

**П.М. АНДРЕНКО**, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХП»;

**І.П. ГРЕЧКА**, канд. техн. наук, ст. викл., НТУ «ХП»;

**А.Ю. ЛЕБЕДЕВ**, магістр, НТУ «ХП»

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛЬНИКА ПОТОКУ

Описано робочі процеси в розподільнику потоку робочої рідини. Наведена його математична модель, що враховує нестационарність гідродинамічних процесів, параметри робочої рідини, що змінюються. Дано рекомендації з вибору конструктивних параметрів розподільника потоку.

Описаны рабочие процессы в делителе потока рабочей жидкости. Приведена его математическая модель, которая учитывает нестационарность гидродинамических процессов и изменяющиеся параметры рабочей жидкости. Даны рекомендации для выбора конструктивных параметров делителя потока.

Describes the workflows working fluid flow dividers. Given its mathematical model that takes into account the nonstationarity of hydrodynamic processes and the changing parameters of the working fluid. Recommendations are given for selecting the design parameters of the flow divider.

**Вступ.** Гідравлічні апарати знайшли широке застосування в сучасних об'ємних гідроагрегатах (ГА), мехатронних систем технологічного обладнання, транспортних машин, іншому гідрофікованованому обладнанні. Це обумовлено тим, що такі ГА мають високу довговічність, надійно захищені від перевантажень, забезпечують їм механічну жорсткість по відношенню до навантаження та високу позиційну точність реверсу. Вони значно спрощують автоматизацію промислових процесів та підвищують якість машин, дозволяють суттєво зменшити їх вагу і габарити, надійно працюють в любых кліматичних умовах [1]. Номенклатура гідроапаратів становить сотні найменувань та неухильно зростає. Імітаційне математичне моделювання робочих процесів в гідроапаратах, яке спирається на їх математичні моделі, дозволяє пришвидшити розробку нових зразків гідроапаратів та модернізувати існуючі. Тому розробка адекватних математичних моделей гідроапаратів є актуальним науковим завданням.

**Аналіз останніх досліджень.** Питанням проектування та розрахунку об'ємних ГА, в тому числі і гідроапаратів, присвячено достатньо велика кількість робіт таких учених, як: *Т.М. Баїта, В.П. Бочаров, М.С. Гаминін, Г.Й. Зайончковський, Р.Д. Іскович-Лотоцький, Б.Л. Коробочкин, В.А. Лещенко, З.Я. Лур'є, К.Л. Навроцький, І.В. Ніколенко, В.М. Прокоф'єв, Д.М. Попов, О.М. Склярєвський, В.Б. Струтинський, З.Л. Фінкельштейн, О.М. Яхно* та інших. В їх роботах розглянуті фундаментальні основи побудови ГА які базуються на їх повних математичних моделях та дозволяють отримати ГА з заданими статичними і динамічними властивостями. Стосовно роз-

роблювальних гідроапаратів незмінною залишається вимога підвищення їх характеристик, таких як, точність відпрацювання керуючих сигналів та чутливість до них. Вимоги, щодо розроблювальних гідроапаратів сформульовані нами в статті [2].

У роботі [3] описано робочий процес розподільника потоку та його математична модель. Однак наведена математична модель неповна, відсутнє рівняння руху запірно-регулюючого елемента (ЗРЕ), вона не враховує нестационарні гідродинамічні процеси, що відбуваються в розподільнику потоку, змінність в часі параметрів робочої рідини та коефіцієнта витрат. Такі самі недоліки має математична модель розподільника потоку, наведена в статті [4].

Більш повна математична модель робочого процесу розподільника потоку наведена в роботі [5]. Однак вона також не враховує нестационарні гідродинамічні процеси, змінність параметрів робочої рідини та коефіцієнта витрат. Наведені математичні залежності для визначення сил тертя та гідродинамічної сили не враховують конструктивних параметрів розподільника потоку. Відмітимо, що інформація щодо повних математичних моделей розподільників потоку в науково-технічній літературі відсутня. Таким чином, їх розробка є актуальним науковим завданням.

**Постановка задачі.** Метою статті є розробка повної математичної моделі робочого процесу розподільника потоку.

**Розподільник потоку.** Він служить для розподілення потоку на дві частини з метою забезпечення необхідного співвідношення швидкостей виконавчих механізмів ГА, незалежно від діючих на них навантажень. Розподільник [6] (рис. 1) складається з наступних основних деталей: корпусу 1, зрівняльного ЗРЕ 2, розподільного ЗРЕ 3 із двома діафрагмами 4, притиснутими пробками 5. Торці корпусу закриті пробками 6 і 7.

