

ляції двовимірної області [Текст] / О.М. Литвин, Ю.І. Першина // Таврічний вісник інформатики та математики. – Сімферополь. – 2011. – №1. – С. 63 – 72. **10. Литвин О.Н.** Приближение разрывной функции двух переменных с помощью разрывных сплайнов двух переменных (прямоугольные элементы) [Текст] / О.Н. Литвин, Ю.И. Першина // Компьютерная математика. – Киев.– 2011. – №1. –С.96 – 105.

*Надійшла до редколегії 12.10.12*

---

УДК 519.6

**Побудова розривних лінійних інтерполяційних сплайнів для наближення функцій, що мають розриви на лініях триангуляції / О. М. Литвин, Ю. І. Першина, В. О. Пасічник // Вісник НТУ «ХПІ».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. –№ 54(960) – С.129-140. – Бібліогр.: 10 назв.

Предлагается метод построения разрывного интерполяционного линейного сплайна для приближения функции с возможными разрывами первого рода, область определения которых разбита на прямоугольные треугольники. Причем, построенные разрывные сплайны включают в себя, как частный случай, классические непрерывные сплайны первой степени на триангулированной сетке узлов.

**Ключевые слова:** разрывная интерполяция, разрывная функция, томография.

The method of construction explosive interpolational linear spline for approach of function with possible ruptures of the first sort which range of definition is broken into rectangular triangles is offered. And, the constructed explosive splines include, as a special case, classical continuous splines of the first degree on triangulation to a grid of knots

**Key words:** discontinuous interpolation, discontinuous function, tomography.

УДК 519.87

**О.М. НАЗАРЕНКО**, канд. фіз.-мат. наук, доц., СумДУ, Суми;  
**М.В. КАРПУША**, аспірант, СумДУ, Суми

## **ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ СЛАБОФОРМАЛІЗОВАНИХ СИСТЕМ**

Запропоновано метод ідентифікації слабоформалізованих систем з метою подальшої оптимізації. Розглянуто задачу статичної оптимізації, в якій для специфікації цільової функції використана транслогарифмічна функція, а для побудови системи обмежень - лінійні функціональні форми. Апробація побудованих алгоритмів проведена на даних часових рядів реальних макроекономічних систем.

**Ключові слова:** моделі економіки, слабоформалізована система, ідентифікація параметрів, оптимізація макроекономіки.

**Вступ.** Побудова математичних моделей слабоформалізованих систем

---

© О.М. Назаренко, М.В. Карпуша, 2012

(технічних, економічних, соціальних тощо) є актуальною проблемою, для вирішення якої необхідно подолати ряд труднощів технічного характеру, пов'язаних з можливістю застосування математичних методів [1, 2]. Складність, велика різноманітність та швидка мінливість реальних процесів – основні причини, що заважають побудові математичної моделі, яка б адекватно описувала еволюцію системи. На відміну від фізичних та механічних систем для слабоформалізованих систем не можна однозначно встановити фундаментальні та кількісні закономірності, які пов'язували б між собою різні складові таких систем. Швидка мінливість процесів тут приводить до того, що знайдені при розрахунках кількісні закономірності через деякий проміжок часу стають невірними. У більшості випадків класичні методи моделювання потребують адаптації до таких систем.

Головною перепорою на етапі побудови моделей слабоформалізованих систем є оцінювання невідомих параметрів, або *параметрична ідентифікація*. Існують два типи підходів до проблеми ідентифікації [3]. Перший передбачає повну або часткову специфікацію взаємозв'язку між входами, станами і виходами, в той час як невідомі параметри підлягають оцінюванню. Такий підхід називається *побудовою моделі «сірого ящика»* і використовує параметричні методи ідентифікації (*метод найменших квадратів, загальний метод моментів*) [4]. Другий підхід – *побудова моделі «чорного ящика»*. Він не передбачає апріорної специфікації і використовує методи як параметричної так і непараметричної ідентифікації [5, 6]. Дана робота стосується ідентифікації у часовій області в рамках моделі «сірого ящика».

