

А.Н. СЕМКО, д-р. техн. наук, проф., ДонНУ, Донецк;
Н.Н. ВЛАДЫКИНА, аспирант, ДонНУ, Донецк

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКЕ

Работа посвящена моделированию электромагнитных и гидродинамических процессов, протекающих в лабораторной установке с кольцевым и цилиндрическим электродами с жидким оловом. Приводится физическая и математическая постановка задачи, алгоритм и методика численного решения двумерной осесимметричной задачи. Приведены результаты численного моделирования – распределение плотности тока, электромагнитной силы Лоренца, поле скорости движения расплава.

Ключевые слова: моделирование электровихревых течений, жидкий проводник, движение расплава, метод конечных элементов.

Введение. Среди разнообразных магнитогидродинамических эффектов особый интерес представляют, так называемые, *электровихревые течения* (ЭВТ) [1], которые возникают в результате взаимодействия неоднородного электрического тока плотностью \vec{j} с собственным магнитным полем \vec{B} .

Причиной возникновения ЭВТ является *сила Лоренца* $\vec{f}_e = [\vec{j}, \vec{B}]$, которая действует на жидкий проводник с током в магнитном поле. Отличительной особенностью ЭВТ является то, что они возбуждаются собственным магнитным полем, которое создается при протекании тока по жидкому проводнику.

Этот эффект наблюдается в целом ряде промышленных устройств: электродуговая сварка, электрометаллургический переплав (включая вакуумно-дуговые печи, электролизеры и индукционные канальные печи), выращивание кристаллов полупроводников, электрореактивные двигатели и т. д. [1]. Особое внимание при этом заслуживают электрические дуговые печи постоянного тока с подовым электродом, получившие в последнее время широкое распространение в металлургии. При работе этих печей возникают интенсивные ЭВТ, которые приводят к повышенному износу футеровки вблизи подового электрода.

В работах [2 – 4] исследовано ЭВТ расплава в осесимметричной электрометаллургической печи постоянного тока с подовым электродом. Получено поле объемных электромагнитных сил Лоренца, ротора этих сил, а также гидродинамическая картина движения расплава. Практическое применение результатов работы позволит оптимизировать работу печи и сократить расходы на выплавку металла.

В работе [5] экспериментально исследовано ЭВТ в полусферическом объеме. Лабораторная установка представляла собой медную полусферическую оболочку, заполненную расплавом металла, которая являлась одним

электродом. Другой электрод в виде тонкого цилиндра с полусферическим торцом опускался сверху вертикально до погружения торца электрода в расплав металла. Когда на электроды подавалось напряжение, возникало ЭВТ. Исследовалась интенсивность ЭВТ в зависимости от силы тока. При большой силе тока в расплаве возникало азимутальное движение расплава. В экспериментах измерялась скорость и температура расплава в разных точках.

В работах [6, 7] описаны экспериментальные исследования движения расплава металла в цилиндрическом сосуде с двумя электродами, опущенными в расплав, один из которых кольцевой формы, а другой – цилиндрической формы. Сосуд с расплавом находится во внешнем магнитном поле, которое создается плоской катушкой. Установлено, что при пропускании тока через расплав, возникает интенсивное вращение расплава, направление движения которого зависит от направления тока и внешнего магнитного поля.

В настоящей работе теоретически исследуются электромагнитные и гидродинамические поля в описанной выше установке. Получены распределения плотности тока, индукции магнитного поля, силы Лоренца, джоулева тепла в расплаве, поле вектора скорости.

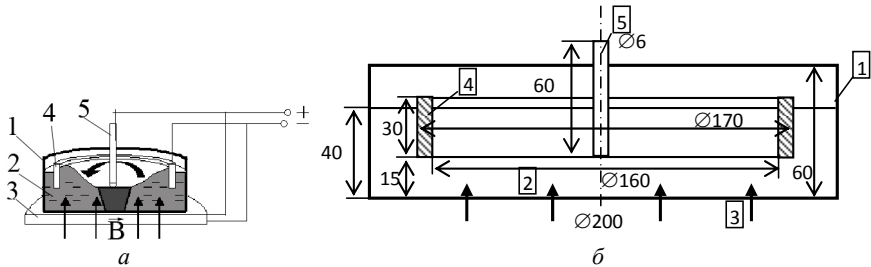


Рис. 1 – Лабораторная установка. 1 – сосуд, 2 – расплавленный металл, 3 – спиральная катушка, 4 – кольцевой электрод, 5 – цилиндрический электрод.

