

УДК 621.62-13.62-15  
УДК 621.5

doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.08

Г. А. БОНДАРЕНКО, В. Н. БАГА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАБИРИНТНЫХ УПЛОТНЕНИЙ С ГЛАДКИМ ВАЛОМ**

**АННОТАЦИЯ** Представлены результаты аналитического и физического моделирования лабиринтного уплотнения. Аналитическое исследование проводилось с использованием теории планирования эксперимента и теории идентификации математической модели, а физическое – на специально разработанном унифицированном экспериментальном стенде. Выполнен ряд исследований влияния режимных и некоторых геометрических параметров на течение в лабиринтном уплотнении. Показано влияние исследуемых параметров на расходные характеристики уплотнения. Предложена математическая модель условного коэффициента расхода уплотнения основанная на представлении гидравлического сопротивления лабиринтного уплотнения как суммы местных сопротивлений элементов, описываемых аналитическими выражениями. Решена задача идентификации модели с использованием опытных данных. Полученная модель применима в диапазоне геометрических и режимных параметров имевших место в опытах.

**Ключевые слова:** лабиринтное уплотнение, коэффициент расхода, математическая модель, метод идентификации.

H. A. BONDARENKO, V. N. BAGA

**SIMULATING THE METERING CHARACTERISTICS OF LABYRINTH SEALS WITH THE SMOOTH SHAFT**

**ABSTRACT** The data of analytical and physical simulation of labyrinth seals have been given. The analytical investigation was carried out using the experimental design theory and mathematical model identification theory and the physical investigation was carried out using the unified experimental test rig developed for this purpose. The influence of operating and some geometric parameters, in particular sealed pressure fall, shaft rotation speed, radial clearance, etc. on the operation of labyrinth seals has been studied in many ways. The importance of the influence of tested parameters on the metering characteristics of seals has been described. A mathematical model was proposed for the conventional flow coefficient of the seal based on the representation of the hydraulic resistance of labyrinth seal as a sum of form losses described by analytical expressions taking into consideration physical processes. The model identification problem was solved using the experimental data. The constructed model is used for the range of geometric and operating parameters used for experiments. A technique used for the calculation of the value of gas leakage through the labyrinth seal was improved using the semitransparent mathematical model of conventional flow coefficient for the seal with the smooth shaft that takes into account geometric and operating parameters ( $D, s, t, h, p_1/p_2, n, \Delta$ ).

**Key words:** labyrinth sealing, flow coefficient, mathematical model, and the identification method.

**Введение**

Уплотнительный эффект в бесконтактных уплотнениях осуществляется за счёт возникновения гидравлического сопротивления при течении газа через малые зазоры под гребнем. В настоящее время при создании новых турбомашин (компрессоров, турбин и др.) идёт борьба за каждую десятую долю процента КПД (коэффициент полезного действия) проточных частей. В то же время потери КПД от внутренних протечек в турбомашинах достигают иногда многих процентов, особенно в агрегатах высокого давления с малыми поперечными размерами проточной части (например в малорасходных ступенях). Однако сложный механизм течения в лабиринтных уплотнениях до сих пор мало изучен, строгая теория их отсутствует, а для практических расчётов протечек используется приближенная формула Стодола, дополненная опытными поправочными коэффициентами, учитывающими тип уплотнения, размеры камер, форму гребней и т. д. [1–8]. Опытные данные получе-

ны на упрощённых имитационных установках, обычно плоских, без учёта формы кольцевого зазора, наличия ограниченного пространства перед каждым гребнем, вращения вала, закрутки потока на входе, эксцентриситета вала и др. Такой эмпирический подход к расчёту расхода через лабиринтные уплотнения используется до настоящего времени, и в ряде случаев приводит к существенным расхождениям между фактическими и расчётными значениями. Не существует строгой методики моделирования характеристик таких уплотнений.

