

**В.Д. ДУШКИН**, канд. физ.-мат. наук, доц., проф. АБВ МВД Украины,  
Харьков

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ЛЕНТ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ДВУХ СТОРОНАХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СЛОЯ**

Построена математическая модель дифракции Е-поляризованных волн на периодических системах импедансных лент, расположенных на двух сторонах диэлектрического слоя. Система граничных интегральных уравнений задачи состоит из интегральных уравнений Фредгольма второго рода и сингулярных интегральных уравнений первого рода. При построении модели был применен метод параметрических представлений интегральных операторов.

**Ключевые слова:** импедансные ленты, сингулярные интегральные уравнения, метод параметрических представлений интегральных операторов.

**Введение.** В современных технических и электродинамических устройствах применяются многослойные пластинчатые платы, состоящие из слоёв диэлектрика и нанесённых на них металлических элементов [1 – 3]. Выбор нужных электродинамических характеристик таких устройств при их проектировании осуществляется с помощью подбора физических свойств материалов, соотношений размеров и взаимного расположения элементов структур. Поэтому построение математических моделей процессов взаимодействия электромагнитных волн со структурами, состоящими из слоёв диэлектрика и нанесённых на них металлических элементов, является актуальной задачей для исследователей.

**Анализ последних исследований.** Предложенный в работах *Ю.В. Ганделя метод параметрических представлений интегральных преобразований* [4] является одним из эффективных способов построения математических моделей взаимодействия электромагнитных волн с различными электродинамическими структурами [5]. В результате применения данного метода, исходные краевые задачи для *уравнений Максвелла* сводятся к эквивалентным системам граничных интегральных уравнений. Через решения этих интегральных уравнений выражаются основные электродинамические характеристики полей. В частности, в работе [6] были получены граничные интегральные уравнения задачи дифракции на неперриодической импедансной системе лент, расположенных на экранированном диэлектрическом слое. В статье рассматривается пример дифракции волн на полупрозрачной структуре, состоящей из периодических систем импедансных лент, расположенных на двух сторонах диэлектрического слоя. Изложение алгоритма построения этой модели является целью данной работы.

**Постановка задачи.** Рассматривается дифракционная структура, изображённая на рис. 1. Слой  $|z'| \leq d'$  заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . В плоскостях  $z = d'$  и  $z = -d'$  расположены 2l- периодические системы импедансных лент. Декартова система координат введена таким образом, что координатная плоскость  $X'OY'$  параллельна плоскостям лент, а ось  $OX'$  – рёбрам лент. Рассматриваются структуры, расположенные так, что плоскость  $X'OZ'$  не пересекает ленты.

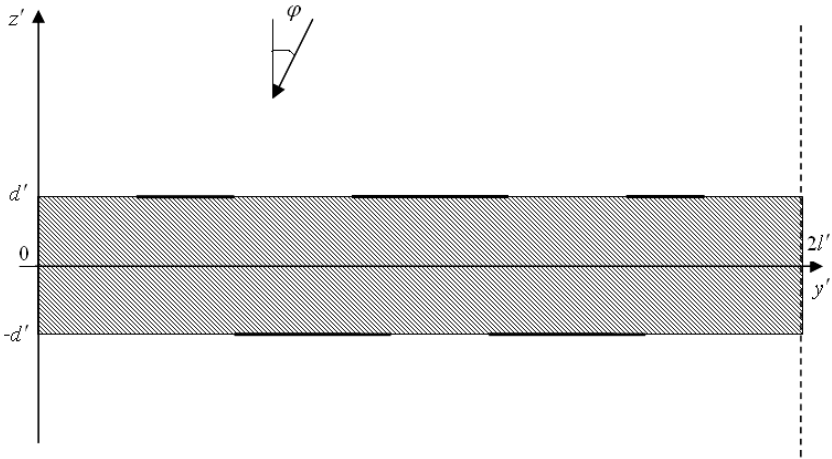


Рис. 1 – Сечение дифракционной структуры плоскостью  $Y'OZ'$ .