Схема экспериментальной установки. Косиновым Н.В. и Габаруком В.И. в лабораторных условиях наблюдались физические эффекты, в которых при протекании электрического тока через электропроводную среду, помещенную в магнитное поле, возникает вихревое движение среды и градиенты температуры [6, 7]. На рис. 1 приведена схема установки. Установка представляет цилиндрический сосуд 1, в котором находится расплавленное олово 2. В сосуд опущены два электрода: кольцевой 4 и цилиндрический 5. Сосуд располагается горизонтально на плоской катушке 3, которая создает вертикальное однородное магнитное поле, обозначенное стрелками. При подключении тока наблюдается вихревое движение расплавленного олова в направлении, показанном стрелкой на рис. 1 а. В центре образуется воронка. С увеличением тока скорость вихревого движения возрастает. При изменении направления магнитного поля направление вихревого движения расплавленного олова меняется на противоположное. Также наблюдается существенный градиент температуры и образование твердой фазы металла в центре сосуда.

Для моделирования указанного явления представим исследуемую установку в виде модели, геометрические параметры которой (в миллиметрах) приведены на рис. 1 б.

Физическая и математическая постановка задачи. В данной работе рассматривается упрощенная модель установки Косинова Н.В. и Габарука В.И. для отработки методики численных расчетов. Моделирование упрощенной задачи выполняется без внешнего вертикального магнитного поля; поверхность считалась плоской; также не рассматриваются тепловые процессы в установке.

В отсутствие внешнего магнитного поля будет возникать движение электропроводящего расплава в меридиональной плоскости установки при пространственно неоднородно распределенной плотности проходящего тока. Численное моделирование позволит установить характер и оценить интенсивность данного движения.

При азимутальном движении металла образуется воронка радиусом порядка двух радиусов цилиндрического электрода. Однако, данное искривление поверхности металла не влияет на распределение электромагнитных полей и на характер меридионального движения. Вследствие этого, для численного моделирования можно считать поверхность плоской.

Для построения физической модели в работе приняты следующие допущения:

- процесс стационарный, осесимметричный;
- среда считается немагнитной ($\mu = 1$, олово – парамагнетик);
- среда считается хорошим проводником ($\varepsilon = 1$)
- физические характеристики среды (проводимость, коэффициенты вязкости и теплопроводности и т.д.) предполагаются однородными и изотропными и не зависят от температуры и давления;
- химические реакции не учитываются.

Число Рейнольдса по оценкам составляет величину порядка 10^5 , что дает возможность рассматривать движение расплава металла как турбулентное. Поэтому для замыкания системы уравнений Навье-Стокса использовалась $k - \varepsilon$ модель турбулентности.

При принятых физических допущениях, математически задача описывается следующими уравнениями магнитной гидродинамики для изотермической несжимаемой жидкости [9]:

- уравнение Навье-Стокса

$$\rho(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v} = \nabla \left[-p\vec{I} + (\eta + \eta_T)(\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T) \right] + \vec{j} \times \vec{B}; \quad (1)$$

- уравнение неразрывности

$$\nabla\vec{v} = 0; \quad (2)$$

- уравнения $k - \varepsilon$ модели турбулентности

$$\rho\vec{v}\vec{\nabla}k = \nabla \left[\left(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \eta_T P(\vec{v}), \quad (3)$$

$$\rho \bar{v} \nabla \varepsilon = \nabla \left[\left(\eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon \eta_T P(\bar{v})}{k} - \frac{C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2}{k}, \quad (4)$$

где

$$P(\bar{v}) = \frac{\nabla \bar{v}}{\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^{-T}}, \quad \eta_T = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}; \quad (5)$$

- уравнения для скалярного и векторного потенциалов электрического и магнитного полей

$$-\nabla(-\sigma \bar{v} \times (\nabla \times \bar{A}) + \sigma \nabla V - \bar{J}^e) = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \bar{A}) - \sigma \bar{v} \times (\nabla \times \bar{A}) + \sigma \nabla V = \bar{J}^e. \quad (7)$$

