

А.Н. СЕМКО, д-р техн. наук, проф., ДонНУ, Донецк;
Н.А. КУЛИКОВА, асп., ДонНУ, Донецк

ОСОБЕННОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ В ГИДРОПУШКЕ

Оценивается точность расчетов гидродинамических параметров гидропушки разными численными методами. Исследование выполнено в рамках модели идеальной сжимаемой жидкости для квазидвумерного приближения. Сравниваются сеточно-характеристический метод, метод Годунова и метод Родионова. Анализ результатов показал, что метод Родионова позволяет проводить расчеты с высокой точностью на грубых сетках и быстро сходится при уменьшении шага сетки. Показано, что для получения решения заданной точности методом Родионова можно проводить расчеты на сетках с шагом в 3 – 6 раз большим, чем методом Годунова, что позволяет получить выигрыш во времени расчета в 10 – 20 раз.

Ключевые слова: модель течения, гидропушка, сеточный метод, гидроимпульсные технологии.

Введение. Гидроимпульсные технологии, основанные на применении струй жидкости высокого и сверхвысокого давления, нашли широкое применение в различных отраслях промышленности, например, для разрушения горных пород и бетонных блоков, обработки крепких материалов [1, 2]. Как показывают исследования, производительность гидроимпульсных технологий быстро возрастает с увеличением давления жидкости. Поэтому актуальными становятся вопросы, связанные с получением струй высокого и сверхвысокого давления. При этом имеют место процессы, характеризующиеся большими градиентами параметров, которые хорошо описываются в рамках модели газовой динамики [1, 2]. Как правило, такие задачи не имеют аналитического решения и решаются численно.

При выборе численного метода, предпочтение отдается методам, обладающим следующими свойствами: монотонность, однородность, консервативность, экономичность и высокий порядок аппроксимации [3, 4]. В работах [2, 5] для расчета гидроимпульсных установок *Г.А. Атановым* был развит *метод Годунова* [6]. Метод позволяет эффективно рассчитывать течения на подвижных сетках и удовлетворяет всем перечисленным требованиям, кроме одного – имеет первый порядок аппроксимации, что заметно снижает точность расчетов. Известны работы по модернизации метода Годунова и повышению его точности *В.П. Колгана*, *А.Н. Крайко*, *А.В. Родионова*, *Н.И. Тилляевой* [7 – 11].

Для перехода от расчетов методом Годунова к методам повышенной точности наиболее удобной является *схема Родионова*, которая полностью базируется на основных идеях метода Годунова и требует незначительной до-

работки алгоритма [9, 10]. Метод Родионова удовлетворяет требованиям монотонности, однородности, консервативности и имеет второй порядок аппроксимации по времени и координате. В оригинальной статье метод Родионова применен для расчета течений идеального сжимаемого газа. В работе [12] метод адаптирован для расчета квазиодномерных задач изоэнтропического течения идеальной, в смысле пренебрежения вязкостью, сжимаемой жидкости. В настоящей работе проведено сравнение разных численных методов при расчете *гидропушки* (ГП) *Кули-Войцеховского* с конструктивными параметрами, описанными в статье [12, 19].

Внутренняя баллистика гидропушки. Схема ГП безударного действия, в которой реализуется инерционный принцип разгона жидкости при втекании в сужающееся сопло, приведена рис. 1. Под действием давления сжатого газа 1 тяжёлый поршень 2 разгоняется вместе с водой 3 в стволе 4. Вода, достигая входа в сопло 5, начинает втекать в него, ускоряясь. Ускорение воды происходит за счет перераспределения энергии между частицами нестационарно движущейся жидкости. При этом кинетическая энергия частиц воды, прилегающих к свободной поверхности, значительно превышает среднюю по объёму энергию. Достигнув среза сопла, вода истекает из него импульсной высокоскоростной струей.

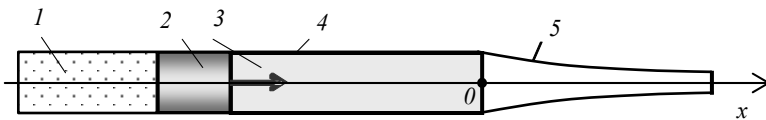


Рис. 1 – Гидропушка.