Пусть  $\alpha'_{1q}$  и  $\beta'_{1q}$  – координаты проекций на ось  $OY'$  рёбер лент, лежащих в плоскости  $z = d'$ , а  $\alpha'_{2q}$  и  $\beta'_{2q}$  – координаты проекций рёбер лент, лежащих в плоскости  $z = -d'$ . Введём следующие обозначения:

$$L'_i = \bigcup_{q=1}^{M_i} (\alpha'_{i,q}, \beta'_{i,q}), \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Зависимость поля от времени даётся множителем  $e^{-i\omega t}$ . Пусть из бесконечности сверху на дифракционную структуру, описанную выше, наклонно падает Е-поляризованная плоская электромагнитная волна единичной амплитуды, икс-овая координата электрического поля которой имеет вид:

$$U(y', z') = E_x(y', z') = \exp(ik(y' \cdot \sin \varphi - z' \cdot \cos \varphi)). \quad (2)$$

В задаче необходимо найти полное поле  $u(y', z')$ , возникшее в результате дифракции волны на электродинамической структуре. Полное поле  $u(y', z')$  является решением уравнения Гельмгольца. Оно удовлетворяет импедансным граничным условиям:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z'} - h'_0\right)u(y', d' + 0) = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial z'} + h'_1\right)u(y', d' - 0) = 0, \quad y' \in L'_1; \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z'} - h'_1\right)u(y', -d' + 0) = 0, \quad \left(\frac{\partial}{\partial z'} + h'_0\right)u(y', -d' - 0) = 0, \quad y' \in L'_2, \quad (4)$$

которые являются следствием *граничных условий Щукина-Леонтовича* [7], а также условию конечности энергии в любой ограниченной области плоскости  $Y'OZ'$ , *условию излучения Зоммерфельда* и *условию квазипериодичности Флоке*.

**Математическая модель.** Пусть функция  $u^{ini}(y', z')$  описывает поле, которое существовало в пространстве в отсутствии лент. Полное поле  $u(y', z')$ , возникшее в результате дифракции волны на решётке, будем искать в виде:

$$u(y', z') = \begin{cases} u^{ini}(y', z') + u_0(y', z'), & z' > d'; \\ u^{ini}(y', z') + u_1(y', z'), & |z'| \leq d'; \\ u^{ini}(y', z') + u_2(y', z'), & z' < -d'; \end{cases} \quad (5)$$

где

$$u_0(y', z') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{0,n} \cdot e^{-\gamma'_{0,n}(z'-d')} \cdot e^{i \cdot p'_n y'}, \quad (6)$$

$$u_1(y', z') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( C_n^+ \cdot \frac{sh(\gamma'_{1,n}(z'+d'))}{sh(2\gamma'_{1,n}d')} + C_n^- \cdot \frac{sh(\gamma'_{1,n}(z'-d'))}{sh(2\gamma'_{1,n}d')} \right) \cdot e^{i \cdot p'_n y'}, \quad (7)$$

$$u_2(y', z') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2,n} \cdot e^{\gamma'_{0,n}(z'+d')} \cdot e^{i \cdot p'_n y'}, \quad (8)$$

$$p'_n = k \cdot \sin \varphi + \frac{\pi n}{l'}, \quad \gamma'_{0,n} = \sqrt{(p'_n)^2 - k^2}, \quad \gamma'_{1,n} = \sqrt{(p'_n)^2 - k^2} \cdot \varepsilon, \quad n \in Z. \quad (9)$$

Условия излучения Зоммерфельда будут выполнены, если

$$\operatorname{Re}(\gamma'_{0,n}) \geq 0, \quad \operatorname{Im}(\gamma'_{0,n}) \leq 0, \quad n \in Z.$$

Введём безразмерные координаты, параметры и обозначения:

$$\partial \ell = \frac{l'k}{\pi} = \frac{2l'}{\lambda}, \quad h_i = \frac{l'}{\pi} \cdot h'_i, \quad (i=0,1) \quad y = \frac{\pi}{l'} y', \quad z = \frac{\pi}{l'} z', \quad d = \frac{\pi}{l'} d'; \quad (10)$$

$$\alpha_{i,q} = \frac{\pi}{l'} a'_{i,q}, \quad \beta_{i,q} = \frac{\pi}{l'} b'_{i,q}, \quad q = 1, \dots, M_i; \quad i = 1, 2; \quad (11)$$