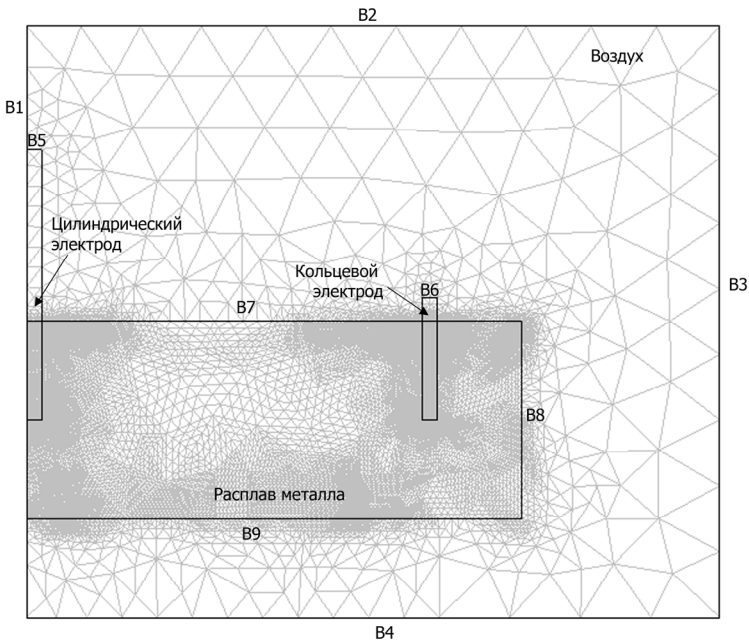


Рис. 2 – Расчетная область.

Здесь ρ – плотность; \bar{v} – векторное поле скоростей; p – давление; I – единичный тензор; η – динамическая вязкость; η_T – турбулентная вязкость; k, ε – параметры модели турбулентности; $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_\mu$ – константы модели турбулентности; σ – удельная проводимость среды; V – скалярный электрический потенциал; \bar{A} – векторный магнитный потенциал; \bar{J}^e – подаваемая плотность тока. Уравнения (6) – (7) получены из уравнений Максвелла при использовании определения скалярного электрического потенциала

$\vec{E} = -\nabla V$ и векторного магнитного потенциала $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$.

Расчетная область состоит из зоны установки (объем жидкого металла, цилиндрический, кольцевой электроды) и окружающего воздушного пространства.

При моделировании использовались следующие граничные условия на границах, указанных на рис. 2:

- для границ B_2, B_3, B_4 устанавливалось условие электрической изоляции ($\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$);
- для границ B_5, B_6 известно значение электрического потенциала на электродах;
- для границы B_1 учтено условие осевой симметрии;
- для внутренних границ B_7, B_8, B_9 приняты условия непрерывности электрического ($E_{n1} = E_{n2}, E_{\tau1} = E_{\tau2}$) и магнитного полей ($B_{n1} = B_{n2}, B_{\tau1} = B_{\tau2}$).

Гидродинамические процессы рассматривались только в расплаве металла, ограниченном границами B_7, B_8, B_9 :

- на границах B_8, B_9 задавалось условие прилипания;
- на границе B_7 – условие нормального давления.

На оси установки задавалось условие симметрии.

Численное моделирование. На данном этапе моделируются электромагнитные и гидродинамические поля в установке. Задача решалась численно, *методом конечных элементов* при помощи пакета Comsol [10, 11].

Расчеты проводились на различных сетках с разным количеством и формой конечных элементов и для разных размеров расчетной области. Была выбрана оптимальные размеры расчетной области и оптимальная расчетная сетка, конечные элементы которой имеют форму треугольника. Расчетная область разбивалась неравномерно, в зависимости от градиента электромагнитных параметров: около электродов сетка состоит из мелких элементов (порядка 0,02 от радиуса электрода), на остальных участках, где градиенты величин не столь существенны, конечные элементы имеют большие размеры (рис. 2). Данное разбиение позволяет получить приемлемую точность результатов без больших затрат расчетного времени. Границы расчетной области располагались на расстоянии, при котором условия на этих искусственных границах практически не влияли на электромагнитные и гидродинамические параметры в центральной зоне.

