

Л.Д. ПЛЯЦУК, д-р техн. наук, проф., зав. кафедры
«Прикладная экология», СумГУ, Сумы;
Е.Ю. ЧЕРНЫШ, аспирантка СумГУ, Сумы

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБЕЗВРЕЖИВАНИЯ ОСАДКОВ СТОЧНЫХ ВОД В БИОСУЛЬФИДОГЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Предложена математическая модель обезвреживания осадков сточных вод в условиях биосульфидогенеза при диссимилиационном восстановлении малорастворимых сульфатов. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными, соответствующими динамике выходящего из биореактора биогенного газа. По характеру изменения кинетики выхода биогенного сероводорода, изменения концентрации ацетата и скорости потребления сульфатов можно осуществлять прогноз процесса биосульфидогенеза и находить наиболее оптимальные параметры системы.

Ключевые слова: сульфатовосстанавливающие бактерии, биогенный сероводород, осадки сточных вод, тяжелые металлы, математическая модель.

Введение. На сегодняшний день актуальным остается поиск путей снижения техногенного воздействия на окружающую среду органических и минеральных отходов, а также использование их как ценных вторичных материальных ресурсов. В этой связи перспективным является разработка экологически безопасной биотехнологии обезвреживания осадков сточных вод (ОСВ) с последующей утилизацией их в сельскохозяйственном производстве с использованием сульфурсодержащих добавок, являющихся гипсовыми отходами, таких как фосфогипс. Фосфогипс, как известно, нашел применение в сельском хозяйстве, в качестве мелиоранта. Это указывает на возможность его использования в биотехнологии обезвреживания ОСВ с получением комплексного органоминерального удобрения.

Обзор литературы. При исследовании кинетики процесса анаэробного сбраживания его традиционно разделяют на несколько стадий [1 – 6]: гидролиз и разложение органических макромолекул внеклеточными ферментами; кислотообразующая стадия; стадия производства биогаза. Анаэробное брожение состоит из множества биохимических реакций, которые происходят сериями и протекают одновременно [5, 7]. В связи со сложностью биохимических реакций и присутствием ингибиторов или трудноразлагаемых соединений в отходах, необходимо детальное изучение кинетики для понимания и оптимизации процесса. *Вавилов* [5, 6], *Калужный* и др. [8], *Mosey* [9] разработали математические модели, описывающие кинетику ацидогенеза, этанолизующего ацетогенеза, бутиратразлагающего ацетогенеза, ацетокласти-

ческого метаногенеза, гидрогенотрофного метаногенеза, бактериального распада. *Mosche* и *Jordening* [10] исследовали ацетат-, пропионат- деградацию и факторы торможения процесса. *Garcia* и др. [11] использовали указанные модели для описания анаэробного сбраживания отходов животноводства. *Munch* и др. [12] получили математическую модель, описывающую динамику образования летучих жирных кислот (ЛЖК). Модель была проверена путем сравнения полученных результатов с экспериментальными данными из литературных источников. Прогнозируемые и измеренные значения состояния стока ЛЖК, химического потребления кислорода (ХПК) и аммиак-*N* концентрации сравнивались при различном гидравлическом времени удержания сточных вод в анаэробном биореакторе. *Valentini* и др. [13] провели сравнение уравнений ферментации *Михаэлиса-Ментен* и кинетики разложения субстрата первого и второго порядков при анаэробной деструкции целлюлозных частиц известных размеров. Они представили общее кинетическое уравнение, которое включает в себя все четыре рассматриваемых уравнения, для уточнения математической формализации процесса гидролиза (первого этапа анаэробного брожения). В [14 – 16] рассмотрен процесс анаэробного биологического удаления сульфатов в форме сульфидов. Во время этого процесса сульфатвосстанавливающие бактерии (СВБ) используют сульфат в качестве акцептора электронов, метаболизируя сероводород. Одновременно с понижением концентрации сульфатов генерируется щелочность, в результате чего увеличивается водородный показатель *pH* и происходит осаждение тяжелых металлов (ТМ) в форме нерастворимых сульфидов. Отметим, что указанные исследования направлены на изучение процесса биологического восстановления растворимых сульфатов из промышленных стоков.

Цель исследования. Остается открытым вопрос о биохимических механизмах роста СВБ на малорастворимом минеральном субстрате, например, гипсовых отходах, которые могут использоваться в качестве источника акцепторов электронов - сульфатов. В Сумском государственном университете была разработана биосульфидная технология обезвреживания ОСВ совместно с фосфогипсом [17 – 19]. Целью данной работы является изучение кинетики процесса обезвреживания ОСВ в условиях диссимиляционного восстановления малорастворимых сульфатов и математическая формализация процесса.