$$\gamma_{0,n} = \sqrt{(p_n)^2 - \partial \ell^2}, \quad p_n = \frac{l \cdot p'_n}{\pi} = \partial \ell \cdot \sin \varphi + n, \quad n \in Z; \quad (12)$$

$$\gamma_{1,n} = \sqrt{(p_n)^2 - \partial \ell^2 \cdot \varepsilon}, \quad n \in Z; \quad L_i = \bigcup_{q=1}^{M_i} (\alpha_{i,q}, \beta_{i,q}), \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Определим функции

$$F_1(y) = \left( \frac{\partial u_0}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) (y, d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (C_{0,n} - C_{1,n}^+) \cdot ip_n \cdot e^{i \cdot p_n y}, \quad y \in [0, 2\pi]; \quad (14)$$

$$F_2(y) = \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) (y, -d) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-C_{1,n}^- - C_{2,n}) \cdot ip_n \cdot e^{i \cdot p_n y}, \quad y \in [0, 2\pi]; \quad (15)$$

$$F_3(y) = \left( \frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial u_1}{\partial z} \right) (y, d) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{0,n}^+ \gamma_{0,n} \cdot e^{i \cdot p_n y} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{1,n} (C_{1,n}^+ \cdot \text{cth}(2\gamma_{1,n}d) + C_{1,n}^- \cdot \text{sh}^{-1}(2\gamma_{1,n}d)) \cdot e^{i \cdot p_n y}, \quad (16)$$

$$F_4(y) = \left( \frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\partial u_2}{\partial z} \right) (y, -d) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2,n} \gamma_{0,n} \cdot e^{i \cdot p_n y} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_{1,n} \left( C_{1,n}^- \cdot \text{cth}(2\gamma_{1,n}d) + C_{1,n}^+ \cdot \frac{1}{\text{sh}(2\gamma_{1,n}d)} \right) \cdot e^{i \cdot p_n y}. \quad (17)$$

В силу непрерывности полного поля и его производных на границе раздела сред «вакуум-диэлектрик» функции  $F_i(y)$  обладают свойствами:

$$F_i(y) = 0, \quad y \notin L_i, \quad i = 1, \dots, 4; \quad (18)$$

$$\int_{\alpha_{i,q}}^{\beta_{i,q}} F_i(t) dt = 0, \quad (q = 1, \dots, M_i, \quad i = 1, 2); \quad (19)$$

$$\int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt = (u_0 - u_1)(y, d), \quad y \in [0, 2\pi]; \quad (20)$$

$$\int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt = (u_1 - u_2)(y, -d), \quad y \in [0, 2\pi]; \quad (21)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ip_o \cdot (y-t)} \cdot \text{ctg} \left( \frac{t-y}{2} \right) F_1(t) dt = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} (C_{0,n} - C_{1,n}^+) \cdot \Psi_n e^{ip_n y}; \quad (22)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ip_o \cdot (y-t)} \cdot \text{ctg} \left( \frac{t-y}{2} \right) F_2(t) dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (C_{2,n} + C_{1,n}^-) \cdot \Psi_n e^{ip_n y}; \quad (23)$$

где

$$\Psi_n = \begin{cases} |n| + \partial \ell |n| \cdot n^{-1} \cdot \sin \varphi, & n \in Z \setminus \{0\} \\ 0, & n = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Введём обозначения:  $L_3 = L_1$ ,  $L_4 = L_2$  и

$$a_{i,n} = \frac{1}{2\pi} \int_{L_i} F_i(t) \frac{\exp(-ip_n t) - \delta_{0,n}}{ip_n} dt, \quad n \in Z, \quad i = 1, 2; \quad (25)$$

$$a_{i,n} = \frac{1}{2\pi \cdot \gamma_{1,n}} \int_{L_i} F_i(t) \exp(-ip_n t) dt, \quad n \in Z, \quad i = 3, 4. \quad (26)$$

Из определений и свойств функций  $F_i(y)$  следует, что

$$C_{1,n}^{\pm} = \sum_{j=1}^4 \sigma_{j,n}^{\pm} \cdot a_{j,n}, \quad C_{0,n} = \sum_{j=1}^4 (\sigma_{j,n}^+ + \delta_{1,j}) \cdot a_{j,n}, \quad n \in Z, \quad (27)$$

$$C_{2,n} = -\sum_{j=1}^4 (\sigma_{j,n}^- + \delta_{2,j}) \cdot a_{j,n}, \quad n \in Z; \quad (28)$$

