

**О.В. СТЕПУК**, канд. фіз.-мат. наук, ст. наук. співр., НТУ «ХП»;  
**Л.В. АВТОНОМОВА**, канд. техн. наук, пров. наук. співр., НТУ «ХП»;  
**С.В. БОНДАР**, канд. техн. наук, ст. наук. співр., НТУ «ХП»;  
**С.І. МАРУСЕНКО**, наук. співр., НТУ «ХП»

## ОСОБЛИВОСТІ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИДАВЛЮВАННЯ ДЕТАЛІ ТИПУ ГІЛЬЗА

Розглянуто математичне моделювання процесу спільної деформації технологічної системи матриця - заготовка - пуансон з урахуванням пластичної деформації матеріалу заготовки. При використанні пакету DEFORM виконано чисельний аналіз процесу одноконтурного зворотного витискування деталі типу гільза.

**Ключові слова:** математичне моделювання, процес формоутворення, пластичні деформації, закони тертя, кінцевий елемент, деталь типу гільза.

**Опис проблеми.** Для визначення оптимальної технології видавлювання з урахуванням прогнозування можливого руйнування деталі при штамповці на стадії проектування необхідно застосовувати метод математичного моделювання процесу формоутворення, заснованого на пластичному деформуванні матеріалу, який дозволяє провести аналіз напружено-деформованого стану матриці складної конструкції з урахуванням фізичної і геометричної нелінійності. Для цього необхідна побудова математичної моделі, що враховує взаємно зв'язаний вплив заготовки та інструменту один на одного, як єдиної системи. Облік контактної взаємодії елементів цієї системи обумовлений змінністю зон контакту між складовими елементами технологічного оснащення та змінним характером фрикційної взаємодії. Розглядаючи нелінійний характер деформування матеріалу заготовки, можливо більш точно визначення зусиль, діючих на інструмент, і взаємних переміщень, які безпосередньо впливають на конструктивну міцність і жорсткість матриці і якість заготовки.

**Постановка задачі.** При математичному моделюванні процесу сумісного деформування матриці, заготовки та пуансона [1], необхідно враховувати, що великі деформації, які виникають в заготовці, залежать не тільки від поточного силового впливу, а й від передісторії навантаження. Вважається, що в звітний момент часу  $t$  заготовка знаходиться в стані статичної рівноваги, причому напружений стан заготовки  $\sigma_{ij}$  та його передісторія вважаються відомими.

*Рівняння рівноваги в припоцненнях* для матеріалу, що пластично деформується, мають вигляд:

$$d\sigma_{ij,j} = 0. \quad (1)$$

Граничні умови записуються так:

$$d\sigma_{ij}n_j = d\bar{F}_i \text{ на } S_F, \quad du_i = d\bar{u}_i \text{ на } S_U.$$

Для зв'язку прирощень напруги і деформацій для матеріалу, що зміцнюється, справедливі наступні співвідношення:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^e &= \frac{1-2\nu}{E} d\sigma\delta_{ij} + \frac{ds_{ij}}{2G}, \\ d\varepsilon_{ij}^p &= \alpha^{**} h \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} df, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $d\sigma$  і  $ds_{ij}$  – прирощення шарової і девіаторної частини напружень.

Функція  $h$  – це позитивно визначена форма компонента.

Функція  $f(\sigma_{ij})$  – умова міцності.

Поверхня текучості описується рівнянням, де параметр може бути заданий як функція повної пластичної роботи:

$$c = F \left[ \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \right], \quad (3)$$

де  $F$  – монотонно зростаюча позитивна функція, а інтеграл обчислюється за шляхом нагрівання.