Биохимическая модель процесса обезвреживания осадков сточных вод. Обезвреживание ОСВ в процессе диссимиляционного восстановления малорастворимых сульфатов, как в целом процесс анаэробного сбраживания, проходит в несколько этапов, при этом имеет ряд специфических особенностей, характеризующих протекание биосульфидогенеза на терминальном этапе разложения органического вещества ОСВ. Группы анаэробных гидролитиков и диссипотрофов осуществляют кислотогенную и водородную фазу

процесса. Продукты первичных анаэробов не могут быть разложены далее с выигрышем энергии, без удаления H_2 и ацетата из системы. Эту задачу выполняют вторичные анаэробы – СВБ, метаногены, ацетатогены – участвующие на терминальных этапах разложения органического вещества. Следовательно, вторичные анаэробы в качестве субстратов-доноров электронов получают ограниченный набор соединений, преимущественно водород и ацетат, и конкурируют за них.

Культивирование сульфидогенной ассоциации микроорганизмов проводилась с учетом специфики акцепторно-донорных взаимодействий внутри ассоциации. Были использованы среды следующего состава:

Среда-1 – анаэробный кровяной агар, который готовили на основе эритрит-агара с добавлением растворимых форм сульфата – $MgSO_4 \cdot 4H_2O$ ($0,1 \text{ г/дм}^3$) и Na_2SO_4 ($3,5 \text{ г/дм}^3$);

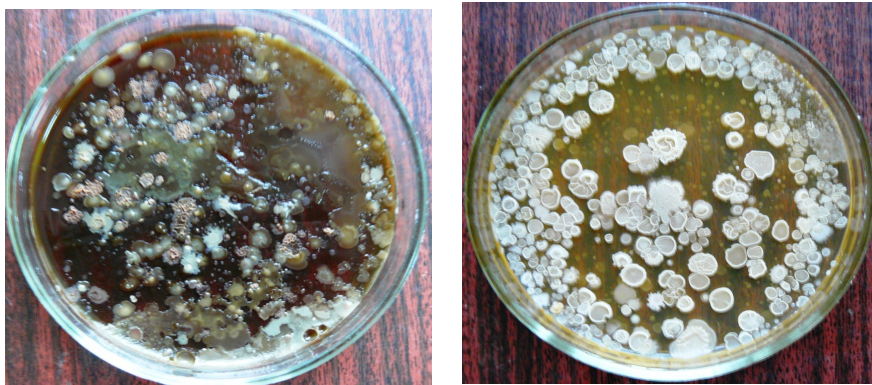
Среда-2 была специально разработана авторами из смеси фосфогипса и осадка с иловых карт городских очистных сооружений, отношение фосфогипс: ОСВ: дистиллированная вода — 1:1:5, агар-агар — 2%. В эту среду были добавлены ионы Zn^{2+} (500 мг/дм^3).

Приготовленные растворы, имеющие pH 8,00, заливали в чашки Петри. Внесение фосфогипса в Среду-2 обусловлено тем, что он служит источником сульфата в малорастворимой форме, а также ряда макро- и микроэлементов необходимых для жизнедеятельности СВБ. На поверхность готовых сред в чашки Петри добавляли в качестве источника биологического агента сброженные ОСВ после биосульфидного обезвреживания.

В Среде-1 явным признаком развития анаэробов было образование зон гемолиза, при этом кровь превращалась в прозрачную красную жидкость (рис.1, а).

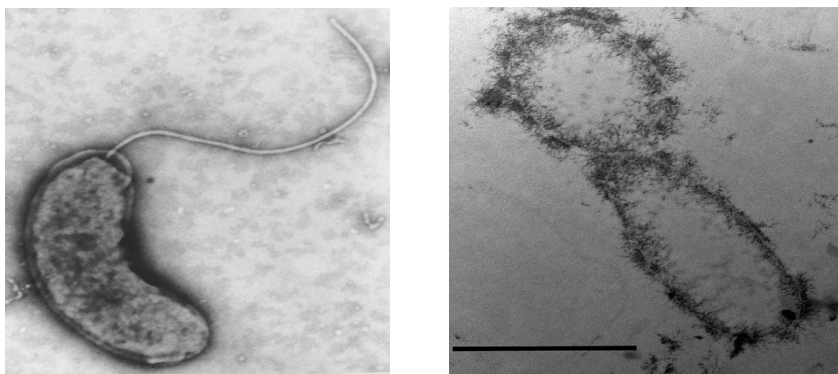
В условиях Среды-2, наиболее приближенных к условиям проведения биосульфидного обезвреживания, бактерии образовывали колонии как на поверхности среды, так и внутри ее, вплоть до дна чашки. При этом примерно одна третья объема среды, имеющего белый цвет, приобрела светлую окраску и сильный запах H_2S . Светлая окраска обусловлена отложением сульфидов цинка, образующихся в результате взаимодействия сероводорода с ионами Zn^{2+} , что является качественной реакцией на присутствие в среде СВБ. Гладкая поверхность среды стала шероховатой со складчатой поверхностью и ворсинчатым краем (R -форма) (рис.1, б). Бактериальные клетки были сцеплены между собой и с субстратом, имели развитый матрикс.

