

*Е.Ю. ТАРСИС*, канд. техн. наук, доц., НТУ "ХПИ"

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТИ ПОПЕРЕЧНОЙ СТОЙКИ БЛОКА ДИЗЕЛЯ МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ

Лінійна пружна податливість опорного вузла колінчастого валу визначається методом R-функцій на базі варіаційного принципу Рейсснера. Вузол моделюється двошаровим тілом з ідеальним контактом між шарами. Коефіцієнт податливості використано для розрахунків на міцність колінчастого валу дизеля.

Линейная упругая податливость опорного узла коленчатого вала определяется методом R-функций на основе вариационного принципа Рейсснера. Узел моделируется двухслойным телом с идеальным контактом между слоями. Коэффициент податливости использован при расчётах на прочность коленчатого вала дизеля.

Linear elastic flexibility of supporting unit of crankshaft is determined by the R-function method based on the variational Reissner's principle. The unit is modeled by two-layer bodies in conditions of ideal contact between layers. It is needed for the calculations of the strength of crankshaft.

**Введение.** Для расчетов коленчатых валов двигателей внутреннего сгорания требуются коэффициенты упругой податливости его опорных узлов. Узел является поперечной стойкой блока, работающей в условиях обобщенного плоского напряженного состояния, имеет сложную конфигурацию и состоит из элементов различной толщины. Как показывает опыт, основной вклад в его податливость вносят несущий лист и бугельная часть, в которой крепятся коренные подшипники скольжения, а наибольшее влияние на характеристики прочности коленчатого вала оказывают составляющие сил давления газов в цилиндрах и силы инерции неуравновешенных масс шатунно-поршневой группы в вертикальной плоскости.

**Постановка задачи.** Рассмотрен один из конструктивных вариантов опорного узла коленчатого вала дизеля. Основные размеры приведены на рис.1, а расчетные схемы – на рис.2.

Опорный узел моделировался составным телом при полном сцеплении двух контактирующих поверхностей следующих областей: бугельной части – область  $\Omega_1$ , и несущего листа –  $\Omega_2$ . Различия в толщине бугельной части и несущего листа компенсировались значениями модулей упругости  $E_1, E_2$ . Толщина несущего листа равна 14 мм. Толщина бугельной части для короткого подшипника равна 78 мм, а для длинного – 108 мм. В расчетах принималось:  $E_1 = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $E_2 = 11.14 \cdot 10^5$  МПа – для короткого подшипника;  $E_2 = 15.43 \cdot 10^5$  МПа – для длинного подшипника; коэффициент Пуассона  $\nu = 0.3$ . Нагрузка  $P$  равномерно распределялась по длине (на дуге охвата

120 град.) и по толщине бугельной части.

Расчёты проводились в рамках решения плоской контактной задачи методом R-функций на базе вариационного принципа Рейсснера [1].

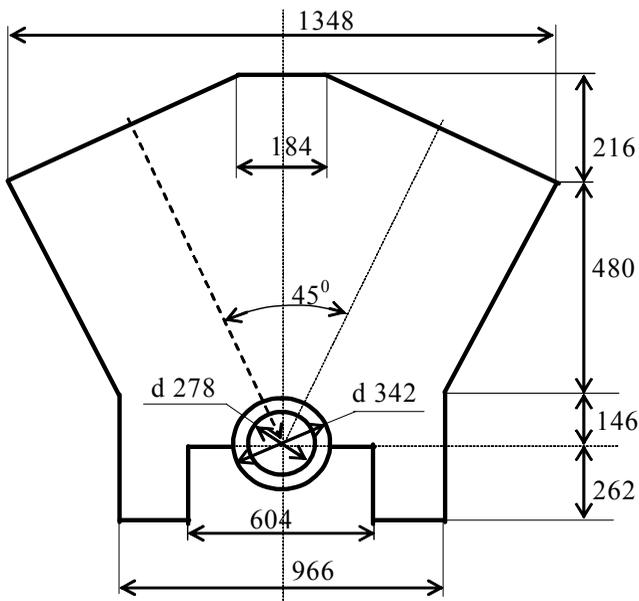


Рисунок 1 – Основные размеры опорного узла.

