U^*(x, s)$ на бесконечности ($s \to \infty$) определяет асимптотическое поведение решения $u(x, t)$ вблизи нуля. Любое подобное соотношение между $U^*(x, s)$ и $u(x, t)$ называется тауберовой теоремой. Учитывая сказанное, имеем

$$\mathrm{sh}\left(\frac{R}{a_1}s^{\alpha/2}\right) = \frac{1}{2}\exp\left(\frac{R}{a_1}s^{\alpha/2}\right)\left(1 - \exp\left(-\frac{2R}{a_1}s^{\alpha/2}\right)\right)$$

и, следовательно,

$$\mathrm{sh}\left(\frac{R}{a_1}s^{\alpha/2}\right) \approx \frac{1}{2}\exp\left(\frac{R}{a_1}s^{\alpha/2}\right)$$

при $s \to \infty$.

Аналогичное соотношение справедливо и для гиперболического косинуса.

Таким образом, для больших значений переменной преобразования s имеем приближенные выражения для T_1^* и T_2^*:

$$T_1^* = \frac{T_0}{s}2\lambda_1\left(a_2 s^{\alpha/2} - a_1 s^{\beta/2}\right)\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}R\right)\exp\left(\frac{s^{\alpha/2}}{a_2}x\right)\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2} + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\right]^{-1} + \frac{T_0}{s}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}x\right), \quad (9)$$

$$0 < x < R.$$

$$T_2^* = \frac{T_0}{s}\lambda_1\left(a_1 + a_2\right)s^{\alpha/2}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_2}x\right)\left[a_1\lambda_2 s^{\beta/2} + a_2\lambda_1 s^{\alpha/2}\right]^{-1}, \quad R < x < \infty. \quad (10)$$

И, наконец, в частном случае, когда $\alpha = \beta$ выражения (9) и (10) приобретают вид

$$T_1^*(x, s) = \frac{T_0}{s}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_1}x\right) + \frac{2T_0\lambda_1(a_2 - a_1)}{s(a_1\lambda_2 + a_2\lambda_1)}\exp\left(-\frac{(2R - x)s^{\alpha/2}}{a_1}\right), \ 0 < x < R, \quad (11)$$

$$T_2^*(x, s) = \frac{T_0}{s}\frac{\lambda_2(a_1 + a_2)}{a_1\lambda_2 + a_2\lambda_1}\exp\left(-\frac{s^{\alpha/2}}{a_2}x\right), \ R < x < \infty. \quad (12)$$

Чтобы в выражениях (11), (12) перейти к оригиналам, заметим, что

$$L^{-1}\left\{\exp\left(-as^{\gamma}\right)\right\} = \frac{a\gamma}{t^{\gamma+1}}M\left(\gamma; at^{\gamma}\right),$$

где $$M(\gamma; z) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k z^k}{k!\Gamma(-\gamma k + 1 - \gamma)},$$

и, кроме того,

$$L^{-1}\left\{\frac{F(s)}{s}\right\} = \int_0^t f(t)dt.$$

Тогда

$$T_1(x, t) = T_0\int_0^t \frac{\alpha x}{2a_1 t^{\alpha/2+1}}M\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{t^{\alpha/2}}{a_1}x\right)dt + \frac{2T_0\lambda_1(a_2 - a_1)}{a_1\lambda_2 + a_2\lambda_1}\int_0^t \frac{\alpha}{2a_1}\frac{2R - x}{t^{\alpha/2+1}}M\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{t^{\alpha/2}}{a_1}(2R - x)\right)dt,$$

$$T_2(x, t) = \frac{T_0\lambda_2(a_1 + a_2)}{a_1\lambda_2 + a_2\lambda_1}\int_0^t \frac{\alpha x}{2a_2 t^{\alpha/2+1}}M\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{t^{\alpha/2}}{a_2}x\right)dt.$$

Обсуждение результатов

С помощью методов операционного исчисления получено в замкнутом виде решение задачи аномальной теплопроводности, то есть получена возможность вычисления температур как в конечной, так и бесконечной части стержня. Численные результаты могут быть получены без применения сложных вычислительных алгоритмов, что представляется полезным в инженерных расчётах и могут быть применены при исследовании так называемых переходных процессов.

Выводы

В работе получено решение задачи аномальной теплопроводности в системе ограниченного и полуограниченного тел. В общем случае решение получено в изображениях Лапласа, обращение которого требует привлечения численных методов. Однако, в частном случае $\alpha = \beta$ решение для малых величин времени получено в аналитическом виде и представлено в виде степенных рядов или функций Маинарди.

Список литературы

1 **Самко, С. Г.** Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения [Текст] / **С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев** // Наука и техника. – Минск, 1987. – С. 688.

2 **Лыков, А. В.** Теория теплопроводности [Текст] / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967.

3 **Mainardi, F.** The fundamental solutions for the fractional diffusion wave equation [Text] / **F. Mainardi** // Appl. Math. Lett. – 1996. – № 9. – P. 23–28.

4 **Povstenko, Y.** Time-fractional heat conduction in an infinite medium with a spherical hole under Robin boundary condition [Text] / **Y. Povstenko** // Fract. Calc. Appl. Anal. – 2013. – № 16. – P. 356–369. – ISSN 1311-0454. – doi: 10.2478/s13540-013-0015-x.