Специфікація та ідентифікація слабоформалізованих систем не можуть бути однозначними і залежать від мети дослідження. У даному випадку вони спрямовані на імітацію і прогнозування. Саме через призму імітаційних та прогнозних властивостей слід розглядати і оптимізаційні моделі.

**Математична постановка задачі.** Нехай деяка слабоформалізована система характеризується вектором-стовпцем фазових координат

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)' \text{ з евклідового простору } E^n.$$

Вибір компонент та їх кількість  $n$  залежать від конкретної задачі та можуть бути визначені інтуїтивно або за допомогою кореляційного аналізу [7]. Введемо у розгляд також *функцію якості*  $f(x)$ , що є характеристикою стану даної системи та суттєво залежить від фазових координат. Припускаємо, що існує часовий ряд спостережень кожної фазової координати  $\{x_t, t = 0, \dots, N\}$  та цільової функції  $\{f_t, t = 0, \dots, N\}$ . На проміжку  $t \in [0, N]$  (період ідентифікації) будемо відтворювати імітаційні властивості моделі, а період, наступний за базовим ( $t = N + 1$ ), будемо вважати періодом оптимізації.

Ідентифікація невідомих параметрів та специфікація функції цілі моделі повинні проводитись так, щоб при переведенні системи із початкового стану в момент часу  $t = 0$  в кінцеву бажану точку  $(\mathbf{x}_{N+1}, f_{N+1})$  фазові координати  $x$  та функція цілі  $f$  мали ряд властивостей:

- співвідношення  $\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}_t$  і  $f(t) \approx f_t$  виконуються з високою точністю;
- функція якості відображає специфічні властивості досліджуваної системи;
- оцінки невідомих коефіцієнтів як можна менш чутливі до незначних змін вхідної інформації.

Якщо модель ідентифікована, то наступним кроком повинна бути статична задача математичного програмування. У загальному випадку така задача має вигляд:

$$f(\mathbf{x}) \rightarrow \max, \mathbf{x} \in \Omega. \quad (1)$$

Тут  $\Omega$  – допустима множина, яка входить в область визначення  $D(f) \subset R^n$  цільової функції  $f(x)$ . Її будемо задавати у вигляді [8]:

$$\Omega = \{ \mathbf{x} \in R^n : g_i(x) \leq 0, i = \overline{1, m} \}. \quad (2)$$

У даній роботі функція  $f(x)$  шукається у класі *транслогарифмічних функцій* [9], а необхідні обмеження (2) задаються у класі лінійних обмежень.

**Специфікація та ідентифікація цільової функції.** В якості функції цілі оберемо *транслогарифмічну форму*, яка має вигляд:

$$\ln f(\mathbf{x}) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \ln x_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \ln x_i \ln x_j. \quad (3)$$

Перевагою таких форм є не лише підвищення точності (у порівнянні з лінійною, логарифмічною та деякими іншими), а й те, що їх друга похідна є змінною величиною. Саме тому вони можуть адекватно описувати різні властивості систем, які характеризуються ефектами другого порядку [10].

Зробимо заміну

$$\mathbf{z} = \ln \mathbf{x}, y(\mathbf{z}) = \ln f(\mathbf{x}) \quad (4)$$

і запишемо функцію цілі (3) у вигляді квадратичної форми

$$y = c_0 + \mathbf{c}'\mathbf{z} + \frac{1}{2} \mathbf{z}'\mathbf{D}\mathbf{z}. \quad (5)$$

На практиці при застосуванні моделі (5) для побудови оптимізаційної моделі (1) виникають труднощі з ідентифікацією невідомих параметрів  $c_0, \mathbf{c}, \mathbf{D}$ . У даному випадку оптимізаційна задача формулюється для деякого моменту часу  $t_* = N + 1$ , для якого значення фазових координат і цільової функції невідомі. Але, використовуючи статистичну інформацію на базовому

періоді, за допомогою методу найменших квадратів [7] можна оцінити значення елементів  $c_0$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{D}$ . Тоді, вважаючи, що закон розвитку системи не змінюється в наступний за базовим періодом момент часу  $t_*$ , можна використувати знайдені МНК - оцінки  $\widehat{c}_0$ ,  $\widehat{\mathbf{c}}$ ,  $\widehat{\mathbf{D}}$  і для моменту оптимізації  $t_*$ .