Таким образом, при наличии малорастворимых сульфатов в условиях анаэробно-разложения органического вещества идет при участии СВБ с образованием H_2S при ингибировании метаболизма других групп микроорганизмов, в частности метаногенов.



a
б
 Рис. 1 – Накопительная культура СВБ в чашке Петри:
a – Среда-1; *б* – Среда-2.

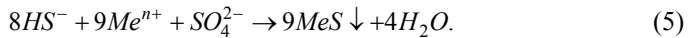
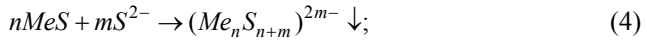
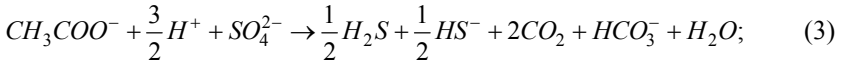
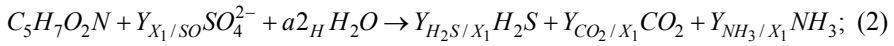
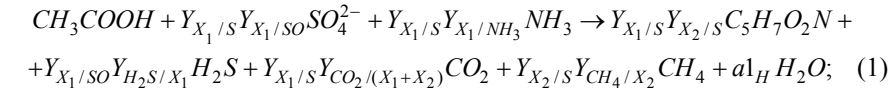
Результаты первичной идентификации на основании данных по морфологии, физиологии и по биохимическим свойствам показали присутствие в ассоциации видов микроорганизмов, относящихся к *Desulfovibrio sp.*, *Desulfomicrobium sp.* (рис. 2, *a* и *б*).



a
б
 Рис. 2 – Электронная микрофотография: *a* – клетка *Desulfovibrio sp.*;
б – полутонкий (250-300 нм) срез клетки *Desulfomicrobium sp.* Ув. $\times 1 \mu\text{м}$.

В процессе биосульфидного обезвреживания ОСВ в анаэробной ассоциации доминируют ацетатотрофные микроорганизмы, что связано с неполным окислением органического вещества до ацетатов. Следовательно, первостепенное значение для стабильной работы системы имеет удаление ЛЖК, в первую очередь ацетатов. В ином случае происходит закисание среды, снижение *pH* Н до 5,0.

Обезвреживание ОСВ на терминальном этапе разложения органического вещества в биосульфидогенных условиях, мы можем описать следующей системой реакций:



Здесь $Y_{X_1/S}$ и $Y_{X_2/S}$ – экономический коэффициент выхода биомасс СВБ и метаногенов по субстрату соответственно; $Y_{X_1/SO}$ – экономический коэффициент расхода сульфатов по биомассе СВБ; Y_{X_1/NH_3} – экономический коэффициент расхода аммиака по биомассе СВБ; Y_{H_2S/X_1} – экономический коэффициент выхода сероводорода по биомассе СВБ; $Y_{CO_2/(X_1+X_2)}$ – экономический коэффициент выхода углекислого газа по биомассе СВБ и метаногенов; $Y_{CH_4/S}$ – экономический коэффициент выхода метана по биомассе метаногенов; Y_{CO_2/X_1} – экономический коэффициент выхода углекислого газа по биомассе СВБ; $Y_{NH_3/X}$ – экономический коэффициент выхода аммиака при разложении микробной биомассы; Y_{NH_3/X_1} – экономический коэффициент выхода аммиака при разложении биомассы СВБ; a_{1H} , a_{2H} – стехиометрические коэффициенты; Me – ионы ТМ, таких как Cd^{2+} , Cu^{2+} , Fe^{2+} , Fe^{3+} , Zn^{2+} , Cr^{3+} , Ni^{2+} .

Процесс разложения ацетатов до сероводорода, метана и углекислого газа с синтезом микробной биомассы ($C_5H_7O_2N$) и распадом этой биомассы представлены соответственно в уравнениях (1) и (2), при условии доминирования ацетатотрофных СВБ в пространстве биореактора (конкурентное ингибирование процесса метаногенеза). Поскольку обезвреживание проводится в условиях стимулирования сульфидогенеза, то в уравнении (3) показан процесс диссимиляционного восстановления сульфатов при разложении ацетатов без учета метаногенеза. В уравнениях (4) и (5) представлены химические реакции осаждения ионов ТМ биогенным сероводородом.

