УДК 17.27

І. С. БЄЛОВ, канд. фіз.-мат. наук, доц., НТУ «ХПІ»

ПРАВИЙ ЗСУВ НЕВІД’ЄМНИХ КОСИНУС – МНОГОЧЛЕНІВ

Досліджена поведінка невід’ємних косинус – многочленів степеня два при правому зсуві коефіцієнтів Встановлено, що у косинус-многочленів з невід'ємними коефіцієнтами при правом зсуві зростає мінімальний вільний член.

Исследовано поведение неотрицательных косинус – многочленов степени два при правом сдвиге коэффициентов. Установлено, что у косинус – многочленов с неотрицательными коэффициентами при правом сдвиге возрастает минимальный свободный член.

The behavior non-negative cosine – polynomials of degree two at right shift coefficients is investigated. It was established that for the cosine-polynomials with nonnegative coefficients of the right shift increases the minimum free term.

Вступ. Тригонометричний косинус – многочлен степеня n

$$A(\theta) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos k\theta$$

називається невід’ємним, якщо $A(\theta) \geq 0 \quad (0 \leq \theta \leq \pi)$. Основні результати теорії невід’ємних тригонометричних многочленів наведені в [1]. В папері продовжено дослідження властивостей невід’ємних косинус – многочленів, розпочате в [2],[3]. Якщо $a_0 = E(a_1, a_2, ..., a_n) > 0$ є найменше значення вільного члена a_0, при якому $A(\theta)$ є невід’ємним, будемо казати, що відповідний косинус - многочлен має *нормальну форму*. Чисельний експеримент свідчить , що при *правому зсуві* коефіцієнтів

$$(a_1, a_2, ..., a_n) \to (0, a_1, a_2, ..., a_n)$$

відповідне значення $E(a_1, a_2, ..., a_n)$ в багатьох випадках погіршується

Постановка задачі. Ми розглянемо випадок $n = 2$, та визначимо область коефіцієнтів, в якій $E(a_1, a_2) \leq E(0, a_1, a_2)$.

Розв’язок задачі.

Спочатку знайдемо вигляд одиничної кулі $E(a_1, a_2) = 1$. Косинус – многочлен $A(\theta) = a_0 + a_1 \cos\theta + a_2 \cos 2\theta$ приймає найменше у $[0, \pi]$ значення μ або у граничних точках $0, \pi$, або всередині проміжку $[0, \pi]$. В першому випадку умова $\mu \geq 0$ еквівалентна нерівності $\xi = a_0 + a_2 - |a_1| \geq 0$. У другому випадку за допомогою диференціювання знаходимо $a_0 \geq \eta = a_2 + \dfrac{a_1^2}{8a_2}$. Звідси одинична куля $E(a_1, a_2) = 1$ визначається нерівностями

$$\begin{cases} 1 \geq |a_1| - a_2 \\ 1 \geq a_2 + \dfrac{a_1^2}{8a_2} \end{cases}$$

та має вигляд еліпса

$$\frac{a_1^2}{2} + 4\left(a_2 - \frac{1}{2}\right)^2 = 1, \tag{1}$$

що спирається на дотичні до нього в точках $\left(-\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$, проведені з точки $(-1, 0)$ (рис. 1).

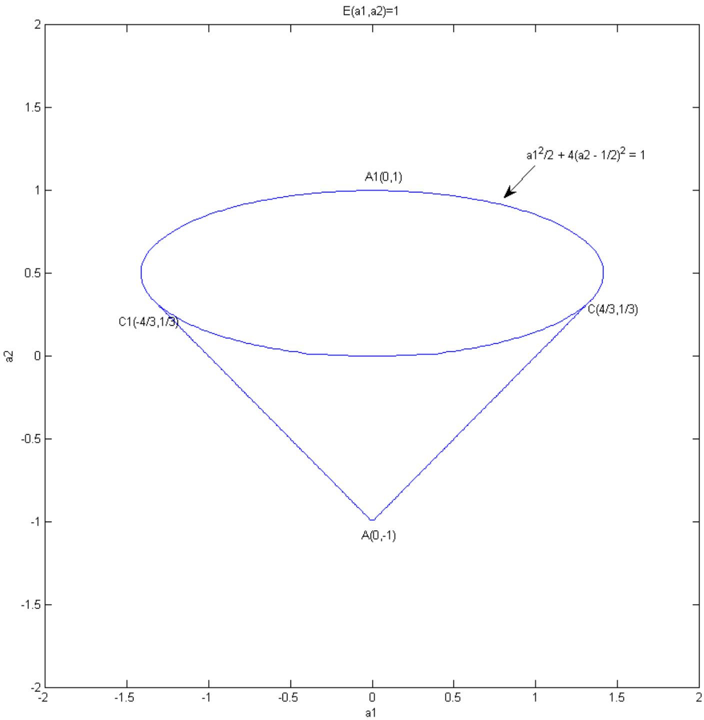

Рисунок 1 – Одинична куля в просторі невід’ємних косинус–многочленів степеня 2.