**Специфікація та ідентифікація системи обмежень.** Як уже відзначалося, систему обмежень (2) будемо задавати у вигляді

$$\mathbf{a}'_i \mathbf{z} \leq \mathbf{b}_i, \quad i = \overline{1, l}.$$

Тут невідомими є вектори  $\mathbf{a}_i$  та  $\mathbf{b}_i$ .

Для ідентифікації вказаної системи обмежень введемо у розгляд  $l$  допоміжних показників  $v_i, i = \overline{1, l}$ , які характеризують дану систему, суттєво залежать від  $x$  і для яких існує часовий ряд спостережень  $\{\mathbf{v}_t, t = 0, \dots, N\}$ .

Позначимо  $\mathbf{w} = \ln \mathbf{v}$  і знайдемо функції регресії

$$\widehat{w}_i = \widehat{a}_{i0} + \widehat{\mathbf{a}}'_i \mathbf{z}, \quad i = \overline{1, l}, \quad t \in [0, N]. \quad (6)$$

Введемо у розгляд матрицю  $\mathbf{A} = [\widehat{\mathbf{a}}'_1, \widehat{\mathbf{a}}'_2, \dots, \widehat{\mathbf{a}}'_l]$ .

Побудуємо довірчий інтервал для вектора  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_l)'$  в прогнозний момент часу  $t_* = N + 1$ . При рівні значущості  $\alpha$  і числу ступенів вільності  $k = N - n - 1$  він має вигляд

$$\widehat{\mathbf{w}}(t_*) - \Delta \leq \mathbf{w} \leq \widehat{\mathbf{w}}(t_*) + \Delta, \quad \Delta = \delta \cdot t_{kp}. \quad (7)$$

Тут  $\widehat{\mathbf{w}}(t_*) = (\widehat{w}_1(t_*), \widehat{w}_2(t_*), \dots, \widehat{w}_l(t_*))'$ ,  $\delta$  – вектор середньоквадратичних помилок прогнозу,  $t_{kp}$  – відповідний квантиль Ст'юдента [7].

Невідомі прогнозні значення  $\widehat{\mathbf{w}}(t_*)$ , згідно (6), можна обчислювати за формулою

$$\widehat{\mathbf{w}}(t_*) = \widehat{\mathbf{a}}_0 + \mathbf{A} \widehat{\mathbf{z}}(t_*), \quad (8)$$

де у якості  $\widehat{\mathbf{z}}(t)$  будемо вибирати поліноміальні вектор-функції регресії, які отримуються в результаті оцінювання регресійних рівнянь

$$z_i = p_{i0} + p_{i1}t + p_{i2}t^2 + \dots + p_{ik_i}t^{k_i} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Для знаходження оптимального степеня  $k_i$   $i$ -ї регресії в (9) використаємо такий підхід: якщо при послідовному збільшенні степеня поліному дві наступні МНК - оцінки коефіцієнтів розкладу після деякого степеня  $k_i$  виявляються статистично незначущими (наприклад, за критерієм Ст'юдента), то степінь  $k_i$  вважається оптимальним для заданого рівняння регресії [7].

Нерівність (7) з урахуванням (8) приймає вигляд

$$\widehat{\mathbf{w}}(t_*) - \Delta \leq \mathbf{A}\bar{\mathbf{z}}(t_*) + \widehat{\mathbf{a}}_0 \leq \widehat{\mathbf{w}}(t_*) + \Delta. \quad (10)$$

**Розв'язання задачі оптимізації.** Тепер задачу оптимізації (1), (2) можна записати у стандартній формі [11]:

$$\begin{cases} y = c_0 + \mathbf{c}'\mathbf{z} + 0,5\mathbf{z}'\mathbf{D}\mathbf{z} \rightarrow \max, \\ \mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_1 \leq 0, \quad \mathbf{b}_1 = -\widehat{\mathbf{a}}_0 + (\widehat{\mathbf{w}}(t_*) + \Delta), \\ -\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_2 \leq 0, \quad \mathbf{b}_2 = \widehat{\mathbf{a}}_0 - (\widehat{\mathbf{w}}(t_*) - \Delta). \end{cases} \quad (11)$$

Порівнюючи систему обмежень (2) з (11), встановлюємо, що  $m = 2l$ .