Схема и описание математической модели. Были выдвинуты следующие гипотезы: при непрерывном перемешивании весь объем биореактора однородно

заполнен; концентрации субстрата (S и $[SO_4^{2-}]$) и микробной биомассы (X) в каждой точке биореактора равны; с учетом равномерного распределения основного продукта метаболизма (H_2S) поведение этих концентраций во времени описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dX_{CBБ}}{d\tau} = \mu_{CBБ} \times X_{CBБ} - \mu_{омм} \times X_{CBБ}; \quad (6)$$

$$\frac{dS}{d\tau} = - \left(\frac{\mu_{CBБ} \times X_{CBБ}}{Y_{X_1/S}} + \frac{\mu_m \times C_M}{Y_{X_2/S}} \right); \quad (7)$$

$$\frac{d[SO_4^{2-}]}{d\tau} = r_{SO} \times ([SO_4^{2-}]_0 - [SO_4^{2-}]) - \frac{\mu_{CBБ} \times X_{CBБ}}{Y_{X_1/SO}}; \quad (8)$$

$$\frac{d(H_2S)}{d\tau} = \left[r_{SO} \times Y_{H_2S/X_1} \times X_{CBБ} \times \frac{[SO_4^{2-}]}{K_n + [SO_4^{2-}]} \times \frac{S}{K_S + S} \right] \times b. \quad (9)$$

Здесь $X_{CBБ}$ – концентрация биомассы (белка) СВБ в биореакторе, г/дм³; C_M – постоянная величина, характеризующая наличие биомассы метаногенов в биореакторе, г/дм³; $\mu_{CBБ}$ и μ_m – удельные скорости роста СВБ и метаногенов соответственно, сут⁻¹; $\mu_{омм}$ – предельная максимальная удельная скорость отмирания клеток СВБ, сут⁻¹; S_0 – входная концентрация субстрата (ацетата), г/дм³; S – концентрация субстрата в сбразиваемом ОСВ в пространстве биореактора, г/дм³; $[SO_4^{2-}]_0$ и $[SO_4^{2-}]$ – концентрации общего сульфата в начальный и определенный момент времени τ , г/дм³; r_{SO} – скорость биохимической конверсии малорастворимых сульфатов, сут⁻¹; b – поправочный коэффициент.

В уравнении (6) рост биомассы СВБ со временем ограничивается процессом ее отмирания (распадом) и концентрацией субстрата.

В уравнении (7) сумма

$$\frac{\mu_{CBБ} \times X_{CBБ}}{Y_{X_1/S}} + \frac{\mu_m \times C_M}{Y_{X_2/S}}$$

описывает процесс потребления органического субстрата двумя конкурирующими видами микроорганизмов – СВБ и метаногенами. Отрицательный знак определяет направленность процесса, т.е. убывание концентрации органического субстрата (ацетата) со временем.

Для расчета скорости роста СВБ использовали *уравнение Моно* [20], уточняли, что в процессе сульфатредукции в качестве экзогенного акцептора электронов выступает сульфат:

$$\mu_{CBB} = \mu_{\max_1} \times \frac{S}{K_S^1 + S} \times \frac{[SO_4^{2-}]}{K_n + [SO_4^{2-}]},$$

где μ_{\max_1} – максимальная удельная скорость роста СВБ, сут⁻¹; K_S^1 – константа полунасыщения по субстрату (ацетат) для СВБ; K_n – константа полунасыщения сульфатом.

Развитие популяции метаногенов ингибируется накоплением продукта жизнедеятельности СВБ – сероводородом. Поэтому уравнение для скорости процесса описывали по конкурентному механизму следующим образом:

$$\mu_m = \mu_{\max_2} \times \frac{S}{K_S^2 + S} \times \frac{K_{i(H_2S)}}{K_{i(H_2S)} + [H_2S]},$$

где μ_{\max_2} – максимальная удельная скорость роста метаногенов, сут⁻¹; K_S^2 – константа полунасыщения по субстрату (ацетату) для метаногенов; $K_{i(H_2S)}$ – константа ингибирования сероводородом метаболизма метаногенов, г/дм³.

Величина C_M была определена исходя из следующих допущений: при наличии в системе сульфат-ионов СВБ развиваются раньше метаногенов вследствие более близкого родства к органическому субстрату; метаногенез ингибируется наличием в системе сероводорода. Тогда минимальную концентрацию биомассы метаногенов, при которой возможна активация процесса метаногенеза, мы определяли как постоянную величину C_M .

