УДК 510.22

А. Б. ЛИННИК, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»;
Г. Н. ТИМЧЕНКО, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА

В статье представлена история развития одного из разделов математики. Показан вклад ученых всего мира в создание функционального анализа.

У статті розглянута історія розвитку одного з розділів математики. Показано внесок вчених усього світу в створення функціонального аналізу.

In article the history of development of one of mathematics sections is presented. The contribution of scientists of the whole world to creation of the functional analysis is shown.

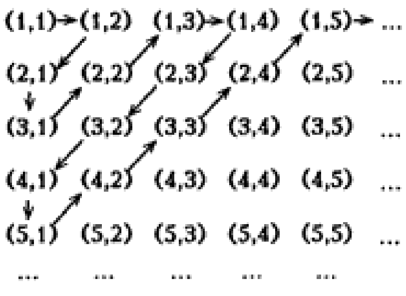
«Никто не изгонит нас из рая,
созданного для нас Кантором!»
Д. Гильберт

В НТУ «ХПИ» есть ряд специальностей, в программу обучения которых входит курс «Функциональный анализ», например, на инженерно-физическом факультете такие специальности: прикладная математика, динамика и прочность машин. При изучении этой дисциплины основное внимание уделяется теоретической составляющей курса, а история развития остается не освещенной. Это достаточно молодой раздел математики, который сложился на рубеже XIX и XX вв. Создание функционального анализа происходило параллельно с развитием теоретической физики, при этом выяснилось, что язык, введенный в функциональном анализе наиболее адекватно отражает закономерности квантовой механики, квантовой теории поля. В свою очередь, эти физические теории оказали существенное влияние на проблематику и методы нового раздела математики.

Георг Кантор

Функциональный анализ – это часть современной математики, главной задачей которого является изучение бесконечномерных пространств и их отображений. Наиболее изучены линейные пространства и линейные отображения. Абстрагируясь от конкретных ситуаций, удаётся выделить аксиомы и на их основе построить теории, включающие в себя классические задачи как частный случай и дающие возможность решать новые задачи. Сам процесс абстрагирования имеет самостоятельное значение, проясняя ситуацию, отбрасывая лишнее и открывая неожиданные связи. В результате удаётся глубже проникнуть в сущность математических понятий и проложить новые пути исследования.

Большую роль в формировании фундаментальных понятий функционального анализа сыграла созданная Георгом Кантором теория множеств. Давид Гильберт писал об этом так: «Я считаю, что она (теория множеств Кантора) представляет собой высочайшее проявление математического гения, а также одно из самых высоких достижений чисто духовной деятельности человека» [1, с. 228]. Важнейшим понятием теории множеств является канторовское понятие мощности множества, обобщающее понятие числа элементов конечного множества. Наименьшей бесконечной мощностью является мощность натурального ряда, его называют счетным множеством. Кантор доказал несколько теорем о мощности различных множеств. Одна из них: множество пар натуральных чисел счетно. Способ доказательства этой теоремы изображен на мемориальной доске в Галле, посвященной Кантору [2, с. 5]. Ниже приведен эскиз этого рисунка:



В 1874 г. ученый доказал несчетность множества всех действительных чисел, установив таким образом существование неэквивалентных (т.е. имеющих разные мощности) бесконечных множеств; сформулировал (1878) общее понятие мощности множества [3, с. 173]. Кантор ввел важнейшие топологические понятия, заложив основания общей топологии. Понятие топологического пространства выкристаллизовалось в начале прошлого века и приобрело окончательные формы в трудах Хаусдорфа.

Работы М. Фреше и Ф. Хаусдорфа были посвящены метрической и более общей так называемой теоретико-множественной топологии. Этот раздел посвящен изучению абстрактных пространств, т.е. множеств произвольных элементов, для которых установлено тем или иным способом понятие близости. Феликс Хаусдорф получил значительные результаты в различных отраслях математики: в теории множеств, топологии, теории непрерывных групп, функциональном анализе, теории чисел. В 1914 г. Хаусдорф (одновременно с М. Фреше), исследуя понятие связности множеств, введенное Г. Кантором, и другие смежные вопросы, развил теорию множеств в общих метрических и топологических пространствах. Он создал

Давид Гильберт

аксиоматику и построил теорию топологических пространств (пространство Хаусдорфа, каждые две точки которого имеют непересекающиеся окрестности). Труд Хаусдорфа «Теория множеств» [4] (1914 г.) оказал влияние на развитие всех отраслей математики, опирающихся на теорию множеств. В теории множеств Хаусдорф полностью решил (одновременно с П. С. Александровым и независимо от него) проблему мощности борелевых множеств, построил теорию меры (мера Хаусдорфа) в пространствах многих измерений, разработал теорию упорядоченных множеств, в частности, впервые доказал лемму Цорна.

Среди абстрактных пространств для математического анализа и функционального анализа оказались важными функциональные пространства (т. е. пространства, элементами которых являются функции – откуда и название «Функциональный анализ»).

Стефан Банах

Особенностью научного творчества Давида Гильберта является то, что его можно разделить на несколько периодов, в каждом из которых он занимался только задачами из одной области, а затем погружался в другую область. Период с 1900 по 1910 посвящен геометрическими исследованиями, однако большую часть времени анализу. Начинался новый период его творческой жизни, в течение которого он значительно развил теорию интегральных уравнений Фредгольма и применил ее к ряду конкретных задач из теории дифференциальных уравнений. Введенное им понятие так называемого гильбертова пространства (обобщающего понятие евклидова пространства на бесконечномерный случай) составило одну из основ современного функционального анализа.