В (11) припускається увігнутість квадратичної форми  $0,5\mathbf{z}'\mathbf{D}\mathbf{z}$ . Відмова від цього припущення у загальному випадку приводить до *багатоекстремальної задачі* [12]. Увігнутість вказаної квадратичної форми буде забезпечена виконанням умови  $D < 0$ .

Для розв'язання поставленої задачі оптимізації існує багато аналітичних і чисельних методів. Скористаємося *теоремою Куна-Такера* [11]. Для цього введемо у розгляд *функцію Лагранжа*

$$L(\mathbf{z}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = c_0 + \mathbf{c}'\mathbf{z} + \frac{1}{2}\mathbf{z}'\mathbf{D}\mathbf{z} + \boldsymbol{\lambda}(\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_1) + \boldsymbol{\mu}(-\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_2), \quad (12)$$

де  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l)'$ ,  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_l)'$  – вектори-множники Лагранжа.

Згідно *теорему Куна-Такера* необхідно виконати умову екстремуму

$$\text{grad } L = 0 \quad (13)$$

і, крім того, задовольнити умови *доповнюючої нежорсткості*

$$\lambda_i(\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_1)_i = 0, \quad \mu_j(-\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_2)_j = 0, \quad \lambda_i \geq 0, \quad \mu_j \geq 0, \quad i, j = \overline{1, l}. \quad (14)$$

Якщо  $\mathbf{z}^*$  – точка локального мінімуму функції  $y(\mathbf{z})$ , то кожне із вказаних в (11) обмежень виконується або у вигляді рівності

$$(\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_1)_i = 0, \quad (-\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_2)_j = 0,$$

або у вигляді строгої нерівності

$$(\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_1)_i < 0, \quad (-\mathbf{A}\mathbf{z} - \mathbf{b}_2)_j < 0.$$

Обмеження першого типу називають *активними обмеженнями*, а другого типу – *неактивними обмеженнями*.

Для активних обмежень відповідна умова доповнюючої нежорсткості виконана.

Неактивні обмеження за рахунок неперервності всіх функцій, що фігурують у даній задачі, виконуються у вигляді строгої нерівності не лише в точці  $\mathbf{z}^*$ , але й у деякому околі цієї точки. Тому після усунення із задачі цих обмежень точка  $\mathbf{z}^*$  залишиться точкою локального мінімуму.

Поклавши для таких обмежень

$$\lambda_i = 0, \quad \mu_j = 0, \quad i, j = \overline{1, l},$$

ми, з однієї сторони, забезпечуємо виконання умови доповнюючої нежорсткості (14), а з іншої – відкидаємо відповідний доданок із функції Лагранжа (12).

**Чисельні результати.** На практиці для отримання властивостей реальних систем розмірність фазового простору вибирають із умови  $n \geq 3$  [13]. У якості слабоформалізованих систем у роботі розглядаються макроекономічні системи Франції та Великобританії. Як показують практичні дослідження, трьох факторів достатньо, щоб адекватно описати поведінку макроекономічної системи [14]. Тому будемо вважати, що  $n = 3$ .

Ідентифікація невідомих параметрів моделі здійснювалась на базовому періоді 1978-2007 р. ( $N = 30$ ) у випадку Франції та 1971-2006 р. ( $N = 36$ ) у випадку Великобританії [15], а оптимізація проводилась у наступний за базовим періодом момент часу  $t_* = 31$  (2008 р.) та  $t_* = 37$  (2007 р.) відповідно. Всі дані нормовані діленням поточних значень на значення відповідної величини у початковому моменті часу (1978 р. та 1971 р.).