В уравнении (8) нами была учтена специфика процесса диссимиляционного восстановления малорастворимых сульфатов. Так, при открытии скобок в данном уравнении получим:

$$r_{SO} \times [SO_4^{2-}]_0 - r_{SO} \times [SO_4^{2-}].$$

Первое слагаемое характеризует скорость ввода в систему первой партии сульфат-ионов при растворении минерального субстрата (фосфогипса), второе – скорость потребления сульфат-ионов в системе при растворении первоначально непрореагированного минерального субстрата (фосфогипса). Эти два слагаемых отвечают за характер протекания процесса диссимиляционного восстановления малорастворимых сульфатов. Третье слагаемое $\mu_{CBB} \times X_{CBB} / Y_{X_1/SO}$ – расход сульфат-ионов в процессе наращивания биомассы СВБ.

Коэффициент r_{SO} вычисляли по формуле:

$$r_{SO} = \mu_{\max_1} \times \alpha_{SO\min} \times 1 / Y_{X_1/SO}, \text{ (сут}^{-1}\text{)},$$

где $\alpha_{SO\min}$ – минимальная степень первоначальной конверсии малорастворимых сульфатов.

Транспорт сульфат-ионов внутрь клетки СВБ снижает их концентрацию

снаружи, что вызывает сдвиг равновесия и его выравнивание за счет выделения в среду новой партии ионов SO_4^{2-} . Следовательно, можно теоретически рассчитать минимальную степень первоначальной конверсии малорастворимых сульфатов, которую мы вычисляли по формуле:

$$\alpha_{SO_{\min}} = \frac{[SO_4^{2-}]_P}{[SO_4^{2-}]_0 - [SO_4^{2-}]_P},$$

где $[SO_4^{2-}]_P$ – концентрация сульфат-ионов в жидкой фазе, т.е. первая партия сульфат-ионов доступная для использования СВБ, в начальный момент времени, г/дм³; разница $[SO_4^{2-}]_0 - [SO_4^{2-}]_P$ в знаменателе – это содержание сульфатов, находящихся в нерастворенном состоянии в пространстве биореактора в начальный момент времени, г/дм³.

Соответственно концентрация продукта метаболизма СВБ – биогенного сероводорода (H_2S) также зависит от скорости роста СВБ и скорости конверсии малорастворимых сульфатов. Эти закономерности описаны нами в уравнении (9). В процессе обезвреживания ОСВ часть сероводорода идет на осаждение ионов ТМ в форме нерастворимых сульфидов. Следовательно, для наилучшего совпадения экспериментальных и расчетных данных проводилась адаптация математической модели к реальным условиям работы биореактора за счет введения поправочного коэффициента b . При этом долю сероводорода N , которая пошла на осаждение ионов ТМ, вычисляли по формуле:

$$N = \sum_{i=1}^m n_i \times \frac{1}{m},$$

где m – время удержания ОСВ в процессе биосульфидной обработки, $m = 10$ сут.; n_i – доля биогенного сероводорода, пошедшего на осаждение ионов ТМ на i -сутки, рассчитывалась по формуле:

$$n_i = \frac{(H_2S)_{\text{общ}_i} - (H_2S)_{\text{экс}_i}}{(H_2S)_{\text{общ}_i}},$$

где $(H_2S)_{\text{общ}_i}$ – общая концентрация сероводорода продуцированного СВБ на i -сутки, которая была первоначально определена в процессе математического моделирования, г/дм³; $(H_2S)_{\text{экс}_i}$ – концентрация сероводорода, выходящего из пространства биореактора на i -сутки, которая была определена по экспериментальным данным, г/дм³.

Тогда $b = 1 - N$.

Составленная программа предусматривает интегрирование системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4-го порядка с получением

решений в графическом виде. В качестве среды разработки программы выбран MatLab (version 3.0).

При реализации математической модели использовали значения констант, которые представлены в табл. 1. Исходные данные определяли в соответствии с биохимическими условиями проведения процесса обезвреживания ОСВ (табл. 2).

Таблица 1 – Константы, необходимые для реализации математической модели

Константа	Значение	Единицы измерения	Источник
μ_{\max_1}	0,612	сут ⁻¹	van Wageningen et al, 2006 [14]
$\mu_{\text{отм}}$	0,016	сут ⁻¹	G.Kiely, 1997[3]
μ_{\max_2}	0,370	сут ⁻¹	H. Siegrist et al, 2002[21]
b	0,88	-	Экспертная оценка
K_S^1	0,024	г/дм ³	van Wageningen et al, 2006[14]
K_S^2	0,040	г/дм ³	H. Siegrist et al, 2002[21]
$K_{i(H_2S)}$	0,068	г/дм ³	Заварзин Г.А., 2002 [7]
K_n	0,0192	г/дм ³	van Wageningen et al, 2006[14]
Y_{H_2S/X_1}	1,580	-	Экспертная оценка
$Y_{X_1/S}$	0,033	-	van Wageningen et al, 2006[14]
$Y_{X_2/S}$	0,041	-	H. Siegrist et al, 2002[21]
$Y_{X_1/SO}$	0,018	-	Alper Bayrakdar et al, 2009[22]
C_M	0,08	г/дм ³	Экспертная оценка
$\alpha_{SO\min}$	0,177	-	Экспертная оценка

Таблица 2 – Исходные данные для проведения математического моделирования

Начальные условия	Значения	Единицы измерений
$X_{СВБ}^0$	0,0001	г/дм ³
S_0	0,126	г/дм ³
$[SO_4^{2-}]_0$	5,450	г/дм ³
$(H_2S)_0$	0,0001	г/дм ³

Обсуждение результатов. Полученные результаты позволяют сделать вывод, что рост биомассы СВБ происходит в соответствии с типичной S -образной кинетической кривой роста микроорганизмов (рис. 3).

