

енергії, що витрачається при транспортуванні, відповідно 37,54 кВт·год.

Але враховуючи специфіку роботи вугільної шахти, де матеріали можуть перекидатися з одного підготовчого вибою в інший, у разі їх дефіциту, метод Флойд-Уоршелла дозволяє проаналізувати кілька разів одну і ту ж вершину, що є важливим чинником у даному випадку.

Запропонований метод дозволяє спростити схеми доставки допоміжних вантажопотоків, а також скоротити дорогі транспортні процеси.

У результаті експериментів встановлено, що при знаходженні оптимального маршруту руху локомотиву до підготовчих вибоїв необхідно вибирати той маршрут, на якому кількість енергії, що витрачається, буде менша. Тому що при розв'язанні поставленої задачі не завжди короткий маршрут виявляється оптимальним, враховуючи специфічні характеристики маршрутів. Математична модель знаходження найкоротших маршрутів за умови зміни характеристики траси й обсягів вантажів, що доставляються в підготовчі вибої вугільних шахт, дозволяє економити енергію локомотива в 1,2 рази та відповідно підвищити продуктивність вугледобувного підприємства у цілому.

**Список літератури:** 1. Нильва Э.Э., Цейтин И.Э. Горно-подготовительные работы на угольных шахтах. – М.: Недра, 1981. – 280 с. 2. Козина И. В. Математическое моделирование процессов функционирования вспомогательного транспорта шахт: дис...канд. техн. наук: 01.05.02; защищена 26.12.12; утв. 25.04.13 / И.В. Козина – Днепропетровск: НМетАУ, 2012. – 155 с. 3 Розрахунок шахтного локомотивного транспорту: навч. посіб. / О.О. Ренгевич, О.М. Коптовець, П.А. Дьячков та ін. – Д: Національний гірничий університет, 2007. – 83 с. 4. Козина И.В. Обгрунтування параметрів транспортно-технологічних схем управління вантажопотоками вугільних шахт / И.В. Козина // Геотехническая механика: межвед. сб. научных трудов. – Днепропетровск, 2013. – Вып. 109. – С. 150 – 157.

**Bibliography (transliterated):** 1. Nil'va, E. E. *Gorno-podgotovitel'nye raboty na ugol'nyh shahtah*. Moscow: Nedra, 1981. Print. 2. Kozina, I. V. *Matematicheskoe modelirovanie processov funkcionirovaniya vspomogatel'nogo transporta shaht. Dis. ... kand. tehn. nauk*. Dnepropetrovsk. 2013. Print. 3. Rengevych, O. O., et al. *Rozrahunok shahtnogo lokomotyvnoho transportu: navch. posib*. Dnipropetrovsk: NGU, 2007. Print. 4. Kozina, I. V. "Obgruntuvannja parametriv transportno-tehnologichnyh shem upravlinnja vantazhopotokamy vugil'nyh shaht." *Mezhved. sb. nauchnyh trudov.: Geotekhnicheskaja mehanika*. Dnepropetrovsk, 2013. 150 – 157 Print.

Надійшла (received) 07.10.2014

УДК 622.625.28-592.112(043.5)

**А.Н. КОПТОВЕЦ**, д-р техн. наук, проф., ГВУЗ «НГУ»,  
Днепропетровск

## **ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРМОЗА С КОНТАКТНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ ФРИКЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ**

© А. Н. Коптовец, 2014

Разработана математическая модель возбуждения и взаимодействия фрикционных колебаний в колодочно-колесном тормозе при наличии конструктивных связей и распределении контактных усилий по деформируемым шероховатым поверхностям. Для внедрения результатов выполнена классификация задач по разработке тормозов шахтного подвижного состава как трибологической системы, в которой коэффициент трения обладает агрегатными свойствами. Динамическая модель тормоза использует колебательную систему с двумя степенями свободы. Конструктивные связи колодки моделируют два упругодемпфирующих элемента Фойхта. Компонента локальных сил взаимодействия микронеровностей контакта считается пропорциональной величине их взаимного перекрытия. Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона.