Фазовими координатами системи, що обчислюються у євро на одного мешканця країни, обиралися приріст основних фондів  $x_1$  ( $z_1 = \ln x_1$ ), фонд заробітної платні  $x_2$  ( $z_2 = \ln x_2$ ) та експорт товарів та послуг  $x_3$  ( $z_3 = \ln x_3$ ), а у якості функції цілі – чистий національний прибуток  $f$  (також у євро на одного мешканця країни,  $y = \ln f$ ).

Для визначення системи обмежень використовувалися  $v_1$  – валовий випуск реального сектору економіки (або  $w_1 = \ln v_1$ ),  $v_2$  – споживчі витрати домогосподарств ( $w_2 = \ln v_2$ ).

На особливу увагу заслуговує питання оцінювання матриці  $\mathbf{D}$  цільової функції при виконанні умови від'ємної визначеності. З точки зору економетрики це призводить до необхідності розв'язувати задачу мінімізації функції помилок  $\mathbf{S}$  методу найменших квадратів з обмеженнями-нерівностями на параметри. Так, наприклад, для матриці  $\mathbf{D} = \{d_{ij}\}_{i=1,3}^{j=1,3}$  за критерієм Сильвестра, повинні виконуватися умови

$$\{d_{11} < 0, d_{11}d_{22} - d_{12}^2 > 0, \det(D) < 0$$

для задачі на максимум. На практиці виконати ці умови в рамках чистої економетрики дуже важко. Тому пропонується наступний підхід. Відомо, що матриця будь-якої квадратичної форми є симетричною. Тому алгоритм пошуку матриці  $\mathbf{D}$  зводиться до перебору різних класів симетричної матриці (діагональної з однаковими елементами, діагональної з різними елементами, недіагональної різних модифікацій). Чисельний експеримент показав, що матрицю  $\mathbf{D}$  слід шукати у класі симетричних матриць з різними діагональними і одна-

ковими недиагональними елементами.

Ідентифікація функції якості  $\hat{y}$  дала наступні результати:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & 0,0215 - 0,5425 z_1 - 0,5495 z_3 + \\ & + 1,8097(z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3) - 3,7038 z_1^2 - 2,8268 z_2^2 - 4,4915 z_3^2, \\ & (0,7397) \quad (0,0128) \quad (0,1450) \quad (0,1491) \quad (1,7031) \quad (1,1506) \quad (1,7445) \\ R^2 = & 0,9938, \quad CI = 46,21 \end{aligned}$$

у випадку Франції (базовий період 1978 – 2007 р.);

$$\begin{aligned} \hat{y} = & -0,0218 - 0,6212 z_1 + 0,4889 z_2 + 0,9911 z_3 + \\ & + 0,4480(z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3) - 1,3525 z_1^2 - 2,1848 z_2^2 - 1,6441 z_3^2, \\ & (0,2144) \quad (0,0115) \quad (0,1603) \quad (0,0949) \quad (0,1774) \quad (0,6611) \quad (0,5633) \quad (0,6833) \\ R^2 = & 0,9901, \quad CI = 60,26 \end{aligned}$$

у випадку Великобританії (базовий період 1971 – 2007 р.).

Тут під значеннями МНК - оцінок вказані відповідні значення стандартних помилок цих оцінок. Перевірка значущості оцінок за критерієм Ст'юдента при рівні значущості  $\alpha = 0,05$  і відповідному числу ступенів вільності  $k$  показує, що даному критерію задовольняють всі оцінки, крім, може бути, оцінок вільних членів. Однак незначуще значення оцінки вільного члена ми не відкидаємо для виконання *першої умови Гауса-Маркова* [7].