На начальном этапе развития процесса происходит накопление биомассы СВБ и глубина накопления составляет 30% от предельного значения (1 – 2 сут.). В этих условиях рост СВБ осуществляется по экспонциальному закону. Однако невозможно определить, имеет ли место на кинетической кривой период индукции, поскольку он «маскируется» экспонциальной фазой. Отчетливо представлена фаза линейного роста биомассы и стационарная фаза. Концентрация лимитирующего органического субстрата (ацетата) на терминальном этапе разложения ОСВ падает до нулевого уровня (рис. 4).

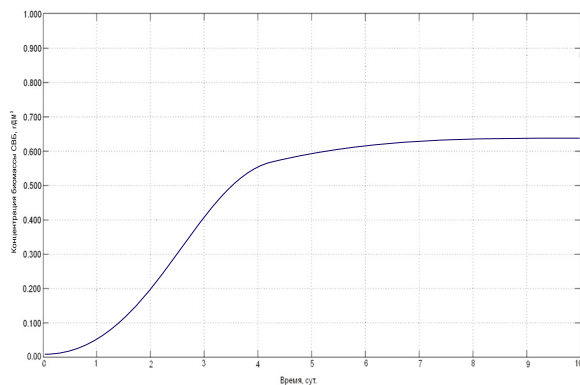


Рис. 3 – Изменение концентрации биомассы СВБ во времени.

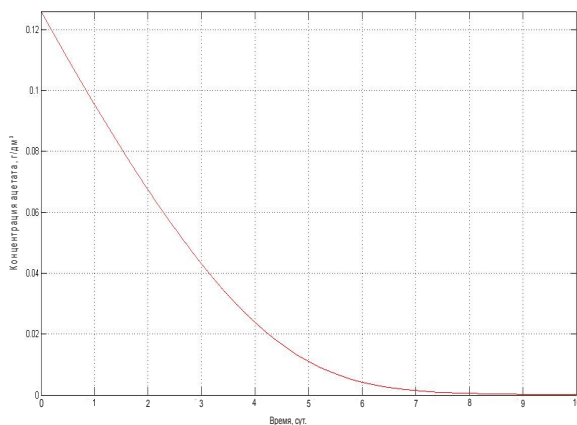


Рис. 4 – Изменение концентрации ацетатов во времени.

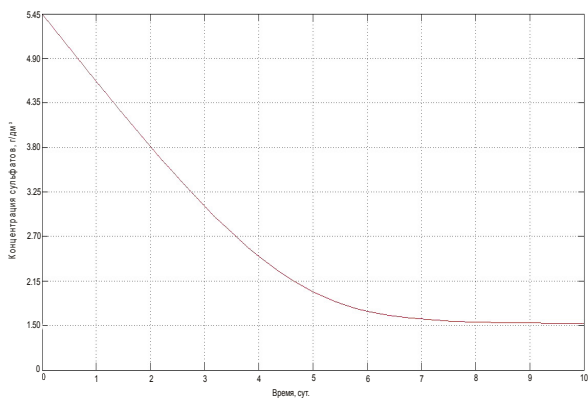


Рис. 5 – Изменение концентрации сульфатов во времени.

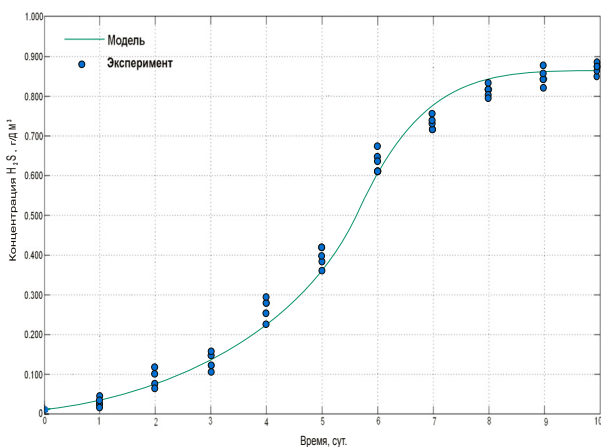


Рис. 6 – Изменение концентрации биогенного сероводорода во времени: сравнительный анализ теоретических и экспериментальных данных.