Працює розподільник потоку наступним чином. Потік робочої рідини підводить до отвору А і через діафрагми направляється в торцеві камери ЗРЕ 3. Далі через тангенціальні отвори Б і через змінні дроселі, утворені кромками канавок У і Г корпусу й кромками ЗРЕ 3, робоча рідина надходить у канавки Д і Е, звідки через другий щабель змінних дроселів, утворених кромками канавок Д і Е та кромками ЗРЕ 2, робоча рідина надходить у канали, що відводять, і И і К. Поряд із цим канавки Д і Е з'єднуються через отвори, що демпфують, М і Л з торцевими камерами ЗРЕ 2. Зрівняльний ЗРЕ 2 і діляльний ЗРЕ 3 перебувають у середнім положенні тільки при рівності тисків у каналах, що відводять.

Збільшення опору в одному з відводів, наприклад, у каналі ДО, викликає збільшення тиску в лівій торцевій камері зрівняльного ЗРЕ, у зв'язку із чим останній зміщається вправо, дроселюючи потік робочої рідини на ділянці між канавкою Е і відповідним каналом И. Зсув зрівняльного ЗРЕ відбувається

ся доти, поки тиск у каналах Д і Е (а отже й у торцевих камерах зрівняльного ЗРЕ), а також у канавках У і Г не вирівнюється.

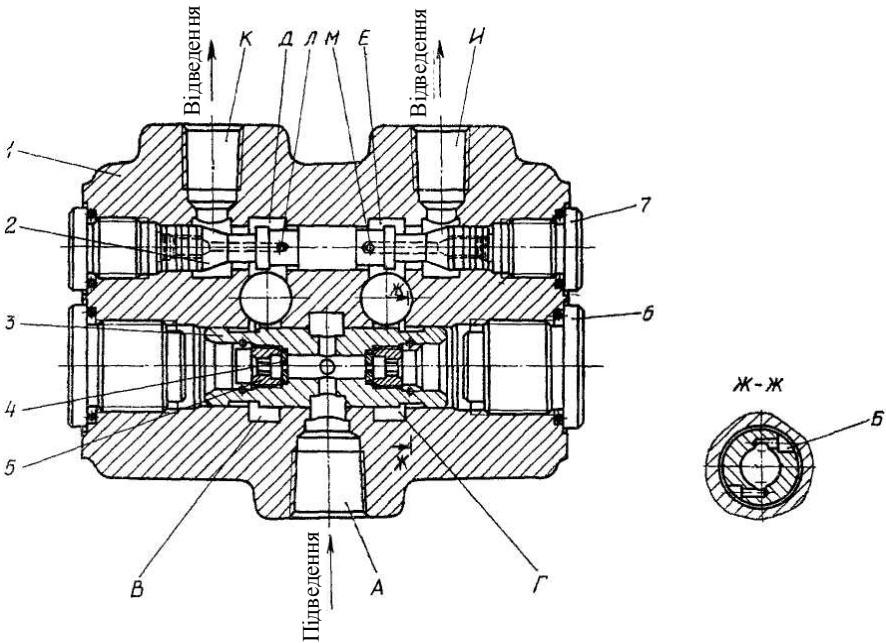


Рисунок 1 – Розподільник потоку.

Таким чином, незалежно від фактичної різниці тисків у каналах И і К, що відводять, зрівняльний ЗРЕ автоматично підтримує практично однаковий тиск у каналах У і Г. Цим забезпечується пропорційність умов витікання робочої рідини через обидві гілки ділильного ЗРЕ, і, як наслідок, висока точність роботи розподільника. Крім того, з метою підвищення чутливості шляхом виключення тертя спокою, розподільний ЗРЕ обертається за рахунок реактивного моменту, що виникає при проходженні потоку робочої рідини через тангенціальний отвір Б.

**Математична модель розподільника потоку.** Вважали, що в ГА відсутній гідравлічний удар та кавітація. Математична модель робочого процесу розподільника потоку (рис. 2), якщо зневажати опором каналів, витоками та перетоками, описується наступними рівняннями:

- руху розподільного ЗРЕ 3

$$m_{зре3} \ddot{x}_{зре3} = F_{кер3}(t) - F_{рпр}(t) - F_{гд}(t) - F_{трв}(t); \quad (1)$$

- руху зрівняльного ЗРЕ 2

$$m_{зре2} \ddot{x}_{зре2} = F_{кер2}(t) - F_{рпр}(t) - F_{гд}(t) - F_{тр}(t) - F_{дем}(t); \quad (2)$$