Великі значення коефіцієнтів детермінації побудованих регресійних моделей ( $R^2 > 0,99$ ) вказують на високі їх імітаційні властивості, що повинно забезпечувати якісні прогностні характеристики. Розрахунки приводять до таких довірчих інтервалів для  $w_1$  і  $w_2$  у прогностний момент часу  $t_* = 31$  для Франції:  $w_1 \in [1,4369; 1,4463]$  і  $w_2 \in [1,4533; 1,4555]$ ; зазначимо, що реальні значення за 2008 рік складають 1,4392 і 1,4535, і вони попадають у вказані інтервали. У випадку Великобританії обчислення дають  $w_1 \in [2,5308; 2,5411]$  і  $w_2 \in [2,4331; 2,4453]$ , при цьому реальні значення складають 2,5389 та 2,4401 відповідно. Стійкість регресійних моделей (нечутливість значень МНК-оцінок до незначних змін вхідної інформації) забезпечується невеликими значеннями *індексів обумовленості* ( $CI < 70$ ).

На рис. 1 і рис. 2 наведені результати апроксимації транслогарифмічної форми. Тут крапками зображені реальні статистичні дані, суцільними кривими – регресійні траєкторії. Аналіз функцій регресії показує, що вони з високою точністю апроксимують чистий національний прибуток на одного мешканця Франції та Великобританії за досліджувані проміжки часу. Як наслідок, їх можна використовувати при постановці та розв'язанні задачі статичної оптимізації макроекономічного розвитку.

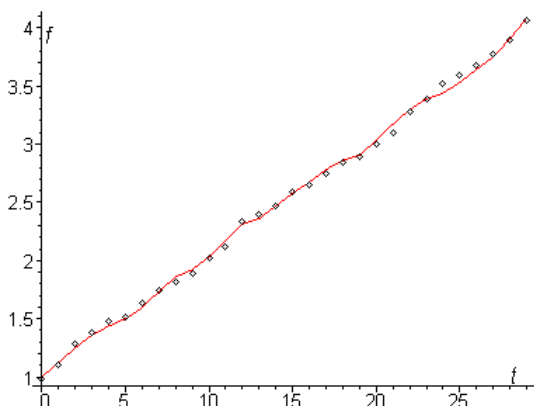


Рис. 1 – Результати апроксимації функції якості у випадку Франції.

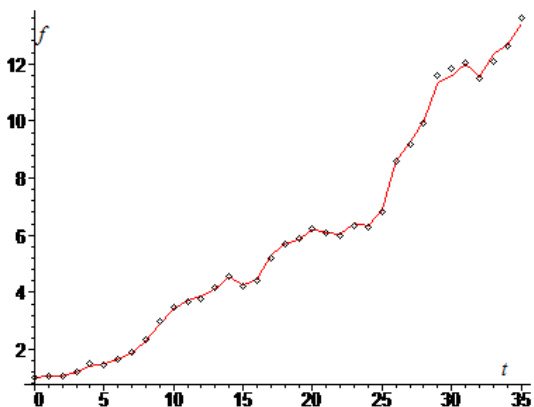


Рис. 2 – Результати апроксимації у випадку Великобританії.

Задача статичної оптимізації набуває вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{y} = 0,0215 - 0,5425 z_1 - 0,5495 z_3 + \\ + 1,8097(z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3) - 3,7038 z_1^2 - 2,8268 z_2^2 - 4,4915 z_3^2 \rightarrow \max, \\ 0,0723 z_1 - 0,0933 z_2 + 1,1104 z_3 \geq 1,4392, \\ 0,0723 z_1 - 0,0933 z_2 + 1,1104 z_3 \leq 1,4486, \\ 0,0387 z_1 - 0,2102 z_2 + 1,2679 z_3 \geq 1,4421, \\ 0,0387 z_1 - 0,2102 z_2 + 1,2679 z_3 \leq 1,4399 \end{array} \right.$$

у випадку Франції;



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{y} = -0,0218 - 0,6212 z_1 + 0,4889 z_2 + 0,9911 z_3 + \\ + 0,4480(z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_1 z_3) - 1,3525 z_1^2 - 2,1848 z_2^2 - 1,6441 z_3^2 \rightarrow \max, \\ 0,2338 z_1 + 0,8399 z_3 \geq 2,5571, \\ 0,2338 z_1 + 0,8399 z_3 \leq 2,5674, \\ 0,1523 z_1 - 0,0949 z_2 + 0,7687 z_3 \geq 2,4737, \\ 0,1523 z_1 - 0,0949 z_2 + 0,7687 z_3 \leq 2,4859 \end{array} \right.$$

у випадку Великобританії.