где

$$\sigma_{1,n}^- = \sigma_{2,n}^+ = -\eta_n \frac{sh^{-2}(\gamma_{1,n}d)}{\Delta_n}, \quad \sigma_{3,n}^- = -\sigma_{4,n}^+ = -\frac{sh^{-2}(\gamma_{1,n}d)}{\Delta_n}, \quad (29)$$

$$\sigma_{2,n}^- = \sigma_{1,n}^+ = \eta_n \cdot \frac{V_n}{\Delta_n}, \quad \sigma_{4,n}^- = -\sigma_{3,n}^+ = -\frac{V_n}{\Delta_n}; \quad \eta_n = \frac{\gamma_{0,n}}{\gamma_{1,n}}, \quad n \in Z. \quad (30)$$

Из граничных условий Щукина–Леонтовича на поверхности лент следуют такие соотношения:

$$F_3(y) - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt - (h_0 + h_1) u_1(y, d) = f_1^+(y), \quad y \in L_1; \quad (31)$$

$$F_4(y) + h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - (h_0 + h_1) u_1(y, -d) = f_1^-(y), \quad y \in L_2; \quad (32)$$

$$\frac{\partial(u_0 + u_1)}{\partial z}(y, d) - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt + (h_1 - h_0) u_1(y, d) = f_2^+(y), \quad y \in L_1; \quad (33)$$

$$\frac{\partial(u_1 + u_2)}{\partial z}(y, -d) - h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - (h_1 - h_0) u_1(y, -d) = f_2^-(y), \quad y \in L_2; \quad (34)$$

где

$$f_1^{\pm}(y) = (h_0 + h_1) u^{ini}(y, \pm d), \quad f_2^{\pm}(y) = \left( -2 \frac{\partial}{\partial z} u^{ini} \mp (h_1 - h_0) u^{ini} \right)(y, \pm d). \quad (35)$$

Введём обозначения:

$$\Theta_{1,n} = \frac{\gamma_{1,n}}{sh(2\gamma_{1,n}d)}, \quad \Theta_{2,n} = \gamma_{1,n} cth(2\gamma_{1,n}d) - \gamma_{0,n}, \quad n \in Z; \quad (36)$$

$$\omega_{1,n}^+ = \frac{\sigma_{1,n}^+}{2ip_n} + \frac{1}{4ni}, \quad \omega_{3,n}^+ = \frac{\sigma_{3,n}^+}{2\gamma_{1,n}} + \frac{1}{4|n|}, \quad n \in Z \setminus \{0\}; \quad (37)$$

$$\omega_{j,n}^+ = \frac{\sigma_{j,n}^+}{\rho_{j,n}}, \quad j = 2, 4, \quad n \in Z \setminus \{0\}; \quad \omega_{j,0}^+ = \frac{\sigma_{j,0}^+}{\rho_{j,0}}, \quad j = 1, \dots, 4; \quad (38)$$

$$\omega_{2,n}^- = \frac{\sigma_{2,n}^-}{2ip_n} + \frac{1}{4ni}, \quad \omega_{4,n}^- = \frac{\sigma_{4,n}^-}{2\gamma_{1,n}} + \frac{1}{4|n|}, \quad n \in Z \setminus \{0\}; \quad (39)$$

$$\omega_{j,n}^- = \frac{\sigma_{j,n}^-}{\rho_{j,n}}, \quad j = 1, 3, \quad n \in Z \setminus \{0\}; \quad \omega_{j,0}^- = \frac{\sigma_{j,0}^-}{\rho_{j,0}}, \quad j = 1, \dots, 4; \quad (40)$$

$$M_j^+(t) = -(h_0 + h_1) \left( \frac{t}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{j,n}^+ \cdot \exp(ip_n t) \right); \quad (41)$$

$$M_j^-(t) = (h_0 + h_1) \left( \frac{t}{2} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{j,n}^- \cdot \exp(ip_n t) \right); \quad (42)$$