У той же спосіб знаходиться одинична куля $E\left(0, a_1, a_2\right) = 1$. Зрозуміло, що в цьому випадку $a_0 \geq \xi = \left|a_2\right| - a_1$. Більш складні обчислення дають вираз для η $a_0 \geq \eta = \frac{1}{54 a_2^2}\left(27 a_1 a_2^2 - 2 a_1^3 + 2\left(a_1^2 + 9 a_2^2\right)^{\frac{3}{2}}\right)$.

Звідси одинична куля $E\left(0, a_1, a_2\right) \leq 1$ визначається нерівностями

$$\begin{cases} 1 \geq \left|a_2\right| - a_1 \\ 1 \geq \frac{1}{54 a_2^2}\left(27 a_1 a_2^2 - 2 a_1^3 + 2\left(a_1^2 + 9 a_2^2\right)^{\frac{3}{2}}\right) \end{cases}$$

а її границя має вигляд частини кривої шостого порядку

$$54 a_2^2 = 27 a_1 a_2^2 - 2 a_1^3 + 2\left(a_1^2 + 9 a_2^2\right)^{\frac{3}{2}}, \tag{2}$$

яка обмежена зліва січними $a_2 - a_1 - 1 = 0, a_2 + a_1 + 1 = 0$, проведеними з точки $\left(-1, 0\right)$ (рис. 2).

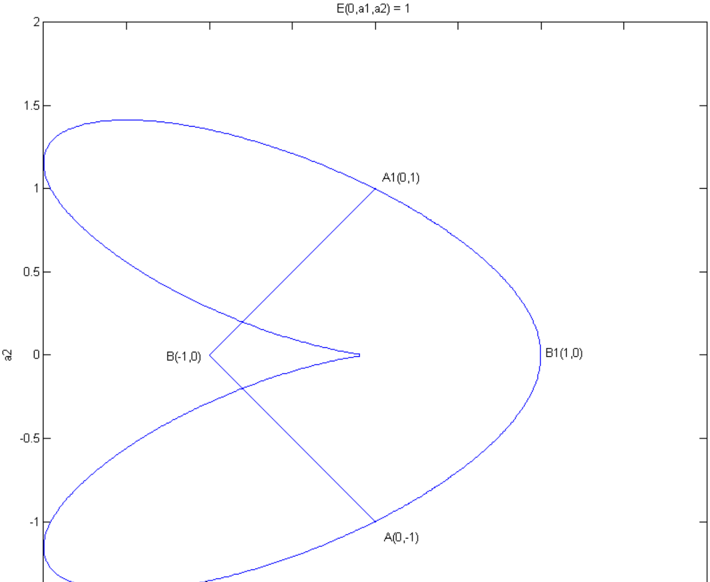

Рисунок 2 – Одинична куля в просторі невід’ємних косинус–многочленів степеня 3 зі зсувом.