З урахуванням рівності

$$c = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \quad (4)$$

і перетворення

$$c = H(\int d\bar{\varepsilon}^p),$$

де  $d\varepsilon_i^p$  – інтенсивність приросту пластичних деформацій, отримуємо:

$$d\varepsilon_i^p = \sqrt{\frac{3}{2} d\varepsilon_{ij}^p \varepsilon_{ij}^p}. \quad (5)$$

Тоді рівняння (2) отримують наступний вигляд:

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij} &= \frac{1-2\nu}{E} d\sigma\delta_{ij} + \frac{ds_{ij}}{2G} + \alpha^{**} h \frac{3d\varepsilon_i^p}{2\sigma_i} s_{ij}, \\ d\sigma_{ij} &= \frac{E}{1-2\nu} d\varepsilon\delta_{ij} + 2Gd\varepsilon'_{ij} - \alpha^{**} \frac{3G(s_{kl}d\varepsilon_{kl})}{\sigma_i^2 (H'/(3G)+1)} s_{ij}. \end{aligned} \quad (6)$$

В залежності від значень контактних тисків вибирається відповідна модель тертя [2]:

$$\tau_f = kP_n \quad \text{або} \quad \tau_f = m(x)\tau_y, \quad (7)$$

де  $m(x)$  – змінний фрикційний параметр, який визначається з експерименту;  $\tau_y$  – максимальні зсувні напруження на поверхні контакту (тобто межа те-

кучості на зсув).

Використовуються також моделі зі змінним коефіцієнтом тертя в законі Кулона:

$$\tau_f = \mu(x)\sigma_n, \quad (8)$$

де  $\mu(x)$  – змінний коефіцієнт тертя, який розраховується як  $\mu = \tau / \sigma_n$  із залежності  $\tau = f(\sigma_n)$ , що визначається розподілом напруження, а  $\sigma_n$  – рівень контактного тиску.

Універсальна формула, яка була запропонована Левановим і Колмогоровим в [3], є узагальненням закону Амонта і Зібеля (7) при сухому терті та має вигляд :

$$\tau = k_s(1 - \exp(-1,25P_n / \sigma_L))\tau_L, \quad (9)$$

де  $k_s$  – константа поверхні;  $\sigma_L$  – опір деформації прикордонного шару,

$$\tau_L = 0,58\sigma_L.$$

Залежність сили тертя від швидкості проковзування при рідинному характері тертя виражається законом тертя Ньютона:

$$\tau = \eta V_{SL} / h, \quad (10)$$

де  $\eta$  – динамічна в'язкість мастила;  $h$  – товщина плівки мастила;  $V_{SL}$  – швидкість проковзування поверхонь відносно один одного.

Комбінований закон граничного тертя має вигляд [4, 5, 6]:

$$\tau = \tau(P_n, \tau_L, V_{SL}),$$
$$\tau = (1 - k_L)k_s(1 - \exp(-1,25P_n / \sigma_L))\tau_L + k_L V_{SL} \eta / h, \quad (11)$$

де  $k_L(x)$  – коефіцієнт безперервності мастильного шару.

Визначення напружено деформованого стану системи матриця - заготовка – пуансон на кожному кроці навантаження дозволяє знайти зони проковзування, коли дотичні напруження перевищують напруження тертя спокою. При дотичних напруженнях, які дорівнюють нулю, знаходяться зони контакту. Тобто, за допомогою ітерацій на кожному кроці необхідно визначати граничні умови для крайової задачі визначення напружень та деформацій.

**Результати чисельного моделювання.** Для демонстрації розглядалась задача математичного моделювання процесу одноконтурного зворотного видавлювання деталі типу гільза (рис.1).

Чисельно дана постановка задачі пружньопластичного деформування складених конструкцій була реалізована за допомогою методу кінцевих елементів та розрахункового комплексу DEFORM [7], який дозволяє розв'язувати задачі, що пов'язані з холодним, напівгарячим і гарячим штампуванням матеріалів з урахуванням їх нелінійного поведіння при великих пластичних деформаціях.