$$K_j^+(t) = \delta_{1,j} \left( \frac{\exp(ip_0 t)}{2} \cdot \operatorname{ctg} \left( \frac{t}{2} \right) - \frac{1}{t} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\gamma_{0,n} - \Psi_n) \exp(ip_n t)}{2ip_n} \right) + \frac{h_1 - h_0}{2} \cdot t +$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Theta_{2,n} \cdot \sigma_{j,n}^+ + \Theta_{1,n} \cdot \sigma_{j,n}^-}{\rho_{j,n}} + (h_1 - h_0) \cdot \omega_{j,n}^+ \right) \cdot \exp(ip_n t); \quad (43)$$

$$K_j^-(t) = \delta_{2,j} \cdot \left( \frac{\exp(ip_0 t)}{2} \cdot \operatorname{ctg} \left( \frac{t}{2} \right) - \frac{1}{t} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(\gamma_{0,n} - \Psi_n) \exp(ip_n t)}{2ip_n} \right) + \frac{h_1 - h_0}{2} \cdot t +$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\Theta_{1,n} \cdot \sigma_{j,n}^+ + \Theta_{2,n} \cdot \sigma_{j,n}^-}{\rho_{j,n}} + (h_1 - h_0) \cdot \omega_{j,n}^- \right) \cdot \exp(ip_n t). \quad (44)$$

В результате применения метода параметрических интегральных преобразований были получены интегральные представления функций  $u_i(y, z)$ , ( $i = 0, 1, 2$ ), и их производных. После подстановки этих интегральных представлений в граничные условия (31) – (34) была получена система интегральных уравнений рассматриваемой задачи:

$$F_3(y) - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt + \frac{h_0 + h_1}{4} \int_{L_1} \operatorname{sign}(y-t) F_1(t) dt - \frac{h_0 + h_1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \ln \left| 2 \cdot \sin \frac{y-t}{2} \right| F_3(t) dt +$$

$$+ \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} M_j^+(y-t) F_j(t) dt = f_1^+(y), \quad y \in L_1; \quad (45)$$

$$F_4(y) + h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - \frac{h_0 + h_1}{4} \int_{L_2} \text{sign}(y-t) F_2(t) dt - \frac{h_0 + h_1}{2} \frac{1}{\pi} \int_{L_1} \ln \left| 2 \cdot \sin \frac{y-t}{2} \right| F_4(t) dt +$$

$$+ \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} M_j^-(y-t) F_j(t) dt = f_1^-(y), \quad y \in L_2; \quad (46)$$

$$\int_L \frac{F_1(t) dt}{t-y} - h_0 \int_{\alpha_{1,1}}^y F_1(t) dt - \frac{h_1 - h_0}{4} \int_{L_1} \text{sign}(y-t) F_1(t) dt +$$

$$+ \frac{h_1 - h_0}{2\pi} \int_{L_1} \ln \left| 2 \cdot \sin \frac{y-t}{2} \right| F_3(t) dt + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} K_j^+(y-t) F_j(t) dt = f_2^+(y), \quad y \in L_1; \quad (47)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{L_2} \frac{F_2(t) dt}{t-y} - h_0 \int_{\alpha_{2,1}}^y F_2(t) dt - \frac{h_1 - h_0}{4} \int_{L_2} \text{sign}(y-t) F_2(t) dt -$$

$$- \frac{h_1 - h_0}{2\pi} \int_{L_2} \ln \left| 2 \cdot \sin \frac{y-t}{2} \right| F_4(t) dt + \sum_{j=1}^4 \frac{1}{\pi} \int_{L_j} K_j^-(t) F_j(t) dt = f_2^-(y), \quad y \in L_2; \quad (48)$$

$$\int_{\alpha_{i,q}}^{\beta_{i,q}} F_i(t) dt = 0, \quad (q = 1, \dots, M_i, \quad i = 1, 2). \quad (49)$$

**Выводы.** В работе построена математическая модель дифракции волн на периодической системе импедансных лент, расположенных на двух сторонах диэлектрического слоя, на основе системы граничных сингулярных интегральных уравнений (45) – (49), состоящей из *интегральных уравнений Фредгольма* второго рода и *сингулярных интегральных уравнений* первого рода. Эта система отличается от системы интегральных уравнений аналогичной неперодической задачи видом гладких частей ядер интегральных операторов. Для численного решения этой системы интегральных уравнений применим метод дискретных особенностей [5, 8].