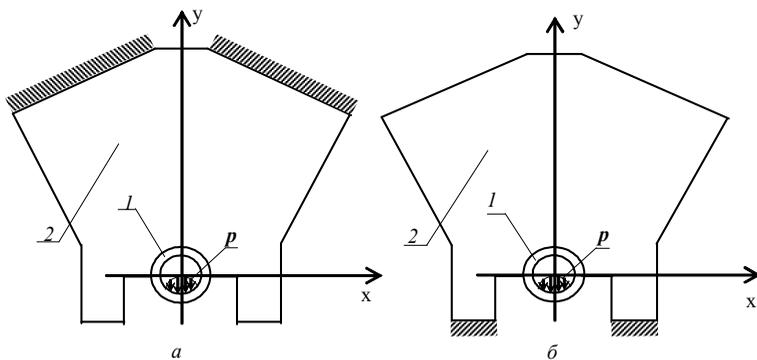


Рисунок 2 – Расчетные схемы опорного узла: а – силы давления газов;

б – силы инерции; *l* – бугельная часть; 2 – несущий лист.

Структуры для компонентов независимых аппроксимаций векторов напряжений  $\sigma_x^{(1)}, \sigma_{xy}^{(1)}, \sigma_y^{(1)}, \sigma_x^{(2)}, \sigma_y^{(2)}, \sigma_{xy}^{(2)}$  и перемещений  $u_x^{(1)}, u_y^{(1)}, u_x^{(2)}, u_y^{(2)}$ , в скобках указан номер области, удовлетворяющие всем статическим и кинематическим граничным условиям, а так же условиям идеального контакта, имеют вид:

$$u_x^{(2)} = \Phi_1 \frac{\omega_{(2)}^u}{\omega_{(2)}^u + \omega_{(1,2)}} + \Phi_2 \omega_{(2)}^u \omega_{(1,2)}; \quad u_y^{(2)} = \Phi_3 \frac{\omega_{(2)}^u}{\omega_{(2)}^u + \omega_{(1,2)}} + \Phi_4 \omega_{(2)}^u \omega_{(1,2)};$$

$$u_x^{(1)} = \Phi_1 + \Phi_5 \omega_{(1,2)}; \quad u_y^{(1)} = \Phi_3 + \Phi_6 \omega_{(1,2)};$$

$$\sigma_x^{(2)} = \left(m_{(2)}^\sigma\right)^2 \Phi_7 \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_8 \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_9 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma;$$

$$\sigma_y^{(2)} = \left(l_{(2)}^\sigma\right)^2 \Phi_7 \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_{10} \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_{11} \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma;$$

$$\sigma_{xy}^{(2)} = -\Phi_7 l_{(2)}^\sigma m_{(2)}^\sigma \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_{12} \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_{13} \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma;$$

$$\sigma_x^{(1)} = \Phi_8 \frac{\omega_{(1)}^\sigma}{\omega_{(1)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left(m_{(1)}^\sigma\right)^2 \Phi_{15} \frac{\omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2}}{\omega_{(1)}^{\sigma d} + \omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2}} + \Phi_{16} \omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^\sigma +$$

$$+ \left[ \left( \left( l_{(1)}^\sigma \right)^2 - \left( m_{(1)}^\sigma \right)^2 \right) \frac{P \omega_{(1)}^{\sigma_2}}{\omega_{(1)}^{\sigma_1} + \omega_{(1)}^{\sigma_2}} + \left( m_{(1)}^\sigma \right)^2 \Phi_{14} \right] \frac{\omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma d}}{\omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2} + \omega_{(1)}^{\sigma d} \omega_{(1,2)}};$$