**Цель работы**

Содержание данной статьи посвящено составлению математической модели гидравлического сопротивления лабиринтного уплотнения.

Целью данного исследования являлось получение аналитических зависимостей расходных характеристик уплотнения от основных факторов: величины радиального зазора, вращения вала,

уплотняемого перепада давления и установления значимости каждого из них. Использовались результаты проведённых нами опытов [9]. Количество опытов из имеющегося массива определялось с использованием теории планирования эксперимента [10].

### Изложение основного материала

В качестве исходного исследуемого уплотнения принято типовое лабиринтное уплотнение с гладким валом покрывного диска центробежного нагнетателя серийного газоперекачивающего агрегата нагнетателя типа ГПА-Ц 16 с натурными размерами ( $D = 240$  мм). Уплотнение состоит из пяти гребней высотой  $h = 5$  мм, установленных с шагом  $t = 4$  мм. Величины радиальных зазоров под гребнями принимались равными  $s = 0,225$  и  $0,35$  мм. Отношение давлений перед и за уплотнением изменялось в пределах, характерных для центробежных компрессоров  $p_1/p_2 = 1,06-1,21$ .

Для исследования лабиринтного уплотнения был составлен план факторного эксперимента (ПФЭ). Необходимое количество опытов (т. е. количество сочетаний значений факторов) будет равно  $N = 2^n$ , где факторами являются:  $s$  – радиальный зазор в уплотнении;  $u$  – окружная скорость вала уплотнения;  $\Delta p = p_{\text{вх}} - p_{\text{вых}}$  – перепад давления на уплотнении.

Целевую функцию задаём в виде полинома первой степени

$$m_i = A_0 + A_1 s + A_2 u + A_3 \Delta p. \quad (1)$$

Исходя из возможностей экспериментального стенда, были заданы верхний и нижний уровни изменения факторов:

$$x_1 \rightarrow s = 0,225; 0,37 \text{ мм}; \quad x_2 \rightarrow u = 0; 84 \text{ м/с}; \\ x_3 \rightarrow \Delta p = 5717; 12896 \text{ Па}.$$

Матрица планирования полного факторного эксперимента составлена с учётом влияния перекрёстных факторов.

По результатам проведения эксперимента получено уравнение регрессии для трёх факторов, используя которое определяем искомые значения величины протечек  $m$  через уплотнение, коэффициенты расхода  $\mu_p$  и проведено их сопоставление с опытными значениями (табл. 1).

Сделана оценка значимости влияния некоторых геометрических и режимных параметров на характеристики уплотнения. В качестве примера на (рис. 1а) представлена поверхность функции отклика. Из (рис. 1б) видно, что частота вращения вала не оказывает весомого влияния на величину протечки через уплотнение, что объясняется большим влиянием величины радиального зазора и значений уплотняемого перепада давлений.

Таблица 1 – Результаты расчётов исследуемого уплотнения ( $D = 240$  мм,  $z = 5$ )

№ опыта	$m_p$	$m_s$	$\mu_p$	$\mu_s$	Абс. погр.	Относ. погр., %
1	0,0100	0,0100	1,098	1,106	0,0080	0,72
2	0,0198	0,0198	1,310	1,311	0,0010	0,08
3	0,0109	0,0100	0,997	0,923	0,0074	8,02
4	0,0210	0,0196	1,129	1,053	0,0076	7,22
5	0,0139	0,0139	1,051	1,050	0,0010	0,10
6	0,0269	0,0269	1,275	1,276	0,0010	0,08
7	0,0171	0,0152	1,206	1,070	0,1360	12,71
8	0,0305	0,0273	1,058	1,194	0,1360	11,39

Обобщённая модель условного коэффициента расхода лабиринтного уплотнения. Невозможность аналитического определения локальных потерь указывает на необходимость использования экспериментальных данных. Потери давления в лабиринтном уплотнении представлены в виде суммарных потерь в элементах на трение (сжатие струи, неполноту гашения скорости, не остроту входной кромки).