5 **Povstenko, Y.** Fractional heat conduction in an infinite medium with a spherical inclusion. Entropy [Text] / **Y. Povstenko** // Fract. Calc. Appl. Anal. – 2013. – № 15. – P. 4122–4133. – ISSN 1311-0454. – doi: 10.2478/s13540-012-0021-4.

6 **Николенко, В. В.** Точное решение начально-краевой задачи для уравнения аномальной диффузии [Текст] / **В. В. Николенко, В. А. Ячменёв** // Труды XVII Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2015). – Харьков ; Сумы, 2015. – № 1. – С. 185–187. – ISSN 978-966-285-223-3.

7 **Мейланов, Р. П.** Уравнение теплопроводности для сред с фрактальной структурой [Текст] / **Р. П. Мейланов, М. Р. Шабанова** // Современные наукоёмкие технологии. – 2007. – № 8. – С. 84–85.

Bibliography (transliterated)

1 **Samko, S. G., Kilbas A. A., Marichev O. I.** (1987), "Integraly i proizvodnye drobnogo porjadka i nekotorye ih prilozhenija [Integrals and derivatives of fractional order, and some applications]", Nauka i tehnika [Science and Technology], P. 688.

2 **Lykov, A. V.** (1967), Teorija teploprovodnosti [The theory of heat conduction], Vysshaja shkola, Moscow, Russia.

3 **Mainardi, F.** (1996), "The fundamental solutions for the fractional diffusion – wave equation", Appl. Math. Lett., no. 9, pp. 23–28.

4 **Povstenko, Y.** (2013), "Time-fractional heat conduction in an infinite medium with a spherical hole under Robin boundary condition", Fract. Calc. Appl. Anal., no. 16, pp. 356–369, ISSN 1311-0454, doi: 10.2478/s13540-013-0015-x.

5 **Povstenko, Y.** (2013), "Fractional Heat Conduction in an Infinite Medium with a Spherical Inclusion. Entropy", Fract. Calc. Appl. Anal., № 15, pp. 4122–4133, ISSN1311-0454, doi: 10.2478/s13540-012-0021-4.

6 **Nikolenko, V. V. and Yachmenev, V. A.** (2015), ″Tochnoe reshenie nachal'no-kraevoj zadachi dlja uravnenija anomal'noj diffuzii [The exact solution of the initial boundary value problem for the anomalous diffusion]″, Trudy HVII Mezhdunarodnogo simpoziuma «Metody diskretnyh osobennostej v zadachah matematicheskoj fiziki» (MDOZMF-2015) (Proceedings of the XVII International Symposium "Discrete singularities methods in mathematical physics" (DSMMPh-2015)расшифровать перевести на англ. язык), no 1, P. 185–187, ISSN 978-966-285-223-3

7 **Majlanov, R. P. and Shabanova, M. R.** (2007), ″Uravnenie teploprovodnosti dlja sred s fraktal'noj strukturoj [The heat equation for fractal structure medium]″, Sovremennye naukojomkie tehnologii [Modern high technologies], no. 8, P. 84–85.

Сведения об авторах (About authors)

Ячменёв Владимир Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математического анализа и методов оптимизации, Сумской государственный университет, г. Сумы, Украина; e-mail: vladyach@yandex.ru.

Yachmenev Vladimir – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Head of the Department of mathematical analysis and optimization methods, Sumy State University, Sumy, Ukraine.

Николенко Валентина Владимировна – старший преподаватель, кафедры математического анализа и методов оптимизации, Сумской государственный университет, г. Сумы, Украина; e-mail: valentina-nikolen@rambler.ru.

Nikolenko Valentina – lecturer of the Department of mathematical analysis and optimization methods, Sumy State University, Sumy, Ukraine.

Пожалуйста ссылайтесь на эту статью следующим образом:

Ячменёв, В. А. Расчёт температурных полей в составном полубесконечном теле с учётом обобщённого закона Фурье [Текст] / **В. А. Ячменёв, В. В. Николенко** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 10(1182). – С. 61–65. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.10.09.

Please cite this article as:

Yachmenev, V., Nikolenko, V. (2016), ″Calculation of Temperature Fields in a Composite Semi-infinite Body Taking Into Account the Generalized Fourier Law″, *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 10(1182), pp. 61–65, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.10.09.

Будь ласка посилайтесь на цю статтю наступним чином:

Ячменьов, В. О. Розрахунок температурних полів в складеному напівнескінченному тілі з урахуванням узагальненого закону Фур'є [Текст] / **В. О. Ячменьов, В. В. Ніколенко** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 10(1182). – С. 61–65. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.10.09.

АНОТАЦІЯ *Розглядається задача розрахунку температурних полів в складеному напівнескінченному тілі. В якості моделі прийнято рівняння теплопровідності з дробовою похідною, яка враховує нелокальність теплових процесів за часом. На кордоні смуги і півпростору передбачається ідеальний тепловий контакт. Задача розв'язана за допомогою перетворень Лапласа. На підставі тауберових теорем отримано асимтотичний розв'язок для малих інтервалів часу. Розв'язок записаний у вигляді узагальнених рядів.*

Ключові слова: *рівняння теплопровідності, дробова похідна, ідеальний тепловий контакт, пряме і обернене перетворення Лапласа, функції Маінарді.*

Поступила (received) 27.01.2016