В силу осевой симметрии установки, задача для упрощения решалась в двумерной осесимметричной постановке. Расплавленным металлом является олово со следующими параметрами: плотность $\rho = 6980 \text{ кг/м}^3$, удельная электропроводность $\sigma = 8,69 \cdot 10^6 \text{ (См/м)}$, кинематическая вязкость $\nu = 3,1 \times 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, температура плавления $t = 232^\circ \text{ С}$ [8]. Электроды медные, удель-

ная электропроводность которых $\sigma = 58,1 \cdot 10^6$ (См/м). Напряжение, подаваемое на электроды $U = 5$ В.

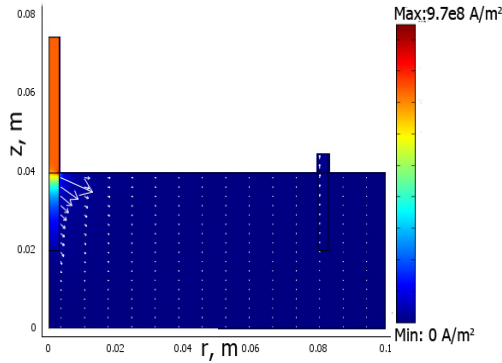


Рис. 3 – Векторное и контурное поле распределения плотности тока.

Ниже приведены некоторые результаты расчетов. На рис. 3 приведено векторное поле плотности тока. Как видно, распределение плотности тока очень неоднородно по объему расплава. Максимальные значения плотности тока локализованы вблизи анода на расстоянии порядка радиуса анода и стремительно убывают на периферии.

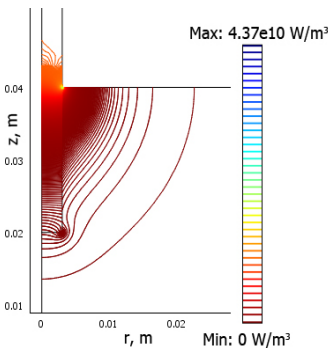


Рис. 4 – Контурное поле джоулева тепла вблизи анода.

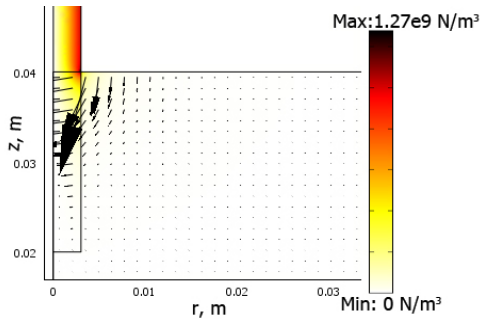


Рис. 5 – Векторное и контурное поле силы Лоренца вблизи анода.

Контурное поле распределения плотности джоулева тепла приведено на рис. 4. Количество выделяемого тепла рассчитывалось согласно формуле $Q = \sigma^{-1} |J|^2$. В контрастном виде представлено место контакта цилиндрического электрода и расплава олова. Контурами ограничены области, в которых плотность джоулева тепла имеет один порядок. Видно, что максимальная

плотность источников тепла наблюдается вблизи цилиндрического электрода, где наибольшая плотность тока. При удалении от электрода плотность источников тепла быстро уменьшается.

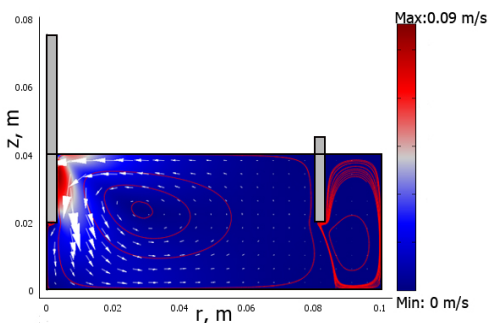


Рис. 6 – Векторное и контурное поле вектора скорости.

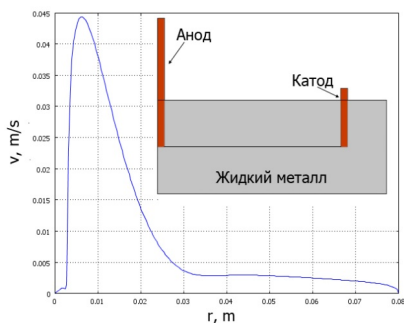


Рис. 7 – График распределения скорости между электродами.