**Ключевые слова:** тормоз, модель, динамика, нагружение, трение, колебания, шероховатость, контактные поверхности, эффективность.

**Введение.** Имеется ряд теорий, объясняющих причину наблюдаемой разницы между статическим и кинетическим трением; вместе с тем единое мнение относительно механизма, лежащего в основе этого явления, отсутствует [1]. В ранних работах [2, 3], посвященных исследованию *фрикционных автоколебаний*, в качестве основных причин такой разности рассматривались падение силы трения скольжения при увеличении относительной скорости скольжения и рост сил трения покоя в зависимости от продолжительности неподвижного контакта при совместном движении соприкасающихся поверхностей. Позднее были проведены многочисленные экспериментальные исследования [4, 5], подтверждающие гипотезу, что основной причиной разницы между статическим и кинетическим трением несмазанных поверхностей являются колебания тел в плоскости, перпендикулярной к плоскости скольжения, и предложен ряд математических моделей, описывающих возникновение и взаимодействие нормальных и тангенциальных автоколебаний.

В работе [6] возникновение нормальных колебаний объясняется столкновением микронеровностей контактирующих поверхностей при взаимных тангенциальных смещениях. В [7] на основе модели, в которой предполагалось наличие феноменологической нелинейной вязко-упругой зависимости между сближением тел и силой контакта, рассмотрена классическая система: ползун, скользящий с трением по движущейся ленте транспортера, растягивает горизонтальную пружину. Рассмотренная система допускала перемещение ползуна в двух направлениях (вертикальном и горизонтальном). В результате численного моделирования установлено, что возможно наблюдать автоколебания ползуна и при отсутствии локального максимума, соответствующего трению покоя. В работе [8] в явном виде вводятся в рассмотрение функции, описывающие шероховатость контактирующих поверхностей, и на основе результатов вычислительного эксперимента сделан вывод, что учет шероховатостей поверхностей и вертикальных колебаний ползуна позволил установить возможность реализации фрикционных автоколебаний в чисто упругой системе, в которой не вводится искусственная разница между *статическим* и *динамическим коэффициентами трения*. В [9] предложена математическая модель фрикционных колебаний, обусловленных деформированием шероховатостей контактирующих поверхностей, трение между которыми описывается *законом Амонтона*, и разработан вычислительный алго-

ритм для исследования взаимодействия нормальных и тангенциальных колебаний *методом установления*. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных колебаний колодки колесного тормоза подвижного состава рельсового транспорта шахт при наличии конструктивных связей исследовано в работе [10]. В качестве динамической модели рассмотрена простейшая система с двумя степенями свободы. В результате вычислительных экспериментов установлено, что в рассматриваемой системе возможно возникновение фрикционных автоколебаний при отсутствии разницы между статическим и динамическим коэффициентами трения.

**Цель статьи.** Идентификация совместного возбуждения кинематически вынужденных колебаний с фрикционными колебаниями в рабочем процессе тормоза.

**Постановка проблемы.** Обоснование методов управления силой трения в рабочем процессе тормоза по величине и в функции скорости скольжения, показателями эффективности тормоза и торможения подвижного состава.

**Математическая модель тормоза.** В качестве динамической модели колодочно-колесного тормоза рассмотрим простейшую автоколебательную систему с двумя степенями свободы (рис. 1), состоящую из колодки массой  $m$ , скользящей по колесу радиуса  $R$ , вращающемуся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , и двух *упругодемпфирующих элементов Фойхта*. Первый из них, жесткость и коэффициент вязкости которого обозначим через  $c_1$  и  $b_1$  соответственно, моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом  $\beta$  к вертикальной оси, и прижимает колодку к колесу номинальным усилием  $Q$ . Второй упругодемпфирующий элемент, жесткость и коэффициент вязкости которого обозначим через  $c_2$  и  $b_2$  соответственно, моделирует конструктивную связь тормозного механизма, действующую в направлении под углом  $\alpha$  к плоскости трения. Отметим, что если хотя бы один из углов  $\alpha$  или  $\beta$  отличен от значений  $0^\circ$  или  $90^\circ$ , наличие в рассматриваемой модели упругодемпфирующих элементов приводит к координатной взаимосвязи нормальных и тангенциальных колебаний колодки.

