

О.П. ІВАНІЦЬКАЯ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХП»

ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРАВЛІЧНИХ МОДУЛІВ З ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ОДНОШТОКОВИМ ГІДРАВЛІЧНИМ ЦИЛІНДРОМ

Уся різноманітність гідравлічних дросельних приводів з горизонтальним гідравлічним циліндром може бути зведена до 16 гідравлічних модулів залежно від напрямку руху поршня, напрямку дії навантаження, наявності або відсутності дроселя (або регулятора витрати) і розташування його в напірній або зливній магістралях. Наведені математичні моделі 16 основних типів гідравлічних модулів з горизонтальним гідравлічним циліндром.

Все разнообразие гидравлических дросельных приводов с горизонтальным гидравлическим цилиндром можно свести к 16 гидравлическим модулям в зависимости от направления движения поршня, направления действия нагрузки, наличия или отсутствия дросселя (или регулятора расхода) и расположения его в напорной или сливной магистралях. Приведены математические модели 16 основных типов гидравлических модулей с горизонтальным гидравлическим цилиндром.

All variety of hydraulic throttle drives with the horizontal hydraulic cylinder can be reduced to 16 hydraulic modules depending on a direction of movement of the piston, a direction of action of loading, presence or absence of a throttle (or a regulator of the charge) and its arrangements in pressure head or drain highways. Mathematical models 16 of the basic types of hydraulic modules with the horizontal hydraulic cylinder are resulted.

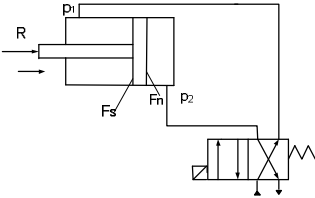
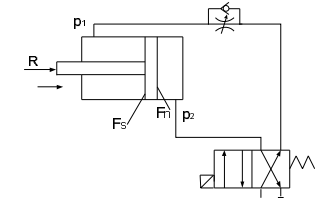
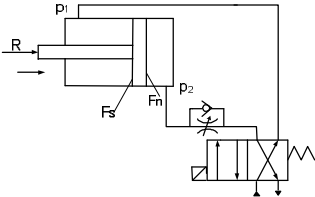
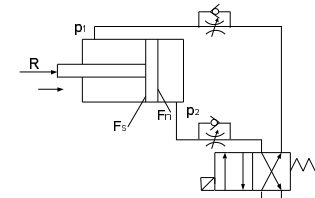
Вступ. Гідравлічні приводи застосовуються для автоматизації процесів в усіх галузях життєдіяльності людини. Тому питання математичного моделювання їх робочих процесів є актуальним.

Мета статті. Метою даної статті є розробка математичних моделей для робочого процесу гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим гідравлічним циліндром (ГЦ).

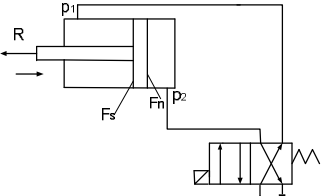
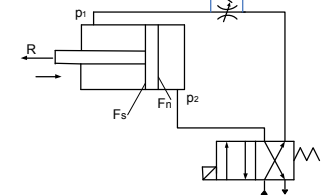
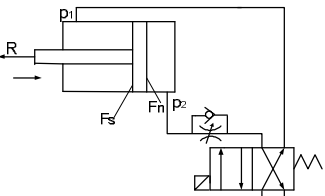
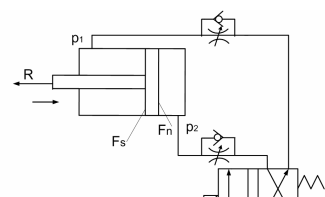
Поняття гідравлічного модуля. Будемо вважати, що будь-яку гідравлічну схему можна представити у вигляді гідравлічного блоку (модуля), який складається з: ГЦ; гідравлічного розподільника (у загальному випадку двопозиційного чотирьох лінійного); дроселя зі зворотним клапаном; напірної магістралі, з'єднаної з насосом; зливальної магістралі, з'єднаної з баком (дивись модуль № 1 – 16 таблицю) [1, 2].