Для Франції оптимальні значення фазових координат дорівнюють

$$z_1^* = 1,4567, \quad z_2^* = 1,7139, \quad z_3^* = 1,3873,$$

а для Великобританії

$$z_1^* = 2,4849, \quad z_2^* = 2,8991, \quad z_3^* = 2,5708.$$

Оскільки розрахунки проводились для обезрозмірених даних, отриманих діленням статистичних даних на відповідне значення  $x_0$  у початковому 1978 році або 1971 році, фактичні дані  $x$  знаходились за формулою

$$x_i = e^{z_i} \cdot x_{i0}, \quad i = \overline{1,3}.$$

Таблиця – Макроекономічні показники Франції та Великобританії

Макроекономічні показники	Оптимальні значення, € на одного м.	Реальні значення, € на одного м.			Відносний приріст, %
<b>Франція</b>					
	2008р.	2007р.	2008р.	2007р.	2008р.
Приріст основних фондів	6866,83	6400	6700	6,80	2,43
Фонд заробітної платні	8325,85	7900	8000	5,11	3,91
Експорт	16016,10	15300	15700	4,47	1,97
Валовий випуск	17263,18	16400	16900	5,00	2,10
Споживчі витрати домогосподарств	28623,20	26600	27300	7,07	4,62
Чистий національний прибуток	27957,38	25700	26400	8,07	5,57
<b>Великобританія</b>					
	2007р.	2006р.	2007р.	2006р.	2007р.
Приріст основних фондів	6182,68	5500	6000	11,04	2,95
Фонд заробітної платні	9170,14	9100	8900	0,76	2,95
Експорт	18307,34	17200	17900	6,05	2,23
Валовий випуск	35000,28	33100	34600	5,43	1,14
Споживчі витрати домогосподарств	30400,25	28600	29900	5,92	1,65
Чистий національний прибуток	34840,09	32100	33500	7,86	3,85

Оптимальний розв'язок задачі оптимізації у випадку Франції та Великобританії приведений у таблиці ( дані подані у євро на мешканця ). Тут подані оптимальні та реальні значення економічних показників, що характеризують макроекономічний розвиток Франції та Великобританії; в останніх двох стовпцях приводяться відносні прирости оптимальних розв'язків у порівнянні з реальними даними.

Як бачимо, для досягнення максимального приросту чистого національного прибутку у Франції у 2008 році (у порівнянні з 2007 роком він складає 8,07%) необхідно дотримуватися наступних рекомендацій: приріст основних фондів повинен становити 6,80%, приріст фонду заробітної платні – 5,11%, приріст експорту – 4,47%. При цьому валовий випуск реального сектору економіки збільшиться на 5,00%, а споживчі витрати домогосподарств – на 7,07% ( всі дані подані у розрахунку на одного мешканця країни).

У випадку Великобританії можна дати наступні рекомендації: приріст основних фондів повинен становити 11,04%, приріст фонду заробітної платні – 0,76%, приріст експорту – 6,05%. При цьому валовий випуск реального сектору економіки збільшиться на 5,43%, а споживчі витрати домогосподарств – на 5,92%.

**Висновки.** Розглянуто ідентифікацію та статичну оптимізацію макроекономічних процесів за допомогою економетричного моделювання. Адекватність побудованих алгоритмів перевірена на реальних прикладах макроекономічної динаміки. Високі імітаційні та прогнозні властивості моделі вказують на можливість використання отриманих результатів при моделюванні реальних макроекономічних систем.