1 – сжатый газ; 2 – поршень; 3 – жидкость; 4 – ствол; 5 – сопло.

В работе [16] предложена конструкция гидропушки (ГП), в которой, по мнению авторов, кинетическая энергия от движущегося поршня наиболее эффективно передается струе жидкости. Теория ГП построена в предположении, что жидкость идеальная и несжимаемая, ее движение квазиодномерное. Предполагая, что давление на поршень остается постоянным в течение выстрела ГП, авторами была найдена необходимая форма сопла и получены распределения скорости и давления в сопле ГП:

$$F(x) = F_1 e^{-\alpha x}, \quad \alpha = \frac{\rho F_0^2}{m F_1}. \quad (1)$$

Здесь F – площадь поперечного сечения сопла; F_0 , F_1 , F_2 – площадь ствола, входа и выхода из сопла, соответственно; x – координата; x_F – координата переднего фронта жидкости, отсчитываемая от входа в сопло; α –

параметр сопла; ρ – плотность воды; m – масса поршня и присоединенная масса воды.

В работе [2] указывается, что пренебрежение сжимаемостью жидкости при расчете гидроимпульсных установок может привести к заметным количественным ошибкам. Хорошие результаты для расчета параметров ГП дает модель, в которой жидкость считается идеальной и сжимаемой, а течение предполагается квазиодномерным и изоэнтропическим; влияние воздуха в сопле и деформации корпуса не учитываются. В рамках этой модели движение жидкости описывается системой уравнений [2, 17 – 19]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = -\frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx}, \quad \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (p + \rho u^2)}{\partial x} = -\frac{\rho u^2}{F} \frac{dF}{dx}, \quad p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right], \quad (2)$$

со следующими начальными и граничными условиями:

$$u(0, x) = U_0, \quad p(0, x) = 0, \quad \rho(0, x) = \rho_0; \quad -L \leq x \leq 0; \\ u(t, x_p) = u_p, \dots, p(t, x_F) = 0. \quad (3)$$

Здесь t – время, u и p – скорость и давление, x_p и u_p – координата и скорость поршня, x_F – координата свободной поверхности, L – длина водяного заряда, $B = 304,5$ МПа, $n = 7,15$ и $\rho_0 = 1000$ кг/м³ – постоянные в уравнении состояния воды в форме Тэга. Начало координат помещено у входа в сопло, за начальный принят момент времени, когда передний фронт жидкости достигает входа в сопло.

Движение поршня описывалось обыкновенными дифференциальными уравнения с соответствующими начальными условиями

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{p(t, x_p)}{m_p} F_p, \quad \frac{dx_p}{dt} = u_p, \quad u_p(0) = u_0, \quad x_p(0) = -L, \quad (4)$$

где F_p – площадь поршня.

Метод характеристических направлений. Для расчета одномерных неустановившихся движений сжимаемой жидкости Г.А. Атановым предложен метод характеристических направлений (МХН), который является развитием метода характеристик [5]. Для описания метода МХН уравнения одномерного изоэнтропического движения жидкости запишем в инвариантах Римана:

$$\frac{\partial^+ I}{\partial t} + (u + a) \frac{\partial^+ I}{\partial x} = -\frac{ua}{F} \frac{dF}{dx}, \quad \frac{\partial^- I}{\partial t} + (u - a) \frac{\partial^- I}{\partial x} = \frac{ua}{F} \frac{dF}{dx}. \quad (5)$$

Здесь

$$^+ I = u + \frac{2}{n-1} a, \quad ^- I = u - \frac{2}{n-1} a$$

– инварианты Римана. Скорость u и скорость звука a определяются через инварианты по формулам:

$$u = \frac{+I + -I}{2}, \quad a = \frac{n-1}{4} (+I - -I). \quad (6)$$

Конечно-разностная аппроксимация уравнений (5) по методу МХН имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{+I^i - +I_i}{\Delta t} + \left[(u+a)_{i-1/2} - U_i \right] \frac{+I_i - +I_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} &= -\varphi_{i-1/2}, \\ \frac{-I^i - -I_i}{\Delta t} + \left[(u-a)_{i+1/2} - U_i \right] \frac{-I_{i+1} - -I_i}{\Delta x_{i+1/2}} &= \varphi_{i+1/2}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $f_{i-1/2} = (f_{i-1} + f_i)/2$, $\Delta x_{i-1/2} = x_i - x_{i-1}$, $\varphi = \frac{ua}{F} \frac{dF}{dx}$.

