

круглого наружного шлифования периферией.

Список литературы: 1. Мазур М.П., Внуков Ю.М., Доброскок В.Л., та ін. Основи теорії різання матеріалів. Львів: Новий світ-2000, – 2010. – 424 с., 2. Беззубенко Н.К. Повышение эффективности алмазного шлифования путем введения в зону обработки дополнительной энергии в форме электрических разрядов. Дисс. Харьков: ХГПУ, – 1995. – 200 с., 3. Сизый Ю.А., Степанов М.С. Влияние давления подачи СОЖ на нагрев заготовки при врезном шлифовании // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології: наука, техніка, освіта, здоров'я». – Харків: НТУ «ХПІ», 2005. С. 210 – 214., 4. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. – М.: Машиностроение, – 1974. – 320 с., 5. Справочник технолога-машиностроителя. Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мещерякова. – М.: Машиностроение т.П, – 1989. – 496 с., 6. Якимов А.В. и др. Качество и производительность абразивно-алмазной обработки. – Одесса: ОГПУ, – 1999. – 212 с., 7. Корчак С.Н. Производительность процесса шлифования стальных деталей. М.: Машиностроение, – 1971. – 279 с., 8. Филимонов Л.Н. Высокоскоростное шлифование. Л.: Машиностроение, – 1979. – 248 с., 9. Ефимов В.В. Модель процесса шлифования с применением СОЖ. – Саратов. Саратовский ун-т, – 1992. – 132 с.

Поступила в редколлегию 18.01.2012.

УДК 539.3

Е.Г. ЯНЮТИН, д-р техн. наук, проф., ХГУПТ, Харьков;
С.И. ПОВАЛЯЕВ, канд. техн. наук, доц., ХНАДУ, Харьков

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КОНИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ

Запропоновано спосіб відновлення динамічних навантажень, що діють на конічні оболонки, заснований на використанні методу скінчених різниць. Наведено приклади відновлення рівномірно розподілених і зосереджених динамічних навантажень за значеннями одного з параметрів напружено-деформованого стану (переміщення або деформації).

Предложен способ восстановления динамических нагрузок, действующих на конические оболочки, основанный на использовании метода конечных разностей. Приведены примеры восстановления равномерно распределенных и сосредоточенных динамических нагрузок по значениям одного из параметров напряженно-деформированного состояния (перемещения или деформации)

A method for recovery of dynamic loads acting on the conical shells, based on the method of finite differences, is proposed. Examples of the reconstruction of uniformly distributed and point dynamic loads on the values of the one deflected mode parameter (displacement or deformation) are given.

Введение. Метод конечных разностей (МКР) является одним из наиболее известных численных методов, которые используются при расчете различных элементов конструкций. Несомненным его преимуществом как численного метода является возможность применения для ряда задач, в которых использование аналитических методов связано с преодолением значительных трудностей даже при решении прямых задач по исследованию параметров напряженно-деформированного состояния элементов конструкций при известных внешних нагрузках.

Аналитический обзор. Исследованию процессов деформирования с применением метода конечных разностей посвящено большое количество научных работ. В работах [1-4] рассмотрены отдельные математические модели и методы анализа, применяемые для описания процессов, возникающих при нагружении оболочек различной конфигурации, в том числе конических. Особо следует отметить разнообразие краевых условий в задачах, в которых был использован МКР. Область применения данного метода для решения обратных задач, к числу которых относятся задачи восстановления (идентификации) нагрузок, действующих на элементы конструкций, мало изучена.

Цель и постановка задачи. Исходя из вышесказанного, целью данной работы является создание методов численного решения обратных задач по восстановлению динамических нагрузок, действующих на конические оболочки, на основе метода конечных разностей.

Восстановление нагрузок, действующих на конические оболочки. Рассмотрим задачу о численной идентификации осесимметричной нестационарной нагрузки, воздействующей на коническую оболочку, жестко зашпемленную на торцах, (рис. 1).

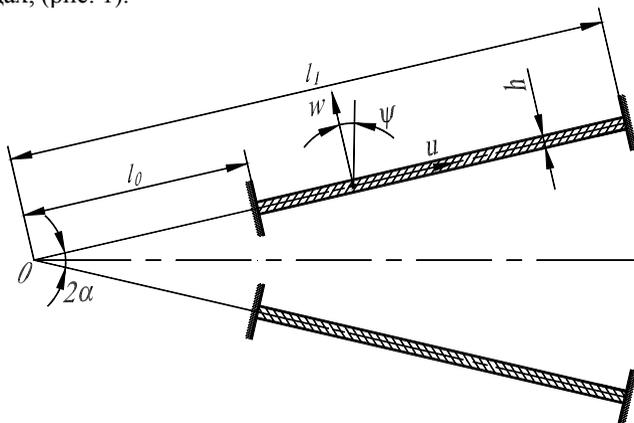


Рисунок 1 – Исследуемая механическая система.