- обмеження переміщення ЗРЕ 3

$$0 < x_{зре 3}(t) \leq x_{зре 3 \max}; \quad (3)$$

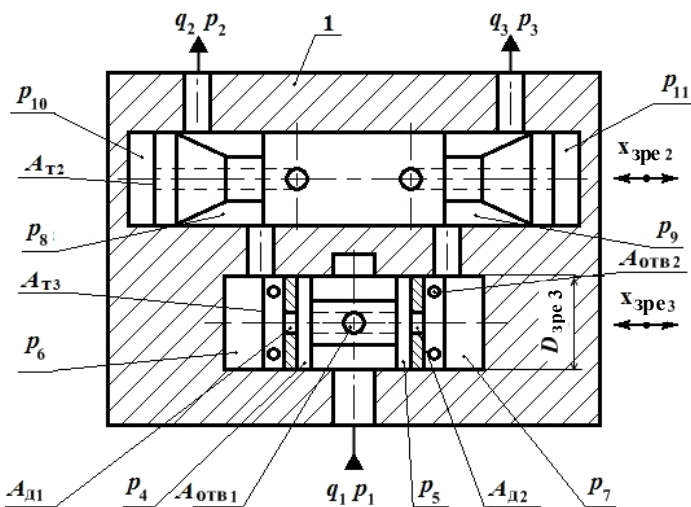


Рисунок 2 – Розрахункова схема розподільника потоку.

- обмеження переміщення ЗРЕ 2

$$0 < x_{зре 2}(t) \leq x_{зре 2 \max}, \quad (4)$$

- зміни стану робочої рідини

$$T_a = const, \rho(t), \quad (5)$$

де температуру  $T_a$  приймали рівною її середньому значенню, а густину робочої рідини  $\rho(t)$  визначали залежно від її газовмісту та зміни тиску в ГА за залежностями, наведеними у статті [7];

- нерозривності

$$q_1(t) = q_2(t) + q_3(t); \quad (6)$$

- витрати через канал, що відводить, ДО

$$q_2(t) = q_{д1}(t) = q_{отв 2}(t) = q_{др В}(t) = q_{др Д}(t) + q_{дем Л}(t); \quad (7)$$

- витрати через канал, що відводить, И

$$q_3(t) = q_{д 2}(t) = q_{отв 2}(t) = q_{др Г}(t) = q_{др Е}(t) + q_{дем М}(t). \quad (8)$$

У рівняннях (1) і (2)  $m_{зре 2}$  і  $m_{зре 3}$  – відповідно маси ЗРЕ 2 і 3 з приведеними до них рухомими частинами;  $x_{зре 2}(t)$  і  $x_{зре 3}(t)$  – відповідно переміщення ЗРЕ 2 і 3.

Силу рідинної пружини визначали за залежністю

$$F_{п пр}(t) = c_{п ср} x_{зре}(t), \quad (9)$$

де  $c_{p\text{ ср}}$  – середній коефіцієнт жорсткості рідинної пружини, що розраховують за формулою з роботи [8]:

$$c_{p\text{ ср}} = \frac{\pi^2 d_{\text{зре}}^4 E_{\text{см}}}{8 V_0 (1 + \bar{V}_T)}, \quad (10)$$

де  $d_{\text{зре}}$  – діаметр ЗРЕ;  $E_{\text{см}}$  – модуль об'ємної пружності газорідинної суміші;  $V_0$  – об'єм робочої рідини, що перебуває в камері керування при середньому положенні ЗРЕ, для гідроапарата;  $\bar{V}_T$  – відносний об'єм трубопроводів і камер керування:  $\bar{V}_T = V_T/V_0$ , де  $V_T$  – об'єм трубопроводів.

Гідродинамічну силу визначали за залежністю з роботи [9], записану нами у вигляді, що дозволяє враховувати нестационарні гідродинамічні процеси,

$$F_{\text{гд}}(t) = -2 c_{\text{гд}}(t) x_{\text{зре}}(t) - k_{\text{ін}}(t) \frac{dx_{\text{зре}}}{dt}, \quad (11)$$

де

$$c_{\text{гд}}(t) = \mu_{\text{рп}}(\text{Re}) b_{\text{вік}} (p_{\text{ж}} - p_{\text{зл}}) \cos \theta_{\text{н}}; \quad (12)$$

$$k_{\text{ін}}(t) = \rho(t) (l_3 - l_2) \mu_{\text{рп}}(\text{Re}) b_{\text{вік}} \sqrt{(p_{\text{ж}} - p_{\text{зл}}) / \rho(t)}; \quad (13)$$