На рис. 5 представлен контурный и векторный график распределения силы Лоренца вблизи цилиндрического электрода. В данной области, сила Лоренца принимает максимальные значения. Полученное неоднородное по объему расплава распределение силы Лоренца свидетельствуют о том, что именно она является определяющим фактором при возникновении вихревого движения расплава.

На рис. 6 представлено распределение скорости движения расплава. Наибольшие значения скорости локализованы вблизи цилиндрического электрода, который служит анодом. Под электродом металл не движется. Стрелками указано направление меридионального движения расплава металла в объеме установки. Движение при указанной полярности осуществляется против часовой стрелки.

На рис. 7 представлен график распределения модуля скорости между цилиндрическим и кольцевым электродами по сечению, соединяющем нижние концы электродов. Пик на графике соответствует области максимальной скорости (красная зона) на рис. 6.

Выводы. В рамках модели магнитной гидродинамики решена электромагнитная и гидродинамическая задача движения расплава металла в лабораторной установке с кольцевым и цилиндрическим электродами. Для этого адаптирован пакет Comsol Multiphysics3.5a. Определена оптимальная расчетная сетка, размеры элементов которой зависят от градиентов величин, проанализирована сходимость результатов на различных сетках. Получены распределения электромагнитных параметров, которые подтверждают гипотезу о том, что электровихревые течения являются следствием неравномерного

токораспределения в объеме электропроводной жидкости; получены распределения гидродинамических параметров расплава металла с учетом силы Лоренца. Установлен вихревой характер движения расплава. Максимальная скорость вращения расплава вокруг электрода составляет порядка нескольких сантиметров в секунду.

Список литературы: 1. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И. Электровихревые течения. – Рига: Знание, – 1985. – 315 с. 2. Kazak O.V. Электровихревые течения в осесимметричных сталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом / О.В. Казак, А.Н. Семко // Вісник Донецького Національного Університету – 2010. – № 2. – С. 39 – 42. 3. Kazak O.V. Электровихревое движение расплава в печах постоянного тока с подовым электродом / Kazak O.V., Semko A.H. // ИФЖ. 2011. – Том 84, – № 2. – С. 1 – 9. 4. Kazak O. Modelling Vortex Fields in Metal Smelting Furnaces / Kazak O., Semko O. // Int. Journal of Multiphysics, 2010. – Volume 4 – Number 4. – P. 351 – 358. 5. Исследование тепловых и гидродинамических эффектов, сопровождающих растекание электрического тока в объеме жидкого металла / В.М. Жилин, Ю.П. Ивочкин, А.А. Оксман и др. // VI minsk international heat and mass transfer for UM MIF 2008, (Minsk, May 19 – 23, 2008). – Minsk, 2008. – P. 9 – 16. 6. Косинов Н.В. Физический вакуум и гравитация / Н.В. Косинов // Физический вакуум и природа. – 2000. – N4. – С.55 – 58. 7. Научно-технический портал [http://ntpo.com/]: Необычные эффекты в электропроводной жидкости, объясняющие секрет вращения Земли и причины возникновения циклонов, тайфунов, торнадо / Косинов Н.В., Гарбарук В.И., Косинов Л.В. – Режим доступа: [http://ntpo.com/secrets_ground/secrets_ground/8.shtml] 8. Таблицы физических величин. Справочник. // Под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с. 9. Прикладная магнитная гидродинамика: Учебное пособие по теоретическому курсу / Под ред. В.Н. Тимофеева, Е.А. Головенко – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2007, – С. 450 – 452 10. Comsol 3.5 a AC/DC Module User's Guide – U.S.A. Los Angeles, November, 2008. – 503 p. 11. Егоров В.И. Применение ЭВМ для решения задач теплопроводности: Учебное пособие / В.И. Егоров – СПб: СПб ГУ ИТМО, 2006. – 77 с.