**Список літератури:** 1. *Колемаев В. А.* Экономико-математическое моделирование. Моделирование макроэкономических процессов и систем. – М.:Юнити-Дана, 2005.– 295 с. 2. *Гук А. К. и др.* Социальные системы. Формализация и компьютерное моделирование: Учебное пособие. Омск: Омск. гос. ун-т, 2000. – 326 с. 3. *Ljung L.* System Identification. Theory for the user. 2nd ed. N. Y.: PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, 1991. – 432 p. 4. *Greene W. H.* Econometric analysis, Fifth Editional. – N. J.: Prentice Hall Upper Saddle River, 2003. – 1056 с. 5. *Moonen M., Moor B., Vandenberghe L., Vandewalle J.* On- and off-line identification of linear state-space models // International Journal of Control. 1989. – Vol. 49. – No.1. – P. 219-232. 6. *Wang F., Li H., Zhang Y., Li R.* Novel ICA algorithm with nonparametric estimation based on GGD kernel // International Journal of Innovative Computing, Information and Control. 2006. – Vol. 2. – №. 2. – P. 427-440. 7. *Назаренко О.М.* Основи економетрики: Вид. 2-ге, перероб.: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 392 с. 8. *Аттетков А. В., Галкин С. В., Зарубин В. С.* Методы оптимизации. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. – 439 с. 9. *Назаренко О.М., Карпуша М.В.* Моделивання ефектів другого порядку і статистична інференція в класі гнучких функціональних форм // Вісник Запорізького національного університету. Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. 2008. – №1. – С. 146-153. 10. *Intriligator M.D.* Mathematical optimization and economic theory. – PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. 11. *Коноховский П.* Математические методы исследования операций в экономике. – СПб.: Питер, 2000.– 208 с. 12. *Поляк Б. Т.* Введение в оптимизацию. – М.: Наука, 1983. – 384 с. 13. *Анищенко В. С.* Детерминированный хаос // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – №6. – С. 70-76. 14. *Nazarenko O.M., Filchenko D. V.* Parametric Identification of State-

---

УДК 519.87

**Ідентифікація параметрів задач оптимізації слабоформалізованих систем / О. М. Назаренко, М. В. Карпуша // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2012. – №54(960). – С. 140-150. – Бібліогр.: 15 назв.**

Предложен метод идентификации слабоформализованных систем с целью дальнейшей оптимизации. Рассмотрена задача статической оптимизации, в которой для спецификации целевой функции использована транслогарифмичная функция, а для построения системы ограничений - линейные функциональные формы. Апробация построенных алгоритмов проведена на данных временных рядов реальных макроэкономических систем.

**Ключевые слова:** модели экономики, слабоформализованная система, идентификация параметров, оптимизация макроэкономики.

In the paper we suggested a method of identification weakly-formalized systems in the problem of static optimization. For the specification of the objective function used translog function, and for building a system of constraints used linear functional forms. The approbation of the developed algorithm has been performed using real statistical data of real macroeconomic systems.

**Key words:** economic model, weakly formalization system, parameter identification, optimization of macroeconomics.

УДК 519.21

**З.Ф. НАЗИРОВ**, канд. фіз.-мат. наук, доц., ХНУ ім. В.Н. Каразіна;  
**Н.В. ЧЕРЕМСЬКА**, канд. техн. наук, ст. викл., НТУ «ХПІ»

## **ПРО ОДИН КЛАС НЕСТАЦІОНАРНИХ ВЕКТОРНОЗНАЧНИХ ВИПАДКОВИХ ФУНКЦІЙ**

Введено клас векторнозначних випадкових функцій, який є аналогом майже стаціонарних в широкому сенсі скалярних випадкових процесів UBLS. Реалізовано гільбертів підхід до вивчення одного класу векторнозначних випадкових функцій. Розробка кореляційної теорії такого класу випадкових функцій може бути перспективною для розв'язання багатовимірних прикладних задач.

**Ключові слова:** випадкові функції, кореляційна теорія, статистична не стаціонарність.

**Вступ.** Існує великий клас прикладних задач, для яких є характерною *статистична нестаціонарність*. Наприклад, поширення хвиль у турбулентній атмосфері, при дослідженні електромагнітних хвиль, які поширюються поблизу земної кулі або в іоносфері, аналізі задачі загасання або зростання по