При розбитті на кінцеві елементи використовувалися тетраедричні 4-х вузлові елементи з 9-ма ступенями свободи. Матеріал зразка – алюмінієвий сплав АД1Н ГОСТ 4784-74,  $\sigma_T = 150$  МПа. Рішення проводилося при постійній швидкості руху пуансона  $v=5$ мм/сек, яка вибиралася виходячи з технологічних рекомендацій. Крок інтегрування вибирався виходячи з розмірів кінцевого елемента і приймався рівним  $\Delta x = 0,1$ мм.

Задача розглядалася і розв’язувалася у квазістатичній постановці.

Отримані розподілення зон контакту, контактних тисків та вибір адекватного тертя дозволили провести в подальшому і аналіз спільного деформування зв’язаної технологічної системи матриця - заготовка - пуансон (рис. 2).

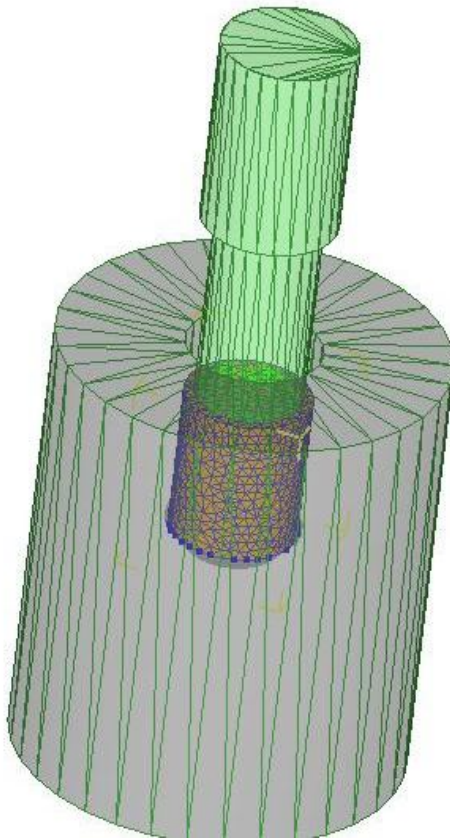


Рис. 1 – Розрахункова схема системи матриця - заготовка - пуансон.

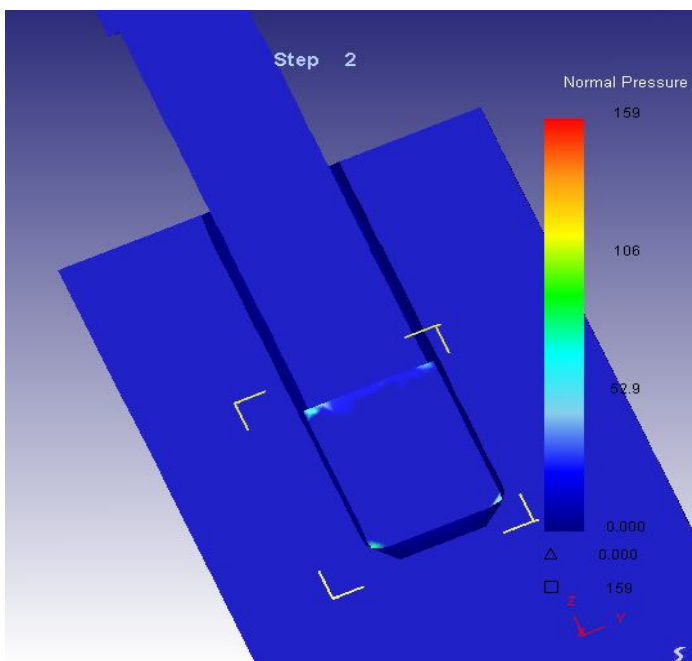


Рис. 2 – Спільне деформування системи матриця - заготовка - пуансон.