Для создания математической модели коэффициента расхода лабиринтного уплотнения его представлено в виде:  $\mu = \frac{m}{m_T} = \frac{1}{\sqrt{\xi}}$ , где

$$\xi = \sum (\xi_{\text{тр}} + \xi_{\text{мс}}).$$

Расположение экспериментальных точек в факторном пространстве для полного факторного эксперимента при  $n = 3$  показано на (рис. 1б). Точки плана  $2^3$  задаются координатами вершин куба.

Из рис. 1б видно что второй фактор  $x_2$  (вращение вала) не оказывает заметного влияния на величину протечки через уплотнение, что объясняется большим влиянием величины уплотняемого перепада давления на уплотнении и величины его радиального зазора.

Потери давления в уплотнении запишем в виде

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 - \Delta p_3 + \Delta p_4, \quad (2)$$

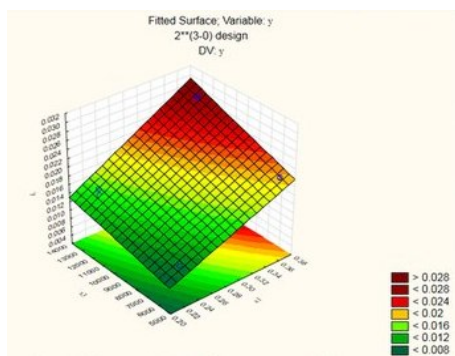
где 
$$\Delta p_i = \rho_{\text{ср}} \frac{v^2}{2g} \zeta_i.$$

Для создания достоверной математической модели был качественно описан рабочий процесс в лабиринтном уплотнении системой уравнений в общем виде с неизвестными коэффициентами при аргументах.

Коэффициенты потерь по элементам выражаем через потери на трение и местные сопротивления, исходя из физических представлений, т. к. потери давления состоят из суммы гидравлических потерь с различными коэффициентами:

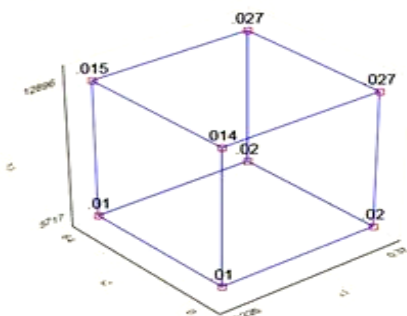
1) Коэффициент трения по А. Д. Альтшулю

$$\xi_1 = a_{11} \left( \frac{k_m}{R_r} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{l'}{2R_r} \right)^{a_{12}},$$



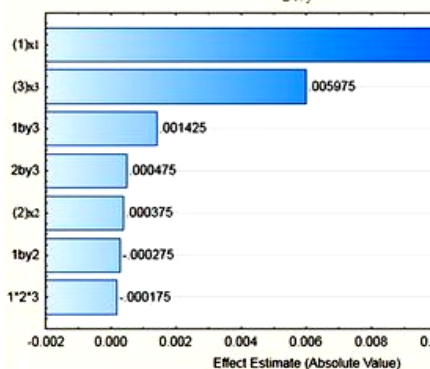
а

Predicted Means for Variable: y  
2\*\*(3-0) design  
Model includes: Main effects, 2-way inter., 3-way inter.  
(95% confidence intervals are shown in parentheses)



б

Pareto Chart of Effects, Variable: y  
2\*\*(3-0) design  
DV: y



в

Рис. 1 – Результати расчётов: а – поверхность отклика при  $u = 42$  м/с; б – границы найденного диапазона изменения расхода через уплотнение; в – график влияния значимости коэффициентов

где  $l'$  – увеличение длины пробега струи вследствие вращения вала;  $R_r = 2s$  – гидравлический радиус.

2) Коэффициент сжатия струи по опытам Г. А. Домбровского

$$\xi_2 = 1 - 0,6 + a_{21}Ma_{22} \left( \frac{s}{h} \right),$$

где  $M = c/a$ ,  $a$  – скорость звука при нормальных условиях.