де  $\mu_{\text{рп}}(\text{Re})$  – коефіцієнт витрати регулятора потоку залежно від числа Рейнольдса –  $\text{Re}$ , що розраховували за залежністю з роботи [10];  $\theta_{\text{н}}$  – кут нахилу струменя потоку до осі ЗРЕ, що визначали відповідно до рекомендацій статті [11];  $b_{\text{вік}}$  – сумарна ширина вікон регулятора потоку;  $l_3$  і  $l_2$  – відповідно, відстані між віссю каналу живлення та виточкою у гільзі регулятора потоку, віссю каналу зливу та виточкою у гільзі регулятора потоку;  $p_{\text{ж}}$  і  $p_{\text{зл}}$  – відповідно тиск живлення та зливу.

Силу тертя ЗРЕ 2 розраховували за залежністю [12]:

$$F_{\text{трк}}(t) = \begin{cases} k_2 \text{sign } \dot{x}_{\text{зре}}, & \text{при } \dot{x}_{\text{зре}} \neq 0; \\ + k_2, & \text{при } \dot{x}_{\text{зре}} = 0 \text{ та } F_0 > k_2; \\ - k_2, & \text{при } \dot{x}_{\text{зре}} = 0 \text{ та } F_0 < -k_2; \\ F_0, & \text{при } \dot{x}_{\text{зре}} = 0 \text{ та } |F_0| \leq k_2, \end{cases} \quad (14)$$

де  $F_0$  і  $k_2$  знаходили із рівняння

$$m \ddot{x}_{\text{зре}} = F_0 - k_2. \quad (15)$$

Силу тертя обертання ЗРЕ 3  $F_{\text{трв}}(t)$  розраховували за формулою

$$F_{\text{трв}} = \mu \frac{A_{\text{кв}} v}{\delta} \frac{2 (\delta/e) \left[ (\delta/e)^2 + 2 \right]}{\left[ 2 (\delta/e)^2 + 1 \right] \sqrt{(\delta/e)^2 - 1}}, \quad (16)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості робочої рідини;  $A_k = 2 \pi R_{зре3}$  – поверхня контакту ЗРЕ 3 одиничної довжини;  $v$  – кутова швидкість поверхні ЗРЕ 3;  $\delta$  – радіальний зазор;  $e$  – ексцентриситет ЗРЕ 3.

Сила, що діє на ЗРЕ розподільника витрати з боку камери, що демпфірує, визначали з залежності

$$F_{дем}(t) = \frac{\pi d_{дп}^2}{4} [p_{дп}(t) - p_{пч}(t)], \quad (17)$$

де  $d_{дп}$  – діаметр ЗРЕ з боку камери, що демпфірує;  $p_{дп}(t)$  і  $p_{пч}(t)$  – відповідно тиск у камері, що демпфірує, і в проточній частині регулятора потоку.

Силу керування  $F_{кер2(3)}(t)$  розраховували за формулою

$$F_{кер2(3)}(t) = A_{т2(3)} \Delta p(t)_{2(3)}, \quad (18)$$

де  $A_{т2(3)}$  – площа торця ЗРЕ 2 (3);  $\Delta p(t)_{2(3)}$  – перепад тиску на торцях ЗРЕ 2 (3),  $\Delta p(t)_{2(3)} = p_{10(6)} - p_{11(7)}$ .

Витрати через діафрагму  $q_{д1(2)}(t)$  та отвір  $q_{Б1(2)}(t)$  розраховували за однотипними залежностями

$$q_{д1(2); Б1(2)}(t) = \mu(\text{Re}) A_{д1(2); Б1(2)} \sqrt{\frac{2}{\rho(t)} \Delta p_{д1(2); Б1(2)}(t)}, \quad (19)$$

де  $A_{д1(2); Б1(2)}$  – площа прохідного перетину діафрагми (отвору),  $A_{д1(2); Б1(2)} = \pi d_{д1(2); Б1(2)}^2 / 4$ ;  $\Delta p_{д1(2); Б1(2)}(t)$  – перепад тиску на діафрагмі (отворі).

Витрати через змінні дроселі  $q_{дрВ(\Gamma)}(t)$  і  $q_{дрД(Е)}(t)$ , демпфірування  $q_{демЛ(М)}$  визначали за однотипними залежностями

$$q_{др}(t) = G_{др}(t) \sqrt{\Delta p_{др}(t) \text{sign} x_{зре2}(t)}, \quad (20)$$

де  $\Delta p_{др}(t)$  – перепад тиску на дроселі;  $\text{sign} x_{зре}$  – функція Кронекера від  $x_{зре}$ ;  $G_{др}(t)$  – провідність змінного дроселя розраховували за залежністю

$$G_{др}(t) = \mu_{др} (\text{Re}_{др}) A_{др}(x_{зредр}(t)) \sqrt{2/\rho(t)}. \quad (21)$$

Рівняння (1) – (21) є повною, з урахуванням максимальної кількості факторів, математичною моделлю регулятора потоку.