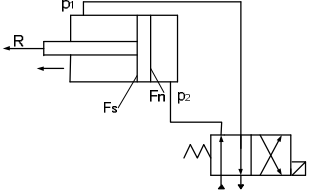
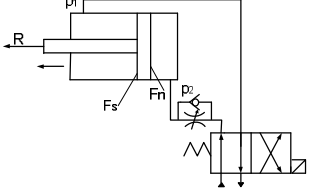
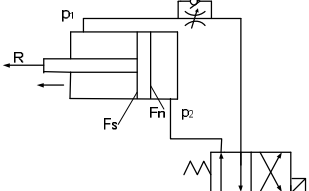
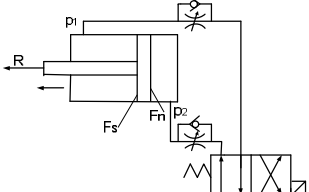
Використовуючи поняття гідравлічного модуля, усі наявні гідравлічні схеми з горизонтальним одноштоковим ГЦ можливо звести до 16 гідравлічних модулів. Перші чотири модулі здійснюють втягування штока ГЦ. При цьому розподільник перебуває в правій робочій позиції (дивись таблицю). Напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока. Гідравлічні модулі з п'ятого по восьмий (дивись таблицю) здійснюють висування штока ГЦ. Розподільник при цьому перебуває в лівій робочій позиції. Напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ.

Математичні моделі гідравлічних модулів з горизонтальним ГЦ

№	Гідравлічна схема модуля	Математична модель модуля
1	2	3
1		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_h + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} - V F_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left(-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + V F_h \right) \frac{E}{W_{02} - F_h y}. \end{aligned} \right.$
2		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_h + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} - V F_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left(-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + V F_h \right) \frac{E}{W_{02} - F_h y}. \end{aligned} \right.$
3		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_h + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} - V F_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left(-\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + V F_h \right) \frac{E}{W_{02} - F_h y}. \end{aligned} \right.$
4		$\left\{ \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{1}{m} (p_1 F_s - p_2 F_h + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} &= (\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} - V F_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} &= \left(-\mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + V F_h \right) \frac{E}{W_{02} - F_h y}. \end{aligned} \right.$

1	2	3
5		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left(\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$
6		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left(\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$
7		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left(\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$
8		$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n - R - Rt);$ $\frac{dp_1}{dt} = (-\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y};$ $\frac{dp_2}{dt} = \left(\mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}.$

1	2	3
9		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
10		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
11		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(-\mu f_d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$
12		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(p_1 F_s - p_2 F_n - R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (\mu f_{d1} \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_n - p_1)} - VF_s) \frac{E}{W_{01} + F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(-\mu f_{d2} \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2} + VF_n \right) \frac{E}{W_{02} - F_n y}. \end{cases}$

1	2	3
13		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
14		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(\mu f d \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
15		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu f d \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(\mu \pi d_z x_z \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$
16		$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{m}(-p_1 F_s + p_2 F_n + R - Rt); \\ \frac{dp_1}{dt} = (-\mu f d_1 \sqrt{\frac{2}{\rho} p_1 + V F_s}) \frac{E}{W_{01} - F_s y}; \\ \frac{dp_2}{dt} = \left(\mu f d_2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_2) - V F_n} \right) \frac{E}{W_{02} + F_n y}. \end{cases}$

Гідравлічні модулі з дев'ятого по дванадцятий здійснюють втягування штока ГЦ. При цьому розподільник перебуває в правій робочій позиції (дивись таблицю). Напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ.

Гідравлічні модулі із тринадцятого по шістнадцятий (дивись таблицю) здійснюють висування штока ГЦ. Розподільник при цьому перебуває в лівій робочій позиції. Напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ.

Розглянуті гідравлічні модулі із вертикальним одноштоковим ГЦ (шток орієнтований униз) мають наступні особливості схеми (дивись таблицю):

- модуль №1: шток втягується, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока;
- модуль №2: шток втягується, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №3: шток втягується, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №4: шток втягується, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №5: шток висувається, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №6: шток висувається, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №7: шток висувається, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №8: шток висувається, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, напрямок навантаження співпадає з втягуванням штока ГЦ;
- модуль №9: шток втягується, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №10: шток втягується, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №11: шток втягується, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №12: шток втягується, дроселі встановлені в напірній і зливній магістралях, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №13: шток висувається, дроселі відсутні, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №14: шток висувається, дросель установлений у напірній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №15: шток висувається, дросель установлений у зливній магістралі, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ;
- модуль №16: шток висувається, дроселі встановлені в напірній і злив-

ній магістралях, напрямок навантаження співпадає з висуванням штока ГЦ.

Математичні моделі гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим гідравлічним циліндром. При побудові математичних моделей будемо використовувати наступні припущення [4]:

- відсутні витоки робочої рідини (РР);
- сухе тертя дорівнює нулю;
- хвильові процеси в трубопроводах відсутні;
- температура РР постійна (тобто постійними вважаємо коефіцієнти кінематичної в'язкості й сили тертя);
- втрати на тертя в магістралях і в гідравлічній апаратурі не враховуються;
- тиск у зливній магістралі дорівнює нулю;
- радіальний зазор між втулкою й золотником у золотникових розподільниках приймаємо рівним нулю;
- робочі кромки вважаємо гострими;
- приймаємо постійним E – модуль пружності РР.