3) Учёт не полноты гашения скорости по Г. М. Абрамовичу

$$\xi_3 = 1 - a_{31} \left( \frac{1}{t+1} \right)^2 \frac{p_2^*}{p_1^*}.$$

4) Учёт не остроты входной кромки по опытам Б. М. Трояновского

$$\xi_4 = 1 - a_{41} \frac{s}{\Delta}.$$

Математическая модель суммарного коэффициента гидравлического сопротивления запишется в виде

$$\xi = a_{11} \left( \frac{k_{ш}}{R_r} + \frac{1}{Re} \frac{l'}{2R_r} \right)^{a_{12}} + 1 - 0,6 + a_{21}Ma_{22} \left( \frac{s}{h} \right) - \left( 1 - a_{31} \left( \frac{1}{t+1} \right)^2 \frac{p_2^*}{p_1^*} \right) + 1 - a_{41} \frac{s}{\Delta}, \quad (3)$$

а выражение для определения условного коэффициента расхода уплотнения принимает вид

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4}}.$$

### Обсуждение результатов

Идентификация математической модели условного коэффициента расхода. Исходные данные для идентификации брались по результатам обработки опытных данных, отобранных по результатам планирования эксперимента (табл. 2). Согласно теории идентификации [11] для каждого опыта записываем уравнение (3) с использованием табл. 2, приравнявая его соответствующим экспериментальным значениям коэффициента  $\xi = 1/\mu^2$ ,

Таблица 2 – Результаты экспериментального исследования

№ п/п	s, мм	n, об/мин	p1/p2	l, мм	ρср, кг/м³	υабс, м/с	Re	m, кг/с	μ	$\frac{p_2^*}{p_1^*}$	M
1	0,225	0	1,06	24,0	1,265	46,9	7379	0,0100	1,106	0,947	0,14
2	0,370	0	1,06	24,0	1,225	56,6	14645	0,0198	1,311	0,946	0,17
3	0,225	6693	1,06	27,4	1,263	96,2	15131	0,0100	0,923	0,930	0,29
4	0,370	6693	1,06	28,6	1,255	101	26133	0,0196	1,053	0,936	0,31
5	0,225	0	1,12	24,0	1,300	63,0	9920	0,0139	1,050	0,900	0,19
6	0,370	0	1,12	24,0	1,263	76,4	18719	0,0269	1,276	0,890	0,23
7	0,225	6693	1,12	30,8	1,300	109	17150	0,0152	1,070	0,868	0,33
8	0,370	6693	1,12	32,2	1,263	114	27960	0,0273	1,194	0,877	0,35

получим систему уравнений с 6-ю неизвестными коэффициентами.

Система решается матричным методом, при этом из множества выбирается решение, которое удовлетворяет условию минимума квадрата невязки  $\min(\mu_{\text{эксп}} - \mu_{\text{расч}})^2$ .

После отыскания неизвестных коэффициентов математическая модель принимает вид (4):

$$\xi = 0,806 \left( \frac{k}{R_r} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{l'}{d_r} \right)^{4,104} + \left[ 1 - 0,6 + 2,242 \cdot 10^{-8} M \cdot (-1) \cdot 8,0881 \cdot 10^{-8} \left( \frac{s}{h} \right) \right] - \left[ 1 - 0,068 \left( \frac{1}{t+1} \right)^2 \frac{p_2^*}{p_1^*} \right] + \left[ 1 - 2,973 \frac{s}{\Delta} \right]. \quad (4)$$

Результаты идентификации занесены в табл. 3.