Bibliography (transliterated): 1. Bojarevich, V. V., et al. *Jelektrovihrevye techenija*. Riga: Znanie, 1985. Print. 2. Kazak, O. V., and A. N. Semko. "Jelektrovihrevye techenija v osesimmetrichnyh staleplavil'nyh pechah postojannogo toka s podovym jelektrodom." *Visnik Donec'kogo Nacional'nogo Universitetu*. No. 2. 2010. 39–42. Print. 3. Kazak, O. V., and A. N. Semko. "Jelektrovihrevoe dvizhenie rasplava v pechah postojannogo toka s podovym jelektrodom." *IFZh*. Vol. 84. No. 2. 2011. 1–9. Print. 4. Kazak, O. V., and A. N. Semko. "Modelling Vortex Fields in Metal Smelting Furnaces." *Int. Journal of Multiphysics*. Vol. 4. No. 4. 2010. 351–358. Print. 5. Zhilin, V. M., et al. "Issledovanie teplovyh i gidrodinamicheskijh jeffektov, soprovozhdajushih rastekanie jelektricheskogo toka v ob'eme zhidkogo metalla." *VI minsk international heat and mass transfer for UM MIF*. Minsk, 2008. 9–16. Print. 6. Kosinov, N. V. "Fizicheskij vakuum i gravitacija." *Fizicheskij vakuum i priroda*. No. 4. 2000. 55–58. Print. 7. Kosinov, N. V., V. I. Garbaruk and L. V. Kosinov. *Nauchno-tehnicheskij portal. Neobychnyje jeffekty v jelektroprovodnoj zhidkosti, ob'jasnjajushhie sekret vrashhenija Zemli i prichiny vznikenija ciklonov, tajfunov, tornado*. Web. 15 May 2014 <http://ntpo.com/secrets_ground/secrets_ground/8.shtml>. 8. *Tablicy fizicheskijh velichin. Spravochnik*. Ed. I. K. Kikoina. Moscow: Atomizdat, 1976. Print. 9. *Prikladnaja magnitnaja gidrodinamika: Uchebnoe posobie po teoreticheskomu kursu*. Ed. V. N. Timofeeva, E. A. Golovenko. Krasnojarsk: Sibirskij federal'nyj universitet, 2007. Print. 10. *Comsol 3.5 a AC/DC Module User's Guide*. U.S.A.: Los Angeles, 2008. Print. 11. Egorov, V. I. *Primenenie JeVM dlja reshenija zadach teploprovodnosti: Uchebnoe posobie*. SPb: SPb GU ITMO, 2006. Print.

Поступила (received) 30.05.2014

Е.А. СІМСОН, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПІ»;

С.О. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, ст. наук. співр., НТУ «ХПІ»;

С.І. МАРУСЕНКО, наук. співр. НТУ «ХПІ»

АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Розглянуто математичні моделі та чисельні методи комплексного аналізу чутливості конструкцій при динамічних навантаженнях, які орієнтовані на високі ступені інформативності. На основі проведених досліджень було розроблено дві базові методики аналізу чутливості. Перший підхід ґрунтується на апроксимації задачі в скінченно-вимірному просторі. Другий підхід базується на формулюванні задачі в континуальному просторі, в якому визначено вихідне диференціальне, інтегральне або варіаційне рівняння, що описує модель конструкції. Можливості розробленого математичного апарату продемонстровано на прикладах крила аерокосмічної конструкції та вилівки блок-картера дизеля.

Ключові слова: аналіз чутливості, динамічні навантаження, математичні моделі, аерокосмічна конструкція, вилівка блок-картера дизеля.

Постановка проблеми. Аналіз чутливості дозволяє вирішити цілий ряд практичних завдань проектування, доведення, підготовки виробництва і контролю ефективної експлуатації конструкцій [1 – 3]. Крім основного використання в системах оптимального автоматизованого і інтерактивного проектування коефіцієнти чутливості також можуть застосовуватися при вібродіагностиці і неруйнівному контролі, стохастичному аналізі характеристик конструкцій технологічних систем в полі випадкових відхилень властивостей матеріалу і геометричних параметрів, призначенні полів допусків на виготовлення, а також коректуванні або ідентифікації математичної моделі конструкцій [1 – 3].

Метою досліджень є розробка методик комплексного аналізу чутливості конструкцій при динамічних навантаженнях, які орієнтовані на високі ступені геометричної і фізичної інформативності.

Методи аналізу чутливості. Задача аналізу динаміки елементів конструкцій, як правило, зводиться до розв'язання систем нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних. Структуру рівнянь визначає тип досліджуваного процесу, склад системи, граничні умови, навантаження й умови спряження. Узагальнене рівняння руху різних математичних моделей має вигляд:

$$A[\vec{V}] + D[\vec{V}] + C[\vec{V}] - \vec{f} = 0, \quad (1)$$