Разностная схема (7) имеет первый порядок аппроксимации по пространству и по времени. Шаг по времени разностной схемы (7) ограничен критерием устойчивости Куранта $\Delta t \leq \min(\Delta x/a)$.

Метод Годунова. Схема Годунова отражает в интегральной форме балансовые соотношения для выделенного объема. Она базируется на кусочно-постоянном распределении параметров в ячейках и на решении автомодельной задачи распада произвольного разрыва на границах между ячейками. Решение задачи распада произвольного разрыва позволяет определить потоки гидродинамических величин, которые входят в уравнения балансов массы, импульса и энергии. Схема Годунова имеет первый порядок аппроксимации по пространству и по времени. Она монотонна, консервативна, позволяет проводить расчеты на подвижных сетках, учитывать свободные границы. Единственным существенным недостатком схемы Годунова является первый порядок аппроксимации. В оригинальных работах *С.К. Годуновым* было доказано, что на равномерных сетках невозможно получить второй порядок аппроксимации разностной схемы, чтобы сохранить монотонный характер решения. Другими словами, в схемах второго и более высоких порядков при численном решении возникали пульсации параметров течения, которые никак не были связаны с физикой протекающих процессов. По этой причине в теории разностных схем сформировался подход монотонности разностных схем.

Расчётные уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho^{i+1/2} &= \frac{1}{(Fh)^{i+1/2}} \left\{ (\rho Fh)_{i+1/2} - \Delta t \left[RF(U-W) \right]_i^{i+1} \right\}, \\ u^{i+1/2} &= \frac{1}{(\rho Fh)^{i+1/2}} \left\{ (\rho u Fh)_{i+1/2} - \Delta t \left[\left[(P + RU(U-W))F \right]_i^{i+1} + \Delta t p_{i+1/2} (F_{i+1} - F_i) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Величины на границах между ячейками, отмеченные целочисленными индексами, определяются при решении задачи Римана о распаде произвольного разрыва, которая обычно рассматривается в приближенной линейной постановке.

Метод Родионова. Повышение порядка аппроксимации схемы достигается за счет замены кусочно-постоянного распределения параметров на кусочно-линейное или параболическое и введения дополнительного этапа расчета. Таким образом, расчет ведется на переменном шаблоне, на который не распространяется *теорема о монотонности схем второго порядка*. При этом задача о распаде разрыва становится неавтономной и ее решение сопряжено с большими трудностями даже в приближенной постановке. Для сохранения монотонности схемы используется переменный шаблон, зависящий от решения, и распределение параметров в ячейках задается определенным образом, например, следуя *принципу минимальной производной*, предложенному В.П. Колганом [12].

Запишем разностную аппроксимацию уравнений (2) по схеме Родионова для подвижной сетки в виде:

$$\rho_{i+1/2}^{m+1} = \left\{ \begin{array}{l} \rho_{i+1/2}^m \Delta x_{i+1/2}^m - \Delta t [R(U-W)]|_i^{i+1} - \\ - \left(\frac{\rho u}{F} \right)_{i+1/2}^m \frac{F|_i^{i+1}}{\Delta x_{i+1/2}^m} \Delta t \Delta x_{i+1/2}^{m+1/2} \end{array} \right\} / \Delta x_{i+1/2}^{m+1}; \quad (9)$$

$$(\rho u)_{i+1/2}^{m+1} = \left\{ \begin{array}{l} (\rho u)_{i+1/2}^m \Delta x_{i+1/2}^m - \Delta t [(RU(U-W) + P)]|_i^{i+1} - \\ - \left(\frac{\rho u^2}{F} \right)_{i+1/2}^m \frac{F|_i^{i+1}}{\Delta x_{i+1/2}^m} \Delta t \Delta x_{i+1/2}^{m+1/2} \end{array} \right\} / \Delta x_{i+1/2}^{m+1}.$$