Таблица 3 – Сравнение экспериментальных значений  $\mu$  с расчётными

№ опыта	$n$ , об/мин	$s$ , мм	$\mu_{\text{эксп}}$	$\mu_{\text{идент.}}$	Абс. погр.	Относ. погр., %
1	0	0,225	1,106	1,028	0,078	7,05
2	0	0,370	1,311	1,215	0,096	7,32
3	6693	0,225	0,923	1,027	0,104	11,27
4	6693	0,370	1,053	1,215	0,162	15,38
5	0	0,225	1,050	1,027	0,023	2,19
6	0	0,370	1,276	1,213	0,063	4,94
7	6693	0,225	1,070	1,026	0,044	4,11
8	6693	0,370	1,194	1,213	0,019	1,59

Из табл. 3 видно, что средняя относительная погрешность между полученными значениями и опытными не превышает 6 % что свидетельствует о корректности идентифицированной математической модели.

### Выводы

1 Предложена математическая модель условного коэффициента расхода уплотнения, основанная на представлении гидравлического сопротивления лабиринтного уплотнения как суммы местных сопротивлений, описываемых аналитическими выражениями.

2 С использованием теории планирования эксперимента решена задача идентификации модели с использованием опытных данных. Полученная модель применима в диапазоне геометрических и режимных параметров, имевших место в опытах.

### Список литературы

- Щегляев, А. С. Паровые турбины [Текст] / А. С. Щегляев. – изд. 4-е. – М. : Энергия, 1967. – 301 с.
- Селезнев, К. П. Теория и расчёт турбомашин [Текст] / К. П. Селезнев. – Ленинград : Машиностроение, 1986. – 389 с.
- Орлик, В. Г. Расходные характеристики уплотнений с одиночным и групповым дросселем [Текст] / В. Г. Орлик // Тяжёлое машиностроение. – 1993. – № 9. – С. 4–7.
- Бондаренко, Г. А. Результаты отработки центробежного компрессора для перспективных технологических процессов [Текст] / Г. А. Бондаренко и др. Сб. Тр. «ЛПИ». – 1983. – С. 18–22.
- Марцинковский, В. А. Щелевые уплотнения [Текст] / В. А. Марцинковский. – Сумы : СумГУ, 2005. – 415 с.
- Дейч, М. Е. Техническая газодинамика [Текст] / М. Е. Дейч. – М. : Энергия, 1974. – 2-е изд. – 592 с.
- Мисарек, Д. Турбокомпрессоры [Текст] / Д. Мисарек. – М. : Машиностроение, 1968. – 236 с.
- The basic data for Centrifugal Compressor by Dresser. Dresser Machinery // Ltd. - 1975.
- Бага, В. Н. О физическом моделировании лабиринтного уплотнения. Том 1 [Текст] / В. Н. Бага // Журнал инженерных наук. – 2014. – № 1. – С. 1–7. – ISSN 2312-2498.
- Бондаренко, Г. А. Основы научных исследований в энергетике [Текст] : учебн. пособие / Г. А. Бондаренко. – Сумы : СумДУ, 2013. – С. 63–64.
- Ейкхофф, Р. Основы идентификации систем управления [Текст] / Р. Ейкхофф. – М. : Мир, 1975. – 686 с.

### Bibliography (transliterated)

- Segleau, S. A. (1967), *Parovye turbiny* [Steam turbine]. Jenergija [Energy], Moscow, Russia.
- Seleznov, K. P. (1986), *Teorija i raschet turbomashin* [Theory and design of turbomachines], Mashinostroenie [Mechanical Engineering], Leningrad, Russia.
- Orlik, V. G. (1993), "Rashodnye harakteristiki uplotnenij s odinochnym i gruppovym drosselem [Flow characteristics of seals with single and group choke]", *Tjazheloe mashinostroenie* [Heavy engineering], no. 9, pp. 4–7.
- Bondarenko, G. A. et al. (1983), *Rezultaty otrabotki centrobezhnogo kompressora dlja perspektivnyh tehnologicheskix processov* [Results of the working of a centrifugal compressor for prospective technological processes], Sb. Tr. "LPI", pp. 18–22.
- Martynkovskyy, V. A. (2005), *Shhelevye uplotnenija* [Annular seals], Sumy State University, Sumy, Ukraine.
- Deitch, M. E. (1974), *Tehnicheskaja gazodinamika* [Technical gas dynamics], Jenergija [Energy], Moscow, Russian.
- Misurec, D. (1968), *Turbokompressory* [Turbochargers], Mashinostroenie [Mechanical Engineering], Moscow, Russian.