$$\sigma_y^{(1)} = \Phi_{10} \frac{\omega_{(1)}^\sigma}{\omega_{(1)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left( l_{(1)}^\sigma \right)^2 \Phi_{15} \frac{\omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2}}{\omega_{(1)}^{\sigma d} + \omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2}} + \Phi_{17} \omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^\sigma +$$

$$+ \left[ - \left( \left( l_{(1)}^\sigma \right)^2 - \left( m_{(1)}^\sigma \right)^2 \right) \frac{P \omega_{(1)}^{\sigma_2}}{\omega_{(1)}^{\sigma_1} + \omega_{(1)}^{\sigma_2}} + \left( l_{(1)}^\sigma \right)^2 \Phi_{14} \right] \frac{\omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma d}}{\omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2} + \omega_{(1)}^{\sigma d} \omega_{(1,2)}};$$

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \Phi_{12} \frac{\omega_{(1)}^\sigma}{\omega_{(1)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left[ l_{(1)}^\sigma m_{(1)}^\sigma \left( \frac{P \omega_{(1)}^{\sigma_2}}{\omega_{(1)}^{\sigma_1} + \omega_{(1)}^{\sigma_2}} - \Phi_{14} \right) \right] \frac{\omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma d}}{\omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2} + \omega_{(1)}^{\sigma d} \omega_{(1,2)}} -$$

$$- l_{(1)}^\sigma m_{(1)}^\sigma \Phi_{15} \frac{\omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2}}{\omega_{(1)}^{\sigma d} + \omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^{\sigma_1} \omega_{(1)}^{\sigma_2}} + \Phi_{18} \omega_{(1,2)} \omega_{(1)}^\sigma,$$

где  $\Phi_i$  ( $i = \overline{1, 18}$ ) – неопределенные компоненты,

$$\omega_{(1,2)} = -(f_{10} \wedge_0 f_9); \omega_{(1)}^{\sigma d} = -(f_{10} \wedge_0 f_{16}); \omega_{(1)}^{\sigma 1} = f_{17} \wedge_0 f_{21};$$

$$\omega_{(1)}^{\sigma 2} = f_{17} \wedge_0 f_{20}; \omega_{(1)}^{\sigma} = (f_{19} \wedge_0 f_{16}) \vee_0 f_{17};$$

$$\omega = ((f_2 \wedge_0 f_3) \vee_0 f_1) \wedge_0 (((f_7 \wedge_0 f_8) \vee_0 f_9) \vee_0 f_{10}) \wedge_0 f_{12} \wedge_0 ((f_5 \wedge_0 f_6) \wedge_0 f_4);$$

$$\omega_{(2)}^u = (f_5 \wedge_0 f_6) \vee_0 f_{13};$$

$$\omega_{(2)}^{\sigma} = ((f_2 \wedge_0 f_3) \vee_0 f_1) \wedge_0 (((f_7 \wedge_0 f_8) \vee_0 f_9) \vee_0 f_{18}) \wedge_0 f_4$$

– для расчета податливости от сил давления газов (рис.2 а);

$$\omega_{(2)}^u = (f_{14} \vee_0 f_{15}) \wedge_0 f_7;$$

$$\omega_{(2)}^{\sigma} = ((f_2 \wedge_0 f_3) \vee_0 f_1) \wedge_0 ((f_8 \vee_0 f_9) \wedge_0 f_{18}) \wedge_0 ((f_5 \wedge_0 f_6) \wedge_0 f_4)$$

– для расчёта податливости от сил инерции (рис.2 б);