Здесь Δt – шаг по времени; $\Delta x_{i+1/2}^m = (x_{i+1} - x_i)^m$ – шаг сетки по координате на m – том шаге по времени; $W_i = (x_i^{m+1} - x_i^m) / \Delta t$ – скорость движения i – го узла сетки; $F|_i^{i+1} = F_{i+1} - F_i$. Большими буквами R, U, P обозначены параметры, которые рассчитываются на границах ячеек при решении задачи Римана, или на границах расчетной области из граничных условий. Параметры с целыми индексами i определяются в точках с координатами x_i , а параметры с полуцелыми индексами $i+1/2$ – в точках с координатами $(x_i + x_{i+1}) / 2$. Нумерация узлов сетки от 0 до N слева направо.

Процедуру расчета параметров по схеме Родионова можно разбить на следующие этапы.

1. Определение приращений параметров течения внутри ячейки на основании принципа минимальной производной Колгана:

$$\Delta f_{i+1/2} = \begin{cases} \Delta f_{i+1}, & |\Delta f_{j+1}| \leq |\Delta f_i|; \\ \Delta f_i, & |\Delta f_{j+1}| > |\Delta f_i|. \end{cases}$$

$$\Delta f_i = f_{i+1/2}^m - f_{i-1/2}^m, \quad \Delta f_{i+1} = f_{i+3/2}^m - f_{i+1/2}^m. \quad (10)$$

Здесь $f = \{\rho, u\}$ – один из параметров течения. Распределение параметров по координате в методе Родионова предполагается кусочно-линейным и определяется на основании принципа минимальной производной Колгана.

2. Определение параметров по обе стороны границы ячейки по формулам

$$f_i^L = f_{i-1/2}^m + \Delta f_{i-1/2}/2, \quad f_i^R = f_{i+1/2}^m - \Delta f_{i+1/2}/2. \quad (11)$$

Здесь верхними индексами R и L отмечены параметры справа и слева от границы с номером i .

3. Предварительный расчет параметров $\tilde{f}_{i+1/2}^{m+1}$ при использовании шага по времени производится по формулам (10), в которых производится замена

$$f_{i+1/2}^{m+1} = \tilde{f}_{i+1/2}^{m+1}, \quad f_i = f_i^R, \quad f_{i+1} = f_{i+1}^L. \quad (12)$$

4. Уточнение параметров по обе стороны от границы ячейки по формулам

$$\tilde{f}_i^L = (\tilde{f}_{i+1/2}^{m+1} + f_{i-1/2}^m + \Delta f_{i-1/2})/2, \quad \tilde{f}_i^R = (\tilde{f}_{i+1/2}^{m+1} + f_{i-1/2}^m - \Delta f_{i+1/2})/2. \quad (13)$$

5. Определение «больших» величин R , U , P на боковых гранях ячейки из решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва с начальными значениями параметров на разрыве \tilde{f}_i^L и \tilde{f}_i^R . Для изоэнтропического течения из условий на характеристиках имеем

$$U_i = \frac{\tilde{u}_i^R + \tilde{u}_i^L}{2} + \frac{\tilde{a}_i^L - \tilde{a}_i^R}{n-1}, \quad A_i = \frac{\tilde{a}_i^R + \tilde{a}_i^L}{2} + \frac{n-1}{4}(\tilde{u}_i^L - \tilde{u}_i^R). \quad (14)$$

где $a = \sqrt{n(p+B)/\rho}$ – скорость звука в воде.

Давление и плотность рассчитываются по формулам

$$P = B \left[\left(\frac{A}{a_0} \right)^{\frac{2n}{n-1}} - 1 \right], \quad R = \rho_0 \left(\frac{A}{a_0} \right)^{\frac{2}{n-1}}, \quad (15)$$

где $a_0 = \sqrt{nB/\rho_0}$ – характерная скорость звука в воде.

6. Окончательный расчет параметров $f_{i+1/2}^{m+1}$ по формулам (12).