Реакция оболочки средней толщины типа теории Тимошенко на осесимметричную нормальную нагрузку моделируется системой линейных дифференциальных уравнений [5]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r^2} \right) - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0;$$

$$c_1 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) - \frac{w}{r^2} \operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{ctg} \alpha \left(\frac{u}{r} - \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \right) - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{(1-\nu^2) l_0^2}{Eh} q(\xi, t); \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\psi}{r^2} - c_3 \frac{\partial w}{\partial r} - c_4 \psi - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0,$$

где $c_1 = (1-\nu)k/2$; $c_2 = l_0(1-\nu)k/2$; $c_3 = 6l_0(1-\nu)k/h^2$; $c_4 = 6l_0^2(1-\nu)k/h^2$; $r = l/l_0$; $t = t_p\sqrt{E}/[l_0\sqrt{\rho(1-\nu^2)}]$; t – безразмерное время; t_p – размерное время; u, w – перемещения точек срединной поверхности в тангенциальном и нормальном направлениях, соответственно; ψ – угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки; ν, E – упругие постоянные материала оболочки; ρ – плотность материала оболочки; 2α – угол при вершине срединной поверхности оболочки; $q(\xi, t)$ – заданная поперечная нестационарная нагрузка.

Граничные условия для рассматриваемой механической системы (рис. 1) имеют вид:

$$w(\xi, t)|_{\xi=0} = 0; \quad u(\xi, t)|_{\xi=0} = 0; \quad \psi(\xi, t)|_{\xi=1} = 0. \quad (2)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (1) запишем ее аппроксимацию в конечно-разностной форме [6]:

$$\begin{aligned} u_p^{m+1} &= \frac{\Delta t^2}{\Delta r^2}(u_{p+1}^m - 2u_p^m + u_{p-1}^m) + \frac{\Delta t^2}{2p\Delta r^2}(u_{p+1}^m - u_{p-1}^m) - \frac{\Delta t^2}{p^2\Delta r^2}u_p^m + \\ &+ \frac{\nu\Delta t^2}{2p\Delta r^2}(w_{p+1}^m - w_{p-1}^m)\operatorname{ctg}(\alpha) - \frac{\Delta t^2}{p^2\Delta r^2}w_p^m\operatorname{ctg}(\alpha) + 2u_p^m - u_p^{m-1}; \\ w_p^{m+1} &= \frac{c_1\Delta t^2}{\Delta r^2}(w_{p+1}^m - 2w_p^m + w_{p-1}^m) + \frac{c_1\Delta t^2}{2p\Delta r^2}(w_{p+1}^m - w_{p-1}^m) - \frac{\Delta t^2}{p^2\Delta r^2}w_p^m\operatorname{ctg}^2(\alpha) - \\ &- \frac{\Delta t^2}{p\Delta r}u_p^m\operatorname{ctg}(\alpha) + \frac{\nu\Delta t^2}{2p\Delta r^2}(u_{p+1}^m - u_{p-1}^m)\operatorname{ctg}(\alpha) + \frac{c_2\Delta t^2}{2\Delta r}(w_{p+1}^m - w_{p-1}^m) + \\ &+ 2\frac{c_2\Delta t^2}{p\Delta r}w_p^m + w_p^m - w_p^{m-1} - \frac{(1-\nu^2)l_0^2\Delta t^2}{Eh}q_p^m; \\ \psi_p^{m+1} &= \frac{\Delta t^2}{\Delta r^2}(\psi_{p+1}^m - 2\psi_p^m + \psi_{p-1}^m) + \frac{\Delta t^2}{2p\Delta r^2}(\psi_{p+1}^m - \psi_{p-1}^m) - \frac{\Delta t^2}{p^2\Delta r^2}\psi_p^m - \\ &- \frac{c_3\Delta t^2}{2\Delta r}(w_{p+1}^m - w_{p-1}^m) - c_4\Delta t^2\psi_p^m + 2\psi_p^m - \psi_p^{m-1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Начальные и граничные условия в конечно-разностной форме имеют вид:

$$u_p^0 = w_p^0 = \psi_p^0 = 0; \quad w_0^m = u_0^m = \psi_0^m = w_p^m = u_p^m = \psi_p^m = 0. \quad (4)$$