1. *Рівняння нерозривності.* Рівняння нерозривності виражає закон збереження маси рідини, що рухається. Для двох поперечних перерізів того самого потоку ідеальної рідини рівняння нерозривності можна записати у вигляді:

$$Q_1 = Q_2 \quad \text{або} \quad V_1 S_1 = V_2 S_2, \quad (1)$$

де Q_1 , Q_2 , V_1 , V_2 , S_1 , S_2 – витрати, швидкості РР й площі поперечних перерізів 1-1 і 2-2.

Так, наприклад, для гідравлічної системи із дросельним способом регулювання швидкості (модуль 3, таблиця) при правій робочій позиції розподільника рівняння нерозривності має вигляд:

$$Q_n = Q_{p1} = Q_{ц1}; \quad Q_{ц2} = Q_{op} = Q_{p2} = Q_{\sigma}, \quad (2)$$

де Q_n – витрата насоса; Q_{p1} , Q_{p2} – витрата через розподільник; $Q_{ц1}$ – витрата штокової порожнини ГЦ; $Q_{ц2}$ – витрата поршневої порожнини ГЦ; Q_{op} – витрата через дросель; Q_{σ} – витрата, що надходить із ГЦ через розподільник у бак.

2. *Рівняння динаміки* виконавчого органа гідравлічного приводу, що описує рух поршня ГЦ як твердого тіла, відповідно до законів механіки, а саме на основі *принципу Даламбера* (згідно з яким сила інерції дорівнює різниці активних сил і сил опору), запишемо на прикладі модуля 3 (таблиця) у вигляді:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = p_1 F_s - p_2 F_n + R - R_t, \quad (3)$$

де m – приведена до поршня маса рухливих частин і РР; p_1, p_2 – тиск у порожнинах гідроциліндра; F_n, F_s – ефективні площі поршня поршневої і штокової порожнин ГЦ; R – навантаження; R_t – сили тертя; y – переміщення поршня.

3. Рівняння витрат РР через апаратуру. Для ГЦ, з урахуванням стисливості РР, рівняння витрати, наприклад, для модуля 3 (таблиця) має вигляд:

$$Q_{ц1} = F_s V + \frac{(W_{01} + F_s y)}{E} \frac{dp_1}{dt}; \quad Q_{ц2} = F_n V - \frac{(W_{02} - F_n y)}{E} \frac{dp_2}{dt}, \quad (4)$$

де V – швидкість поршня; W_{01}, W_{02} – початковий об'єм РР у відповідних порожнинах ГЦ.

Для гідравлічної апаратури, у якій відбувається дроселювання РР (дроселі, розподільники), рівняння витрати має вигляд:

$$Q_{др} = \mu f_d \sqrt{2\Delta p / \rho}, \quad Q_p = \mu \pi d_z x_z \sqrt{2\Delta p / \rho}, \quad (5)$$

де $Q_{др}, Q_p$ – витрата через дросель та розподільник; μ – коефіцієнт витрати; f_d – площа прохідного перетину дроселя; Δp – перепад тиску на щілині гідроапаратури; ρ – густина РР; d_z – діаметр золотника розподільника; x_z – величина відкриття вікна розподільника.

У таблиці наведені математичні моделі гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим ГЦ, які складені на підставі розглянутих вище рівнянь нерозривності, руху рухливих елементів і рівнянь витрати через гідравлічну апаратуру.

Висновки. Усе різноманіття гідравлічних дросельних приводів з горизонтальним одноштоковим ГЦ можна звести до 16 типових гідравлічних модулів залежно від напрямку руху поршня і штока ГЦ, напрямку дії навантаження, наявності дроселя (або регулятора витрати) і розташування його в напірній або зливній магістралях.

Для опису робочого процесу гідравлічних приводів використовуються основні види рівнянь: нерозривності; руху рухливих елементів; витрат рідини через апаратуру.

Наведені математичні моделі 16 основних гідравлічних модулів з горизонтальним одноштоковим ГЦ.

Список літератури: 1. *Іваницька Е.П.* К вопросу о типизации гидравлических приводов // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – № 4 / 10 (40). – С. 37 – 40. 2. *Іваницька Е.П.* Математические модели гидравлических модулей с вертикальным гидравлическим цилиндром // Восточно-европейский журнал передовых технологий, 2009. – №5 / 6 (41). – С. 38 – 41. 3. *Лур'є З.Я., Іваницька О.П.* Моделювання та динаміка гідравлічних систем: Навчальний посібник. – Харків: ХДПУ, 2000. – 132 с. 4. *Іваницька О.П.* Про моделювання гідравлічних модулів з вертикальним гідравлічним циліндром // Вісник НТУ «ХП», 2011. – Вип. 13. С. 89 – 96.

Надійшла до редколегії 09.01.2012