Шаг по времени разностной схемы ограничен *модифицированным условием устойчивости Куранта*

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\max(|u| + a)_{i+1/2}}. \quad (16)$$

Сравнение результатов расчетов разными методами. Результаты расчетов разными методами сравнивались для экспериментальной ГП Соoley (Кули) [14], которая испытывалась при проходке туннелей. Конструктивные параметры ГП Соoley следующие: длина экспоненциального сопла $L_s = 1,24$

м, радиус ствола $R_0 = 89$ мм, радиус входа в сопло $R_1 = 30,9$ мм, радиус выхода из сопла $R_2 = 4,175$ мм. Ствол и сопло сопрягались конической вставкой длиной около $L_k = 0,1$ м. Масса поршня $m_p = 64$ кг, масса воды приблизительно 3,5 кг. Параметр сопла, рассчитанный по массе поршня, $\alpha = 3,226$ м⁻¹. Скорость поршня в экспериментах изменялась в интервале $U_0 = 38 - 66$ м/с. При расчетах начальная скорость поршня принималась равной $U_0 = 66$ м/с. Измеренная скорость струи достигала 3000 м/с. Профиль сопла ГП Cooley приведен на рис. 2.

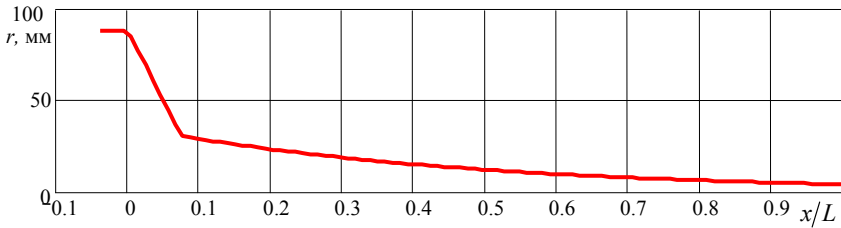


Рис. 2 – Профиль сопла гидропушки Кули.

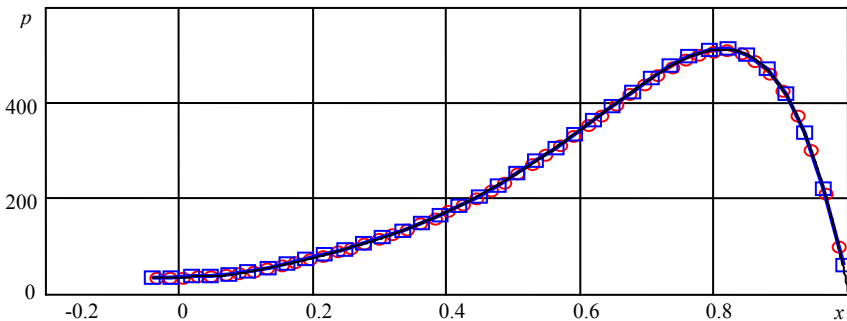


Рис. 3 – Распределение давления.
Метод Родинова 100, 400 и 1000 ячеек.

На рис. 3 и 4 приведены распределения давления и скорости по длине ГП Кули на начало истечения. Все данные взяты для ГП Cooley из статьи [14]. Расчеты выполнены методом Родинова на сетках, имеющих 100, 400 и 1000 ячеек (кружочки, квадратик, сплошная кривая). Результаты расчетов на графиках и в таблицах представлены в безразмерной форме: продольная координата отнесена к длине сопла вместе с конической вставкой $L = (L_s + L_k)$, скорость отнесена к начальной скорости поршня U_0 , давление отнесено к начальному скоростному напору жидкости $p_0 = \rho U_0^2 / 2$.

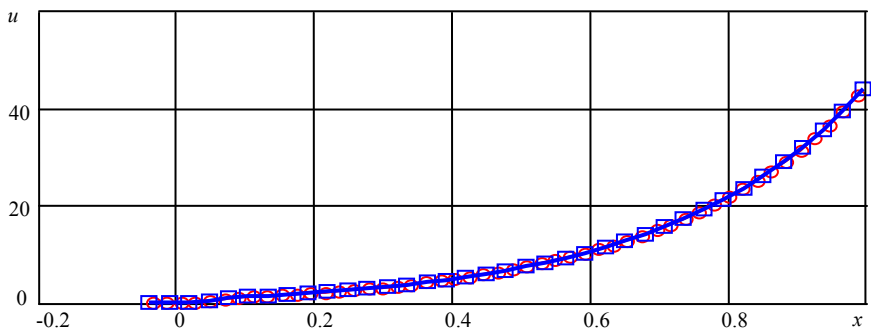


Рис. 4 – Распределение скорости.
Метод Родионова 100, 400 и 1000 ячеек.