Для получения решения задачи идентификации нестационарной равномерно распределенной нагрузки уравнения (3) необходимо дополнить выражением, вытекающим из 2-го соотношения (3):

$$q_{p1}^{m+1} = \frac{Eh}{(1-\nu^2)l_0^2\Delta t^2} \left[\frac{c_1\Delta t^2}{\Delta r^2} (w_{p1+1}^{m+1} - 2w_{p1}^{m+1} + w_{p1-1}^{m+1}) + \frac{c_1\Delta t^2}{2p1\Delta r^2} (w_{p1+1}^{m+1} - w_{p1-1}^{m+1}) - \frac{\Delta t^2}{p1^2\Delta r^2} w_{p1}^{m+1} \operatorname{ctg}^2(\alpha) - \frac{\Delta t^2}{p1\Delta r} u_{p1}^{m+1} \operatorname{ctg}(\alpha) + \frac{\nu\Delta t^2}{2p1\Delta r^2} (u_{p1+1}^{m+1} - u_{p1-1}^{m+1}) \operatorname{ctg}(\alpha) + \frac{c_2\Delta t^2}{2\Delta r} (\psi_{p1+1}^{m+1} - \psi_{p1-1}^{m+1}) + \frac{c_2\Delta t^2}{p1\Delta r} \psi_{p1}^{m+1} + 2w_{p1}^{m+1} - w_{p1}^m - w_{p1}^{m+2} \right], \quad (5)$$

где $p1$ – номер точки регистрации перемещения w , по которому осуществляется идентификация внешней нагрузки.

При идентификации равномерно распределенной нагрузки принималось, что во всех точках действует нагрузка, равная q_{p1}^{m+1} . Идентификации равномерно распределенной нагрузки производится на основе задания перемещения в любой точке оболочки.

Идентификации сосредоточенной нагрузки производилась на основе задания перемещения в точке приложения нагрузки. В силу необходимости моделирования сосредоточенного воздействия на оболочку, нагрузка задавалась как распределенная по поверхности оболочки согласно формуле [7]:

$$q(r, t) = \frac{q_0(t)}{\pi} \frac{\lambda}{(r - r_0)^2 + \lambda^2}, \quad (6)$$

где λ – константа (при $\lambda \rightarrow 0$ дельта-образующая последовательность в (6) стремится к дельта-функции).

Отметим, что параметр λ , входящий в выражение (6), по существу определяет закон распределения воздействующей на оболочку нагрузки вдоль ее длины. В дальнейшем при решении задачи идентификации этот параметр определялся на основе параметрического анализа задачи идентификации с применением вводимого критерия, характеризующего точность получаемого решения.

Форма сосредоточенной нагрузки, представленной нагрузкой, распределенной согласно (6), имеет вид (рис. 2):

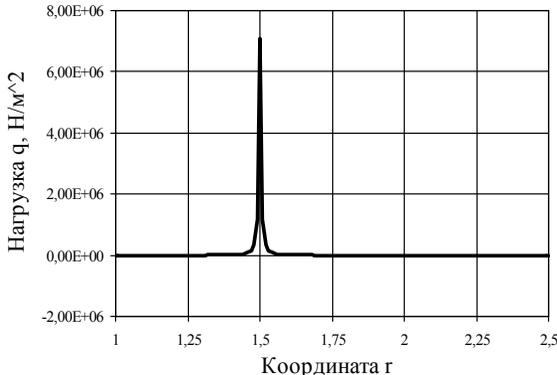
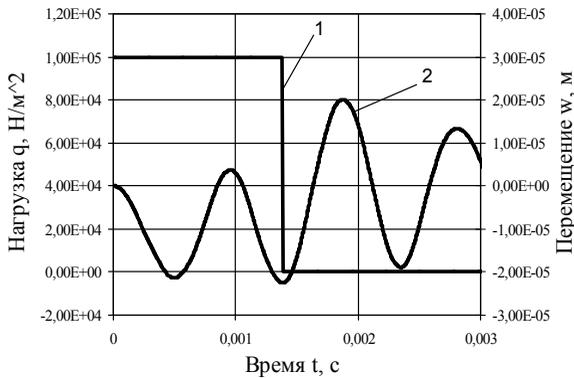


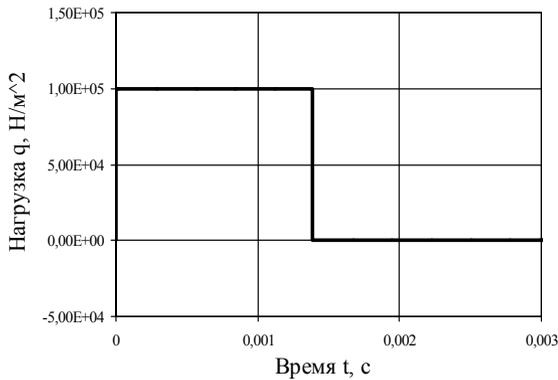
Рисунок 2 – Распределение нагрузки вдоль оси оболочки.