Об'єднуючи рис.1 і рис.2 маємо спільний рис.3

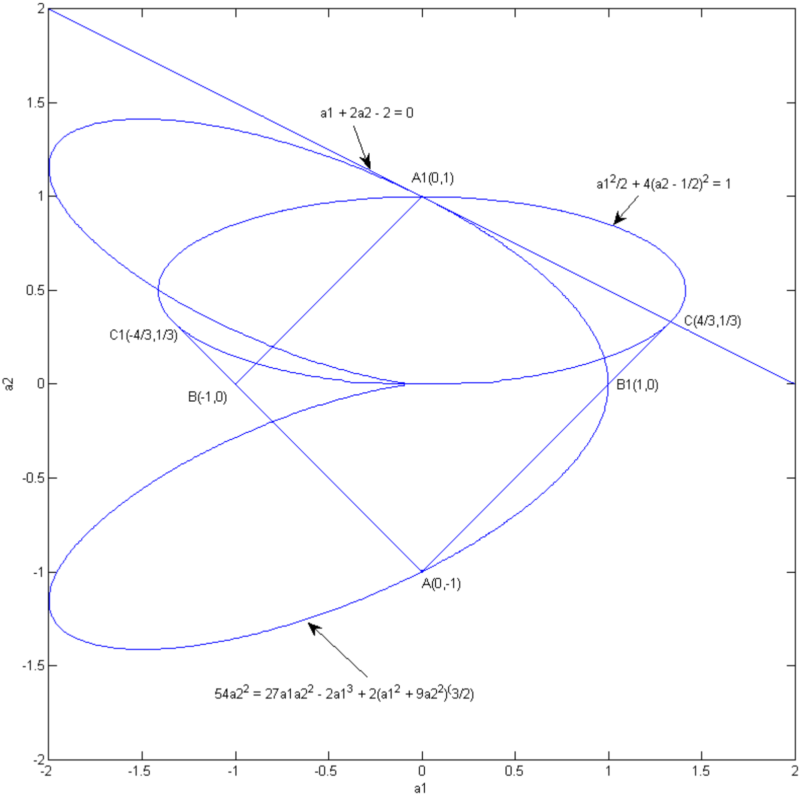

Рисунок 3 – Порівняння одиничних куль.

З нього усвідомлюємо, що для *невід'ємних* $a_1, a_2 \geq 0$ частина кулі $E(a_1, a_2) = 1$ містить в собі відповідну частину кулі $E(0, a_1, a_2) = 1$. Для цього достатньо перевірити, що ламана B_1CA_1 не належить кулі $E(0, a_1, a_2) = 1$. Дійсно, точки відрізка B_1C мають координату $a_1 > 1$, а за нерівністю Фейєра-Егерварі-Саса [ФЕС] для точок кулі $|a_1| \leq 1$. Справді, ФЕС стверджує [1], що для коефіцієнтів невід'ємного косинус – многочлена степеня n

$$B(\theta) = 1 + \sum_{k=1}^{n} b_k \cos k\theta \geq 0$$

є справедливими оцінки

$$|b_k| \leq 2\cos\frac{\pi}{\left[\frac{n}{k}\right] + 2}.$$

Щодо відрізку CA_1 легко пересвідчитись в його належності до *дотичної* до опуклої частини кривої (2) в точці A_1. Оскільки CA_1 є хордою еліпса (1), остаточно маємо

$$\left\{(a_1,a_2)\middle|E(0,a_1,a_2)\le 1, a_1,a_2\ge 0\right\}\subset\left\{(a_1,a_2)\middle|E(a_1,a_2)\le 1, a_1,a_2\ge 0\right\}.$$

Отже, доведена

Теорема. *Для невід'ємних* $a_1,a_2\ge 0$

$$E(a_1,a_2)\le E(0,a_1,a_2).$$

Висновки. Припущення про погіршення $E(a_1,a_2,...,a_n)$ при правому зсуві коефіцієнтів перевірено при $n=2$ для додатних $a_1,a_2>0$. Випадок $n>2$ потребує додаткових досліджень.

Список літератури: 1. *B.Dumitrescu* Posiyive Trigonometric Polynomials and Signal Processing Applications.-Springer.-2007.-245p. **2.** *І.С.Бєлов* Про одну теорему У.Х.Янга.- ВІСНИК НТУ «ХПІ».- вип.13 .-2011.- с.9-14. **3.** *І.С.Бєлов* Про LMI– характеристики невід'ємних косинус–многочленів.- ВІСНИК НТУ «ХПІ».- вип.42 .-2011.- с.15-21.**4.** *С.Б.Гашков* Неравенство Фейера-Егервари-Сасса для неотрицательных тригонометрических многочленов.- Математическое просвещение, сер.3, вып.90 .-2005.-с.68-75.

Надійшла до редколегії 25.11.2011

УДК 681.518.3

А.М. БОРИСЕНКО, д-р техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»;
О.Ф. ЄНІКЄЄВ, канд. техн. наук, доцент, УкрДАЗТ, Харків;
І.С. ЗИКОВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

АНАЛІЗ ДИНАМІКИ ДВОРІВНЕВОЇ СИСТЕМИ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ АЛМАЗНОГО ШЛІФУВАННЯ

Стаття присвячена моделюванню комп'ютерної системи підвищення ефективності технологічного процесу алмазного шліфування, архітектура якої розроблена з використанням ієрархічного принципу, методів безпосереднього цифрового та управління за відхиленням, непрямого контролю якості обробленої поверхні деталі та сигналу зворотного зв'язку про стан шорсткості у вигляді девіацій швидкості обертання шліфувального круга.

Статья посвящена моделированию компьютерной системы повышения эффективности технологического процесса алмазного шлифования, архитектура которой разработана с использованием иерархического принципа, методов непосредственного цифрового и управления по отклонению, косвенного контроля качества обработанной поверхности детали и сигнала обратной связи о состоянии шероховатости в виде девиаций скорости вращения шлифовального круга.

The article is dedicated to modeling of the computer system of the efficiency increasing of the technological process diamond polishing, which architecture is designed with using of the hierarchical princi-