Максимальные давления на сетках из 100 и 1000 ячеек различаются на 0,5 %. Заметные различия в расчетах проявляются только на грубых сетках. На сетке из 25 ячеек погрешность для давления составляет 5,6 %.

На рис. 5 приведено распределение давления в ГП, полученное расчетами на сетке из 100 ячеек методами МХН, Годунова и Родионова (кривые 1, 2 и 3). В табл. 1 приведены максимальные значения давления и погрешность для максимального значения давления для момента окончания втекания воды в сопло ГП Кули для расчетов на сетках из 100, 400 и 1000 ячеек. При вычислении погрешности в качестве точного принималось значение давления, полученное на сетке из 1000 ячеек методом Родионова, имеющим второй порядок точности.

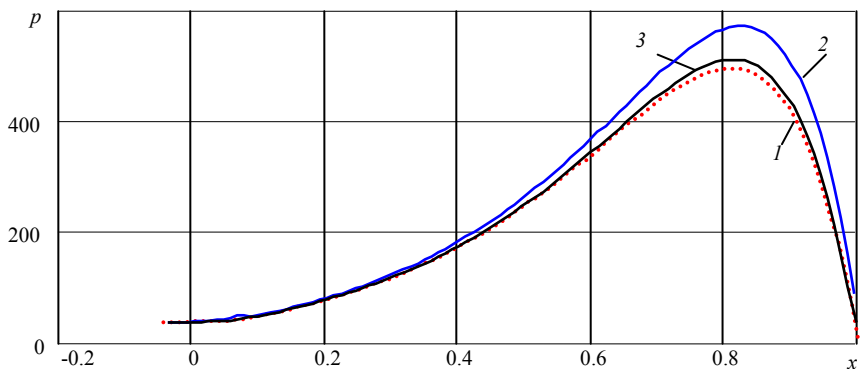


Рис. 5 – Распределение давления.
Кривые 1, 2 и 3 – методы МХН, Годунова и Родионова.

Как следует из результатов расчетов, на сетке из 100 ячеек метод Годунова дает ошибку около 11 %, а метод МХН – 3,6 %. Ошибка для метода Родионова на сетке из 100 ячеек составляет 0,5 %. Из приведенных результатов

расчетов очевидна более высокая точность расчетов методом Родионова, чем методами первого порядка Годунова и МХН.

Таблица 1 – Максимальное давление и погрешность расчета давления

Число ячеек	Метод Родионова		Метод Годунова		Метод МХН	
	p_{\max}	δp_{\max}	p_{\max}	δp_{\max}	p_{\max}	δp_{\max}
100	509,18	0,0053	569	0,11	493,7	0,036
400	512,53	0,0012	525,28	0,026	507,25	0,0091
1000	511,92	0	516,84	0,0096	509,18	0,0053

Исследована сходимость результатов расчетов при уменьшении шага сетки. Расчеты проводились на сетках из 25, 50, 100, 400, 1000, 2000, 4000 ячеек. В табл. 2 приведены максимальные значения давления и погрешность для давления на конец втекания воды в сопло для разных сеток.

Таблица 2 – Сходимость результатов расчетов на разных сетках

	Число ячеек	25	50	100	400	1000	2000	4000
		Метод Родионова	p_{\max}	540,57	503,69	509,18	512,53	511,92
δp_{\max}	0,057		0,015	0,0046	0,0024	0,0012	0,00043	0
Метод Годунова	p_{\max}			569	525,28	516,84		
	δp_{\max}			0,112	0,027	0,01		

Просматривается явная тенденция к сходимости результатов. Для метода Родионова результаты очень быстро сходятся при количестве ячеек больше 100. Для серийных расчетов рекомендуется сетка из 100 – 200 ячеек. Ошибки расчетов на таких сетках для метода Родионова составляют 0,5 %.