$f_i$  ( $i = \overline{1, 21}$ ) – левые части нормализованных до первого порядка уравнений границ опорных областей;  $\wedge_0$  – R-конъюнкция,  $\vee_0$  – R-дизъюнкция [2];

$$l_{(2)}^{\sigma} = -\frac{\partial \omega_{(2)}^{\sigma}}{\partial x}; m_{(2)}^{\sigma} = -\frac{\partial \omega_{(2)}^{\sigma}}{\partial y}; l_{(1,2)} = -\frac{\partial \omega_{(1,2)}}{\partial x}; m_{(1,2)} = -\frac{\partial \omega_{(1,2)}}{\partial y}.$$

Неопределённые компоненты структур  $\Phi_i$  ( $i = \overline{1, 18}$ ), принимались в виде разложений по ортогональным полиномам Чебышева. Коэффициенты в этих разложениях определялись методом Ритца из условия стационарности функционала Рейсснера [3].

**Результаты расчетных исследований.** Задача решена с использованием программирующей системы «Поле». Рассчитывались четыре варианта, отличающиеся типом граничных условий и толщиной бугельной части в связи с наличием коренных подшипников различной длины. При расчетах варьировались: количество базисных функций, их соотношения в аппроксимациях напряжений и перемещений, точность интегрирования. Достоверность решений проверялась выполнением интегральных критериев [3]. Варианты расчётов приведены в таблице 1.

Таблица 1

Варианты расчета		
Номер варианта	Тип граничных условий	Толщина бугельной части, мм
1	Рис. 2 а	78
2	Рис. 2 а	108
3	Рис. 2 б	78
4	Рис. 2 б	108

Значения вертикальных перемещений нагруженной зоны приведены на рис.3. Значения коэффициентов податливости приведены в таблице 2.

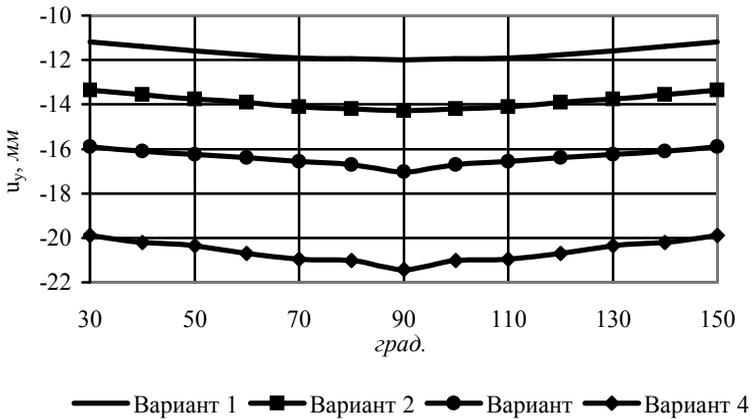


Рисунок 3 – Значения вертикальных перемещений нагруженной зоны.

Таблица 2

Значение, мм/Н	Значения коэффициентов податливости			
	Вариант			
	1	2	3	4
	$0.719 \cdot 10^{-6}$	$0.616 \cdot 10^{-6}$	$1.01 \cdot 10^{-6}$	$0.918 \cdot 10^{-6}$

**Выводы.** 1. Разработана математическая модель опорного узла коленчатого вала как двухслойного тела на основе вариационного принципа Рейсснера.

2. Определены коэффициенты линейной упругой податливости узла, которые использованы при расчетах на прочность коленчатого вала дизеля.

3. Достоверность результатов подтверждена выполнением интегральных критериев.

**Список литературы:** 1. Тарсис Е.Ю. Смешанный вариационный подход к решению задач для составного тела на основе метода R-функций // Проблемы машиностроения. – 2001. – т.4, № 3-4. – С. 116-123. 2. Рвачёв В.Л. Теория R-функций и некоторые её приложения. – Киев: Наук. Думка, 1982. – 566 с. 3. Рвачёв В.Л., Тарсис Е.Ю. Вариационно-структурный метод для решения задач теории упругости на основе функционала Рейсснера // Вісник Інженерної академії України. – 2001. – №3. – С. 17-20.

Поступила в редакцию 30.03.2011