Числовой эксперимент. При расчетах была рассмотрена стальная коническая оболочка, имеющая следующие характеристики: $l_0 = 1$ м, $l_1 = 2,5$ м, $\alpha = 0,5$ рад, $h = 0,03$ м, модуль Юнга $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$.

Идентификация внешней нагрузки производилась на основе значений нормальных перемещений, полученных в результате решения прямой задачи. Точка регистрации перемещения $r_0 = 1,5$. Результаты идентификации равномерно распределенной и сосредоточенной нагрузки, соответственно, представлены на рис. 3 и 4 (на рис. 3, а и 4, а приведены: 1 – график изменения во времени нагрузки, действующей на оболочку; 2 – перемещение оболочки, вызываемое этой нагрузкой; на рис. 3, б и 4, б показана нагрузка, идентифицированная по соответствующему перемещению).

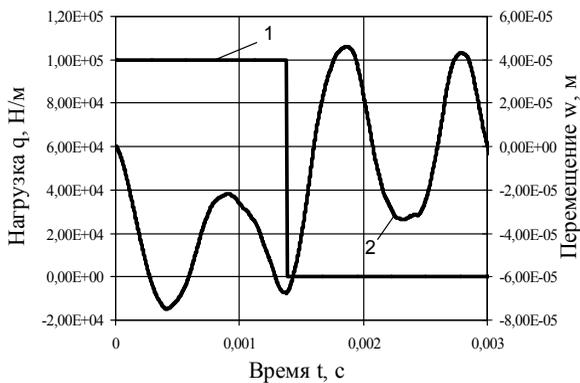


а

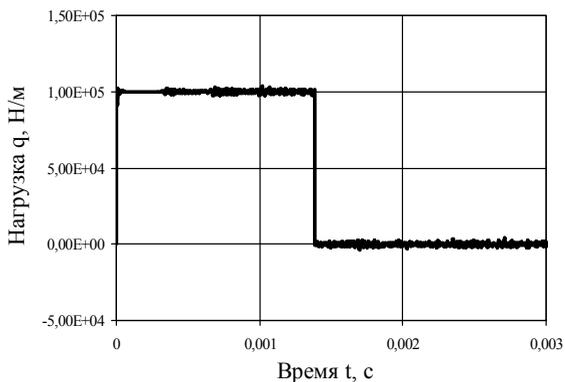


б

Рисунок 3 – Результаты идентификации равномерно распределенной нагрузки.



а



б

Рисунок 4 – Результаты идентификации сосредоточенной нагрузки.

Результаты числового эксперимента позволяют судить об эффективности применения МКР при восстановлении динамических нагрузок, действующих на конические оболочки.

Выводы. В заключение следует отметить, что при решении задач восстановления внешних нагрузок методом конечных разностей имеются как преимущества, так и недостатки.

К преимуществам следует отнести простоту метода и численного алгоритма, а также возможность решения ряда обратных задач, которые трудно решить аналитическими методами.

Основным недостатком МКР является проблема устойчивости для определенного круга задач, а также достаточно высокая чувствительность алгоритма к “зашумлению” исходных данных, что свойственно результатам экс-

периментов. Последнее приводит к необходимости предварительной обработки исходных данных (сглаживанию).

Список литературы: 1 *Гегелавили Т. А.* Численное исследование переходных процессов в составной цилиндрической конструкции при осевом нагружении // Науч. тр. Груз. политехнического ин-та. – 1983. – № 5. – С. 66–73. 2 *Маиштакос Н. М.* Кинематика и динамика тел цилиндрической формы при нестационарном нагружении. – Харьков : ИПМаш. – 1985. – 20 с. 3 *Jiang Song-qing, Li Yong-chi, Chen Zheng-Xoang.* Динамическая реакция подкрепленных кольцами цилиндрических оболочек при неравномерном боковом ударе // Chin. J. Comput. Mech. – 2001. – Vol. 18, № 4. – P. 443–448. 4 *Шульга Н. А., Богданов С. Ю.* О вынужденных осесимметричных нелинейных колебаниях подкрепленных конических оболочек // Прикл. мех. (Киев). – 2003. – Vol. 39, №12. – С. 100–106. 5 *Martin M. T., Doyle J. F.* Impact force location in frame structures // Int. J. Impact Eng. – 1996. – Vol. 18, № 1. – P. 79–97. 6 *Самарский А. А.* Теория разностных схем. 3-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1989. – 616 с. 7 *Данилов В. Л., Иванова А. Н.* и др. Математический анализ (функции, пределы, ряды, цепные дроби). – М : физматгиз. – 1961. – 439 с.

Поступила в редколлегию 24.11.2011