Оценено влияние вида аппроксимации источника, использованное в неоднородных уравнениях, на точность расчетов. По Родионову источник при аппроксимации усредняется по формуле $f^{i+1/2} = (f_i + \tilde{f}_i)/2$, где величины \tilde{f} получены при предварительном расчете. Расчеты проводились с источниками в виде f_i , $f^{i+1/2} = (f_i + \tilde{f}_i)/2$ и \tilde{f}_i . Максимальные давления для разных вариантов на сетке из 100 ячеек различаются примерно на 2 % и лежат в пределах точности метода. Ближе всего к точному решению находится расчет с усредненными параметрами. Ошибка для этого случая составляет 1,3 %. Расчет источника по параметрам предварительного расчета \tilde{f}_i дает большую ошибку, приблизительно 5,2 %. При увеличении числа ячеек до 1000 расчеты разными методами очень хорошо совпадают.

Выводы. Анализ результатов показал, что метод Родионова позволяет проводить расчеты с высокой точностью на грубых сетках и быстро сходится при уменьшении шага сетки. Показано, что для получения решения с прием-

лемой точностью методом Родионова можно проводить расчеты на сетках с шагом в 10 раз большим, чем методом Годунова и методом МХН, что позволяет получить выигрыш во времени расчета в 10 – 20 раз. Для серийных расчетов методом Родионова рекомендуется сетка 100 – 200 ячеек или сетка с безразмерным шагом 0,01. Ошибки расчетов на этих сетках составляют 0,5 % без заметного снижения точности. Расчеты можно проводить по упрощенным формулам, используя для моделирования источника гидродинамические параметры в текущий момент времени, не применяя усреднение по времени.

Список литературы: 1. *Семко А.Н.* Импульсные струи жидкости высокого давления. – Донецк: Вебер (Донецкое отделение), 2007. – 149 с. 2. *Атанов Г. А.* Гидроимпульсные установки для разрушения горных пород. – К., Вища школа, 1987. – 155 с. 3. *Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю.* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001. – 608 с. 4. *Оран Э., Борис Дж.* Численное моделирование реагирующих потоков. – М.: Мир, 1990. – 661 с. 5. *Атанов Г. А.* Расчет выстрела гидропушки методом "распада разрыва" // Гидромеханика. – Киев: Наукова думка. – Вып. 30. – 1974. – С. 51 – 54. 6. *Годунов С. К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Матем. сб. – 1959. – Том 47 (89). – № 3. – С. 207 – 306. 7. *Колган В. П.* Применение принципа минимальных значений производной к построению конечноразностных схем для расчета разрывных течений газовой динамики // Ученые записки ЦАГИ. – 1972. – Том 3. – № 6. – С. 68 – 77. 8. *Копченков В. И., Крайко А. Н.* Монотонная разностная схема второго порядка для гиперболических систем с двумя независимыми переменными // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1983. – Т. 23. – № 4. – С. 848 – 859. 9. *Родионов А. В.* Монотонная схема второго порядка аппроксимации для сквозного расчета неравновесных течений // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1987. – Том 27. – С. 585 – 593. 10. *Родионов А. В.* Повышение порядка аппроксимации схемы Годунова // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1987. – Т. 27. – № 12. – С. 1853 – 1860. 11. *Тилляева Н. И.* Обобщение модифицированной схемы С.К. Годунова на произвольные нерегулярные сетки // Уч. зап. ЦАГИ, – 1986. – Т.17. – № 2. – С. 18 – 26. 12. *Семко А.Н., Решетняк В.В.* Применение метода Родионова для расчета квазидвимерных течений сжимаемой жидкости // Тези науково-практичної конференції «Компютерна гідромеханіка». – Київ: ІГМ НАН України, 2008. – С. 44 – 46. 13. *Приходько А. А.* Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и теплообмене. – К.: Наукова думка, 2003. – 380 с. 14. *Cooley W.C., Lucke W.N.* Development and Testing of a Water Cannon for Tunnelling // Proc. 2nd International Symposium on Jet Cutting Technology.- Cambridge (England).- 1974. - Paper J3. 15. *Галиев Ш. У.* Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах. – К.: Наукова думка. – 1988. – 264 с. 16. *Войцеховский Б. В., Дудин Ю. А., Николаев Ю. А., Николаев В. П., Никитин В. В.* Кавитационный эффект в экстенциональном струйном насадке // Динамика сплошной среды. – Новосибирск: ИГД СО АН СССР. – 1971. – Вып. 9. – С. 7 – 11. 17. *Семко А. Н.* О влиянии сжимаемости жидкости на параметры гидропушки // Инженерно-физический журнал. – 2001. – Т. 74. – № 1. – С. 1 – 5. 18. *O. Petrenko, E.S. Geskin, G.A. Atanov, A. Semko, B. Goldenberg.* Numerical Modeling of High-Speed Water Slugs // Transaction of the ASME. Journal of Fluids Engineering. – 2004. – Vol. 126. No 2. – P. 206 – 209. 19. *Атанов Г.А., Семко А.Н., Украинский Ю.Д.* Исследование внутренней баллистики гидропушки // Изв. АН СССР, Механика жидкости и газа. – 1983. – № 4. – С. 168 – 170.