Удельную скорость роста культуры СВБ можно повысить и интенсифицировать процесс биосульфидогенеза увеличением начальной концентрации легкорастворимого органического субстрата. Динамика потребления сульфатов СВБ (рис. 5) свидетельствует об эффективности использования микроорганизмами малорастворимого минерального субстрата. В процессе биосульфидогенеза происходит восстановление данного субстрата (фосфогипса), что соответствует падению концентрации ионов сульфата до определенного уровня, который совпадает с периодом стабилизации выхода

биогаз. Следовательно, процесс образования сероводорода из сульфатов происходит интенсивно. Сульфат падает до уровня 1,5 г/дм³ на 8 – 10 сутки. Полученная в результате математического моделирования кривая, соответствующая динамике выхода биогаза по биомассе СВБ, имеет хорошую сходимость с опытными данными (рис. 6). Наибольший прирост концентрации сероводорода приходится на 4 – 7 сутки. Выход сероводорода стабилизируется на 8 – 10 сутки, что свидетельствует об эффективной работе микробиологической системы. При этом ЛЖК (преимущественно ацетаты) полностью используются сульфидогенной ассоциацией микроорганизмов (рис. 4).

Выводы. Результаты, полученные при математическом моделировании процесса обезвреживания ОСВ, согласуются с экспериментальными данными, соответствующими динамике биогаза, выходящего из биореактора. Характер изменения кинетики выхода биогаза, концентрации ацетата и скорости потребления сульфатов позволяет осуществлять прогноз процесса биосульфидогенеза и определять наиболее оптимальные параметры системы. Кроме того, данная модель может служить в дальнейшем для автоматизации процесса обезвреживания ОСВ в промышленных масштабах и позволит прогнозировать динамику выхода биогаза при условии мобилизации сульфидогенной ассоциации микроорганизмов на рабочих поверхностях – инертных носителях.

Список литературы: 1. *Lyberatos G.* Modelling of anaerobic digestion – a review / G. Lyberatos, I. V. Skiadas // *Global Nest: the Int. J.* Vol. 1. - 1999. - № 2. - Pp. 63 - 76. 2. *Tomei M.C.* Anaerobic degradation kinetics of particulate organic matter in untreated and sonicated sewage sludge: Role of the inoculum / M.C. Tomei, C.M. Braguglia, G. Mininni. // *Bioresource Technology.* - 2008. - № 99. - Pp. 6119–6126. 3. *Kiely G.* Physical and mathematical modelling of anaerobic digestion of organic waste / G. Kiely, G. Tayfur, C. Dolan, K. Tauniff // *War. Res.* 1997. - Vol. 31, № 3. - Pp. 534-540. 4. *Appels L.* Principles and potential of the anaerobic digestion of waste-activated sludge / Lise Appels, Jan Baeyens, Jan Degre' ve, Raf Dewil // *Progress in Energy and Combustion Science.* - 2008. - № 34. - Pp. 755–781. 5. *Вавилин В.А.* Автокатализ и флуктуации в природе / В.А. Вавилин // *Природа.* - 2005. - №6. - С. 52 – 59.; Электронная версия- <http://www.ibmh.msk.su/vivovoco>. 6. *Vavilin V. A.* The <Methane> simulation model as the first generic user-friendly model of anaerobic digestion / V. A. Vavilin, L. Ya. Lokshina, S. V. Rytov // *Vestnik Moskovskogo Universiteta. KHIMIYA.* 2000. Vol. 41, No. 6. Supplement. Pp. 22-26. 7. *Заварзин Г. А.* Введение в природоведческую микробиологию: Учебное пособие / Г. А.Заварзин, Н. Н. Колодилова. - М.: Книжный дом «Университет», 2001. — 256 с. 8. *Kalyuzhnyi S.V.* Batch anaerobic digestion of glucose and its mathematical modeling. I. Kinetic investigations / S.V. Kalyuzhnyi, M.A. Davlyatshina // *Bioresour. Technol.* – 1997. - № 59 (1). – Pp. 73–80. 9. *Mosey F.E.* Mathematical modelling of the anaerobic digestion process: regulatory mechanisms for the formation of short-chain volatile acids from glucose / F.E. Mosey // *Water Sci. Technol.* – 1983. - №15. – Pp. 209–232. 10. *Mosche M.* Comparison of different models of substrate and product inhibition in anaerobic digestion / M. Mosche, H.J. Jordening // *Water Res.* - 1999. - № 33(11) – Pp. 2545–2554. 11. *Garcia F.* Kinetic model for anaerobic digestion of livestock manure / F.Garcia, V.E.Santos, L.Naval, E. Guardiola, B.Lopez. // *Enzyme Microbiol. Technol.* - 1999. - № 25(1–2), 55–60. 12. *Munch V.E.* Mathematical model of prefermenters-I. Model development and verification / V.E. Munch, J.Keller, P. Lant, R. Newell // *Water Res.* – 1999. - № 33(12). – Pp. 2757–2768. 13. *Valentini A.* Anaerobic degrada-