**Список литературы.** 1. Панченко Б. А., Нефёдов Е. И. Микрополосковые антенны. М.: Радио и связь, 1986. – 145 с. 2. James J.R., Hall P.S. Handbook of Microstrip Antennas IEE Electromagnetic Waves Series 28, London: Peter Peregrinus Ltd. 1989, — 1312 p. 3. D.G. Fang. Antenna theory and microstrip antennas. CRC Press, 2010. – 296 p. 4. Гандель Ю.В. Параметрические представления сингулярных интегральных преобразований и краевые задачи математической физики. // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения, Киев: Институт математики НАН Украины, 1995. – С. 65–66. 5. Гандель Ю. В., Душкин В. Д. Математические модели двумерных задач дифракции: сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей: монография / Ю. В. Гандель, В. Д. Душкин. – Х. Акад. ВВ МВД Украины, 2012. – 544с. 6. Ю. В. Гандель Математическая модель рассеяния Н-поляризованной волны на импедансных лентах, расположенных на экранированном диэлектрическом слое/ Ю. В. Гандель., В.Д. Душкин // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. –Кременчук, 2012. – №2(78). – С. 60-63. 7. Кравченко В.Ф. Электродинамика сверхпроводящих

структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. — М: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 280 с.  
8. Lifjanov I.K. Singular Integral Equations and Discrete Vortices. — Utrecht, the Netherlands; Tokyo, Japan: VSP, 1996, — 475 p.

Поступила в редколлегию 20.05.2013

---

УДК 517.968: 519.6

**Моделирование дифракции волн на периодических системах лент, расположенных на двух сторонах диэлектрического слоя / В. Д. Душкин // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. — Харків: НТУ «ХП», 2013. — №37 (1010). — С. 51 — 58. Бібліогр.: 8 назв.**

Побудовано математичну модель дифракції Е-поляризованих хвиль на періодичних системах імпедансних стрічок, розташованих на двох сторонах діелектричного шару. Система граничних інтегральних рівнянь задачі складається з інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду та сингулярних інтегральних рівнянь першого роду. При побудові моделі було застосовано метод параметричних уявлень інтегральних операторів.

**Ключові слова:** імпедансні стрічки, сингулярні інтегральні рівняння, метод параметричних уявлень інтегральних операторів.

The mathematical model of E-polarized waves diffraction on periodic systems of impedance tapes, located on two sides of the dielectric layer had been built. The boundary integral equations system of the problem consists of Fredholm integral equations of the second kind and singular integral equations of the first kind. The method of integral operator's parametric representations had been used.

**Key words:** impedance tapes, singular integral equations, the method of parametric representations of integral operators.

УДК 519.688

**І.В. КАЧАНЕНКО**, магістрант КНУ ім. Тараса Шевченка, Київ;  
**А.В. НЕТРЕБА**, канд. фіз.-мат. наук, доц., КНУ ім. Тараса Шевченка,  
Київ

## **РЕКОНСТРУКЦІЯ РЕНТГЕНІВСЬКИХ ТОМОГРАМ ДЛЯ НЕПОВНОГО НАБОРУ ПРОЕКЦІЙ**

Розглядається проблема визначення залежності зміни якості реконструкції рентгенівських томограм від зменшення кута повороту скануючої системи. Проведено реконструкцію рентгенівських томограм з кутом повороту скануючої системи від 90 до 180 градусів, для чого використано декілька методів. Виконано оцінку якості отриманих томограм в порівнянні з початковим об'єктом; визначено критичний кут повороту скануючої системи.

**Ключові слова:** реконструкція, алгоритм, сінограма, рентгенівська томографія, перетворення Фур'є, дискретні дані, переріз.

**Вступ та аналіз останніх досліджень.** Рентгенівська комп'ютерна томографія (КТ) — це методика пошарового рентгенологічного дослідження органів і тканин із застосуванням комп'ютерної обробки множинних рентгенів-

---

© І. В. Качаненко, А. В. Нетреба, 2013