Поступила в редколлегию 12.10.2013

УДК 532.522:518.5

Особенности численного моделирования течения в гидропушке / А. Н. Семко, Н. А. Куликова // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2013. – №54 (1027). – С. 185 – 195. Бібліогр.: 19 назв.

Оцінюється точність розрахунків гідродинамічних параметрів гідрогармати різними чисельними методами. Дослідження виконано в рамках моделі ідеальної стисливої рідини для квазі-

одновимірного наближення. Порівнюються сітчасто-характеристичний метод, метод Годунова і метод Родіонова. Аналіз результатів показав, що метод Родіонова дозволяє проводити розрахунки з високою точністю на грубих сітках і швидко сходиться при зменшенні кроку сітки. Показано, що для отримання рішення заданої точності методом Родіонова можна проводити розрахунки на сітках з кроком в 3 – 6 разів більшим, ніж методом Годунова, що дозволяє отримати вигреш у часі розрахунку в 10 – 20 разів.

Ключові слова: модель течії, гідропушка, сітчастий метод, гідроімпульсні технології.

In this article evaluated the accuracy of the calculations of the hydrodynamic parameters hydrocannon different numerical methods. The study was performed in the framework of an ideal compressible fluid quasi approximation. We compare grid-characteristic method, the method of Godunov's method Rodionova. Analysis of the results showed that the method Rodionova allows calculations with high accuracy on coarse meshes and converges rapidly with decreasing mesh size. It is shown that for a given accuracy of the solution method Rodionova can perform calculations on grids in increments of 3 – 6 times larger than the Godunov method that allows you to calculate the gain in time of 10 – 20.

Key words: flow model, hydraulic gun, mesh method hidroimpulsi technology.

УДК 629.054

Н.Е. ХАЦЬКО, ассистент, НТУ «ХПИ»

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СОВМЕСТНОЙ РАБОТЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И НАВИГАЦИИ

Представлены результаты моделирования совместной работы системы управления летательным аппаратом и инерциальной навигационной системы. Для повышения точности управления использован метод алгоритмической компенсации ошибок измерений инерциальных датчиков. Параметры математических моделей ошибок датчиков получены в процессе их калибровки. Показано, что разработанные методики калибровки инерциальных датчиков средней точности позволяют повысить качество инерциального измерительного блока до навигационного.

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, автоматическая система управления, алгоритмическая компенсация, гироскоп, акселерометр.

Введение. В настоящее время в аэронавигации высокоточное позиционирование воздушных подвижных объектов является одной из ключевых задач управления. Вместе с тем, огромное значение для общества имеет безопасность полетов, их упорядочивание. Современная международная навигация развивается в соответствии с этими целями. Для их достижения была разработана концепция *Performance Based Navigation* (PBN) – навигации, основанной на характеристиках [1]. В этой концепции рассматриваются характеристики воздушного судна в целом, а не отдельных его модулей (управления, навигации и тому подобное).

Чаще всего при пилотировании летательными аппаратами (ЛА) различного класса решается задача выведения объекта в заданную точку. Совре-