tion kinetics of particulate organic matter: a new approach / A. Valentini, G. Garuti, A. Rozzi, A. Tilche // *Water Sci. Technol.* – 1997. - № 36(6–7). – Pp. 239–246. **14.** *Van Wageningen H.S.* Development of a kinetic model for biological sulphate reduction with primary sewage sludge as substrate / H.S. van Wageningen, S.W. Sötemann, N.E. Ristow, M.C. Wentzel, G.A. Ekama. // *Water SA.* – 2006. - Vol. 32, № 5. – Pp. 619–626. **15.** *Poinapen J.* Biological sulphate reduction with primary sewage sludge in an upflow anaerobic sludge bed (UASB) reactor –Part 4: Bed settling characteristics / J. Poinapen, G.A. Ekama, M.C. Wentzel. // *Water SA (Online).* – 2009. - Vol. 35, № 5. Электронная версия - <http://www.scielo.org.za>. **16.** *Poinapen J.* Biological sulphate reduction with primary sewage sludge in an upflow anaerobic sludge bed reactor – Part 6: Development of a kinetic model for BSR / J. Poinapen, G.A. Ekama. // *Water SA (Online).* – 2012. - Vol.36, №.3. Электронная версия - <http://www.docstoc.com/docs/74282080>. **17.** *Черниш Є.Ю.* Теоретичне обґрунтування технології комплексної переробки осадів міських стічних вод / Є.Ю.Черниш, Л.Д. Пляцук // *Екологічна безпека* № 2/2011 (12). – С. 98–100. **18.** *Пляцук Л.Д.* Анализ производительности биореактора в процессе биосульфидной обработки осадков сточных вод / Л.Д. Пляцук, Е.Ю. Черныш // *Наука и образование Южного Казахстана.* – 2012.–№ 3/4 (94/95).– С.198–204. **19.** *Черниш Є.Ю.* Екологічні аспекти використання осадів стічних вод: механізми фіксації важких металів та їх видалення з осадів / Є.Ю.Черниш, Л.Д. Пляцук // *Екологія та промисловість.* - 2012. - № 3. - С. 82–87. **20.** *Варфоломеев С.Д.* Биотехнология: Кинетические основы микробиологических процессов / С.Д. Варфоломеев, С.В. Калужный. М. Высш. шк., 1990.- 296 с. **21.** *Siegrist H.* Mathematical Model for Meso- and Thermophilic Anaerobic Sewage Sludge Digestion / Hansruedi Siegrist, Dea Vogt, Jaime L.Garcia-Heras, Willi Gujer. // *Environ. Sci. Technol.* 2002. - № 36. - Pp.1113–1123. **22.** *Bayraktar A.* Performance of sulfidogenic anaerobic baffled reactor (ABR) treating acidic and zinc-containing wastewater / Alper Bayraktar, Erkan Sahinkaya, Murat Gungor, Sinan Uyanik, A. Dilek Atasoy. // *Biore-source Technology.* – 2009. - № 100. –Pp. 4354–4360.

Поступила в редколлегию 29.04.2013

УДК 628.336

Математическое моделирование процесса обезвреживания осадков сточных вод в биосульфидогенных условиях / Л. Д. Пляцук, Е. Ю. Черныш // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2013. – №37 (1010). – С. 148 – 160. Бібліогр.: 22 назви.

Запропоновано математичну модель знешкодження осадів стічних вод в умовах біосульфідогенезу при дисиміляційному відновленні малорозчинних сульфатів. Отримані результати узгоджуються з експериментальними даними, які відповідають динаміці біогенного газу, що виходить із біореактора. За характером зміни кінетики виходу біогенного сірководню, зміни концентрації ацетату і швидкості споживання сульфатів, можна здійснювати прогноз процесу біосульфідогенеза та знаходити найбільш оптимальні параметри системи.

Ключові слова: сульфатвідновлюючі бактерії, біогенний сірководень, осади стічних вод, важкі метали, математична модель.

The mathematical model of sewage sludge detoxification under biosulfidogenic condition during insoluble sulfates dissimilation recovery was formed. The results are similar to the experimental data of the biogenic gas dynamics. By the nature of change in the kinetics of biogenic hydrogen sulfide release, concentrations of acetate and sulfate consumption rate can be use for forecast of biosulfidogenic process and determine the optimal parameters of the system.

Key words: sulfate-reducing bacteria, biogenic hydrogen sulfide, sewage sludge, heavy metals, mathematical model.