- 8 (1975), The basic data for Centrifugal Compressor by Dresser. Dresser Machinery, Ltd. [Journal of engineering Sciences], no. 1, pp. 1-7, ISSN 2312-2498.
- 9 **Baga, V. N.** (2014), "O fizicheskom modelirovanii labirintnogo uplotnenija. Tom 1 [Physical modeling of labyrinth seals. Volume 1]", *Zhurnal inzhinernyh nauk*
- 10 **Bondarenko, G. A.** (2013), *Osnovy nauchnyh issledovanij v jenergetike* [Fundamentals of scientific research in energy], Sumy State University, Sumy, pp. 63–64.
- 11 **Eickhoff, R.** (1975), *Bases of identification of control systems*, Wiley, New York, USA.

#### Сведения об авторах (About authors)

**Бондаренко Герман Андреевич** – кандидат технических наук, профессор кафедры технической теплофизики, Сумской государственной университет; г. Сумы, Украина.

**Bondarenko Herman** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Professor, department of technical thermophysics, Sumy State University, Sumy, Ukraine.

**Бага Вадим Николаевич** – кандидат технических наук, ассистент кафедры технической теплофизики, Сумской государственной университет; г. Сумы, Украина; e-mail: vadim2390@ua.ru.

**Baga Vadim** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), department of technical thermophysics, Sumy State University, Sumy, Ukraine.

*Пожалуйста ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Бондаренко, Г. А.** Моделирование расходных характеристик лабиринтного уплотнения с гладким валом [Текст] / **Г. А. Бондаренко, В. Н. Бага** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 8(1180). – С. 60–64. – Бібліогр. : 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.08.

*Please cite this article as:*

**Bondarenko, G. A. and Baga, V. N.** (2016), "Simulating the Metering Characteristics of Labyrinth Seals with the Smooth Shaft", *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Power and heat engineering processes and equipment*, no. 8(1180), pp. 60–64, ISSN 2078-774X, doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.08.

*Будь ласка посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Бондаренко, Г. А.** Моделирование витратных характеристик лабиринтового уплотнения с гладким валом [Текст] / **Г. А. Бондаренко, В. М. Бага** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – № 8(1180). – С. 60–64. – Бібліогр. : 11 назв. – ISSN 2078-774X. – doi: 10.20998/2078-774X.2016.08.08.

**АНОТАЦІЯ** Представлені результати аналітичного і фізичного моделювання лабиринтового ущільнення. Аналітичне дослідження проводилося з використанням теорії планування експерименту і теорії ідентифікації математичної моделі, а фізична – на спеціально розробленому уніфікованому експериментальному стенді. Виконаний ряд досліджень впливу режимних і деяких геометричних параметрів на роботу лабиринтового ущільнення: ущільнюваного перепаду тиску, частоти обертання валу, радіального зазору, та ін. Показано вплив досліджуваних параметрів на витратну характеристику ущільнення. Запропоновано математичну модель умовного коефіцієнта витрати ущільнення, яка заснована на уявленні гідравлічного опору лабиринтового ущільнення як суми місцевих опорів, описуваних аналітичними виразами. Вирішена задача ідентифікації моделі з використанням дослідних даних. Отримана модель застосовується в діапазоні геометричних і режимних параметрів, які мали місце в досліді.

**Ключові слова:** лабиринтоне ущільнення, математична модель, метод ідентифікації, коефіцієнт витрати.

Поступила (received) 27.01.2016