В работах Д. Гильберта по углублению теории интегральных уравнений возникли пространства l_2 и $L_2(a, b)$. Обобщая эти пространства, Фридьеш Рис изучил пространства l_p и $L_p\,(a, b)$, а Стефан

Банах в 1922 выделил полные линейные нормированные пространства (банаховы пространства).

Процитируем высказывание известного математика Гуго Штейнгауза о значении вклада Банаха: «Прочитаем, что пишет создатель кибернетики Норберт Винер в своей автобиографии, изданной в Лондоне в 1956 году (под названием «I am a mathematician»). Он упоминает там Фреше, который первым привёл вид линейного функционала в пространстве L^2, но не отважился на создание системы постулатов, определяющих такое общее пространство, чтобы L^2 было только одним из многих в нём. Эту заслугу Винер приписывает себе самому. Он рассказывает, как Фреше, гостем которого был Винер в Страсбурге в 1920 году по случаю математического конгресса, показал ему в «каком-то польском математическом издании» статью Банаха; Фреше был возмущён тем фактом, что Банах на несколько месяцев раньше Винера привёл систему аксиом бесконечномерного векторного пространства, идентичную системе Винера. «Таким образом, – говорит Винер, – через некоторое время новая теория стала называться теорией пространства Банаха – Винера, но я написал об этом еще пару раз и впоследствии отказался от своего имени – в настоящее время это пространство по справедливости называется именем только одного Банаха...» [5, с. 321].

В 1930–40-х гг. в работах Т. Карлемана, Ф. Риса, М. Стоуна и Дж. Неймана была построена абстрактная теория самосопряжённых операторов в гильбертовом пространстве.

В СССР первые исследования по функциональному анализу появились в 30-х гг. работы:

- А. Н. Колмогорова (1934) по теории линейных топологических пространств;
- Н. Н. Боголюбова (1936) по инвариантным мерам в динамических системах;
- Л. В. Канторовича и его учеников (1937) по теории полуупорядоченных пространств, применениям функционального анализа к вычислительной математике и др.;
- М. Г. Крейна и его учеников (1938) по углублённому изучению геометрии банаховых пространств, выпуклых множеств и конусов в них, теории операторов и связей с различными проблемами классического математического анализа и др.;
- И. М. Гельфанда и его учеников (1940) по теории нормированных колец, банаховых алгебр и др.

Леонид Витальевич Канторович писал: «Установилась традиция считать функциональный анализ дисциплиной чисто теоретической, далекой от непосредственных приложений, которая в практических вопросах не может быть использована. Цель этой статьи – в известной степени разрушить эту традицию, указать на связь функционального анализа с вопросами прикладной математики, на то, что он может быть полезен и для занимающихся практическими приложениями математики.» [6, с. 89].

Сергей Львович Соболев в 1945–1948 гг. подробно изложил [7] теорию пространств функций с обобщёнными производными, вошедшими в науку как пространства Соболева, сыгравшими исключительную роль в формировании современных математических воззрений. В частности, на основе методов функциональных пространств, предложенных Соболевым, были получены известные неравенства Соболева, позволяющие исследовать существование и регулярность решений задач математической физики.

Для современного этапа развития функционального анализа характерно усиление связей с теоретической физикой, а также с различными разделами классического анализа и алгебры, например теорией функций многих комплексных переменных, теорией дифференциальных уравнений с частными производными и другими математическими дисциплинами.

Список литературы: 1. *Рид К*. Гильберт / К. Рид. – М.: Наука, 1977. – 368 с. **2.** *Тихомиров В*. Георг Кантор / В. Тихомиров // Квант. – 1995. – №5. – С. 3–7. **3.** *Кантор Г.* Труды по теории множеств / Г. Кантор. – М.: Наука, 1985. – 430 с. **4**. *Хаусдорф Ф*. Теория множеств / Ф. Хаусдорф. – Л., 1937. – 306 с. **5**. *Штейнгауз Г.* Математика – посредник между духом и материей / Г. Штейнгауз. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. — 351 с. **6**. *Канторович Л. В.* Функциональный анализ и прикладная математика / Л. В. Канторович // Успехи мат. наук. – 1948. – Т.3, вып.6. – С. 89–185. **7** *Соболев С*. Некоторые применения функционального анализа в математической физике / С.Л. Соболев. – М.: Наука, 1988. – 333 с.

Поступила в редколлегию 02.01.11

УДК 621.795:62-119(09)

Л. М. ЛУБЕНСКАЯ, канд. техн. наук;
И. В. ЕГОРОВ, Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля, г. Луганск

О ТЕНДЕНЦИИ РАЗВИТИЯ ВИБРАЦИОННОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

Рассмотрен вопрос исторического изучения оборудования и его конструкционных узлов, а также основные аспекты разработки, развития и внедрения оборудования для вибрационной обработки свободными абразивами с целью улучшения эксплуатационных свойств изделий.

Розглянуто питання історичного вивчення обладнання і його конструкційних вузлів, а також основні аспекти розробки, розвитку і впровадження устаткування для вібраційної обробки вільними абразивами з метою поліпшення експлуатаційних властивостей виробів.

The question of historical study of the equipment and its construction sites, as well as basic aspects of the design, development and deployment of equipment for processing the vibration-free abrasives to improve the performance of the article.

Актуальность. В условиях рыночной экономики дальнейшее развитие машиностроения не возможно без экономии материальных и энергетических ресурсов, от которых зависит снижение себестоимости заготовок, деталей и