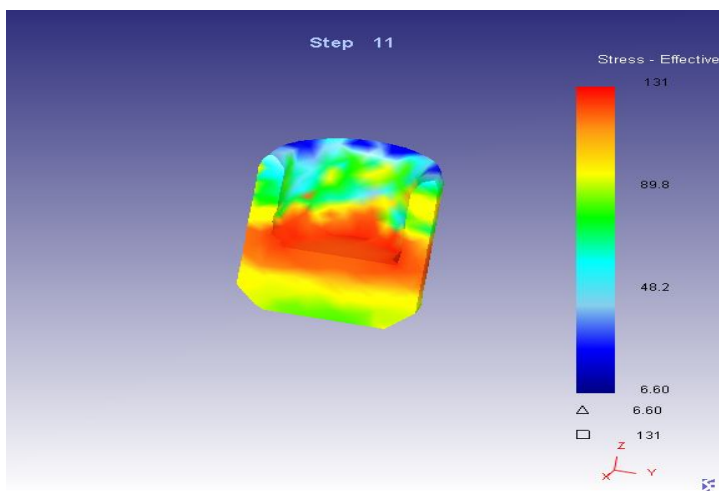


Рис. 3 – Розподіл напружень в заготовці.

**Висновки.** На основі запропонованої математичної моделі за допомогою розрахункового комплексу *DEFORM* стало можливим визначити компоненти напружено-деформованого стану як всієї структурно зв'язаної технологічної системи пуансон - заготовка - матриця, так і її окремих елементів (заготовки або матриці) в процесі видавлювання з урахуванням контактної взаємодії матриця - заготовка при пластичному деформуванні заготовки (рис.3). Що необхідно для обґрунтування вибору технологічних параметрів процесу, наприклад, мінімальної товщини стінки, яка може бути отримана на пресі, що розвиває зусилля не вище заданих за умови не руйнування деталі.

**Список літератури:** 1. Писаренко Г.С., Можаровский Н.С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. – К.: Наукова думка, 1981. – 496 с. 2. Diricolln M.H., Childs T.H.C., Maekawa K. Finite element simulation of chip flow in metal machining // International Journal of Mechanical Sciences, – 2001, 43(11), – P. 2699-2713. 3. Леванов А.Н. Контактное трение в процессах обработки давлением / А.Н. Леванов, А.Л. Колмогоров, С.П. Буркин [и др.]. – М.: Металлургия, 1976. – 416 с. 4. Исаченко Е.И. Контактное трение и смазки при ОМД. – М.: Машиностроение, 1978. – 208 с. 5. Чумаченко Е.Н. Математическое моделирование и оптимизация процессов деформирования материалов при обработке давлением / Е.Н. Чумаченко, И.В. Логашина. – М.: ЭКОМЕТ, 2008.–400 с. 6. Чумаченко Е.Н. Реализация контактного взаимодействия в процессах обработки материалов давлением / Е.Н. Чумаченко, С.А. Аксенов, С.А. Бобер // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – 2010, Вип.11. – С. 299-305. 7. DEFORM 3D User's manual, Scientific Forming Technologies Corporation, 2001. – 286 p.

Надійшла до редколегії 25.10.2012

---

УДК 539.1

**Особенности математического моделирования процесса выдавливания детали типа гильза / О.В. Степук, Л. В. Автономова, С.В. Бондар, С.І. Марусенко // Вісник НТУ «ХП». Серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях». – Харків: НТУ «ХП».–2012. – №54 (960). – С.196-201. – Бібліогр.: 7 назв.**

Рассмотрено математическое моделирование процесса совместного деформирования технологической системы матрица - заготовка - пуансон с учетом пластического деформирования материала заготовки. При использовании пакета DEFORM выполнен численный анализ процесса одноконтурного обратного выдавливания детали типа гильза.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, процесс формообразования, пластические деформации, законы трения, конечный элемент, деталь типа гильза

In the paper it is considered mathematical modeling of the combined strain for technological system such as matrix-billet-die, when the billet's material is plastically deformed. The numerical analysis of the inverse single loop gouge for details like a shell is performed with the FEM-software Deform.

**Keywords:** mathematical modeling, forming, plastic strain, friction laws, finite element, shell component