**Рекомендації з вибору конструктивних параметрів регулятора потоку.** При проектуванні регулятора потоку необхідно:

- найбільшу площу перетину робочого вікна регулятора потоку визначати з залежності (19), у яку підставляти максимальне значення витрати;

- щоб сумарні втрати тиску, втрати на робочих вікнах і каналах корпусу регулятора потоку, не перевищували 5 % від номінального значення тиску; припустимі значення швидкостей робочої рідини у каналах регулятора потоку наведені у роботі [13];
- діаметр ЗРЕ вибирати із рекомендованого ряду [13];
- щоб радіальний зазор між ЗРЕ і корпусом (втулкою) не був досить великим та забезпечив легке переміщення ЗРЕ всередині корпусу без великого тертя й «заїдання», у той же час зазор не повинен бути малим, щоб забезпечив малі витрати та високий КПД; його вибирають з таблиці роботи [14].

**Висновки.** Уперше розроблена повна математична модель робочого процесу регулятора потоку, що комплексно враховує нестаціонарні гідродинамічні процеси, змінність параметрів робочої рідини та коефіцієнта витрат. Використання розробленої математичної моделі дозволить, на етапі проектування регуляторів потоку, підвищити точність розрахунків.

Розроблена математична модель може бути використана при створенні математичної моделі суматора потоку.

**Список літератури:** 1. Кулешков Ю.В., Черновол М.И., Бевз О.В., Титов Ю.А. Шестеренные насосы с асиметричной линией зацепления шестерен. Теория, конструкция и расчет. – Кировоград: “КОД”, 2009 – 257 с. 2. Андренко П.М., Лебедев А.Ю. Поліпшення енергетичних характеристик об'ємних гідроагрегатів. – Вісник Чернігівського Державного технологічного університету. – Чернігів: ЧДТУ, 2011. – № 2 (49). – С. 98 – 101. 3. Федорец В.А., Педченко М.Н. и др. Гидроприводы и гидропневмоавтоматика станков; под ред. В.А. Федорца. К.: Выща школа, 1987. – 375 с. 4. Сахно Ю.А. Влияние переменной нагрузки на синхронность привода с делителем потока // Гидропривод и гидропневмоавтоматика. – К., 1981. Вып. 17. – С. 83 – 86. 5. Токаренко В.М., Терских В.З., Столяров А.Л. Гидропривод и гидрооборудование автотранспортных средств: учеб. пособие // К.: Лыбидь, 1991. – 232 с. 6. Гидравлическое оборудование. Отраслевой каталог. Лист № 5.6.02. Делители потока типа КД. – М.: ВНИИТЭМП, 1982. – 5 с. 7. Лурье З., Федоренко И. Исследование рабочего процесса мехатронного гидроагрегата системы смазки металлургического оборудования с учетом характеристик двухфазной жидкости // MOTROL: Commission of motorization and energetics in agriculture: Polish Academy of sciences. – Lublin. – 2010. – Vol. 12 С. 10 – 25. 8. Хохлов В.А., Прокофьев В.Н., Борисова Н.А. и др. Электрогидравлические следящие системы; под ред. В.А. Хохлова. – М.: Машиностроение, 1971. – 431 с. 9. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем: [учебник для вузов]. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Машиностроение, 1987. – 464 с. 10. Данилов Ю.А., Кирилловский Ю.Л., Колтаков Ю.Г. Аппаратура об'ємних гидроприводов: Рабочие процессы и характеристики. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с. 11. Андренко П.М. Визначення кута нахилу вектора швидкості потоку, для розрахунку гідродинамічної сили запорно-регулюючого елемента гідроапарата // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2005. – № 4/2 (16). – С. 60 – 63. 12. Склярєвський О.М. Об'ємний гідропривід: [навч. посіб.]. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2001. – 212 с. 13. Абрамов Е.И., Колисниченко К.А., Маслов В.Т. Элементы гидропривода: [справочник]. – К.: Техніка, 1977. – 320 с. 14. Аврунін Г.А., Кириченко І.Г., Мороз І.І. Основи об'ємного гідроприводу і гидропневмоавтоматика: навч. посіб.; під ред Г.А. Авруніна. Харків: ХНАДУ, 2009. – 424 с.

Надійшла до редколегії 06.01.2012