Кривизной поверхностей колодки и колеса будем пренебрегать. Номинальная площадка контакта колодки и колеса имеет форму прямоугольника со сторонами  $2a$  и  $e$ . Введем абсолютную систему координат  $OXY$  таким образом, что направление оси  $OX$  совпадает с направлением тангенциальных колебаний колодки, а направление оси  $OY$  – с направлением её нормальных колебаний. Положение колодки определяется её координатами  $\{x(t), y(t)\}$ . Введем также две локальные системы координат  $O_s \xi_s \mu_s$ ,  $s = 1, 2$ , для колодки и колеса соответственно.

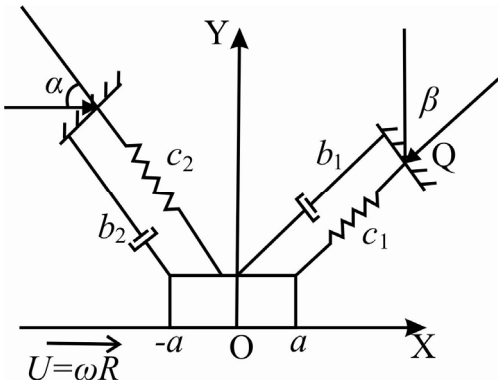


Рис. 1 – Расчетная схема динамической модели тормоза.

Считается, что колодка и колесо абсолютно жесткие, однако каждая контактирующая поверхность покрыта деформируемым шероховатым слоем, состоящим из линейно-упругих пружин одинаковой жесткости  $k$  различной высоты. В локальных системах координат  $O_s \xi_s \mu_s$ ,  $s = 1, 2$ , шероховатые поверхности колодки и колеса описываются, соответственно, функциями

$$f_1(\xi_1) = \sum_{i=1}^{N_1} g_i^{(1)} \sin(\omega_i^{(1)} \xi_1), \quad f_2(\xi_2) = \sum_{i=1}^{N_2} g_i^{(2)} \sin(\omega_i^{(2)} \xi_2), \quad (1)$$

где  $g_i^{(1)}$ ,  $\omega_i^{(1)}$ ,  $i = \overline{1, N_1}$  – коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колодки;  $g_i^{(2)}$ ,  $\omega_i^{(2)}$ ,  $i = \overline{1, N_2}$  – коэффициенты, описывающие шероховатую поверхность колеса.

В процессе относительного движения колодки и колеса происходит смятие микронеровностей. В первом приближении нормальную компоненту локальных сил взаимодействия микронеровностей будем считать пропорциональной величине их взаимного перекрытия. Тогда нормальная компонента  $F_y$  усилия контактного взаимодействия колодки и колеса определяется следующим образом:

$$F_y(x, y) = \int_{-a}^a k e(f_2(\xi + x - Ut) - f_1(\xi) - y) H(f_2(\xi + x - Ut) - f_1(\xi) - y) d\xi, \quad (2)$$

где  $H(S)$  – функция Хевисайда;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Трение между контактирующими поверхностями описывается одночленным законом Амонтона, который запишем в следующей форме:

$$|F_x| \leq \varphi F_y; \quad (3)$$

$$|F_x| < \varphi F_y \Rightarrow \dot{x} = U; \quad (4)$$

$$|F_x| = \varphi F_y \Rightarrow \frac{F_x}{|F_x|} = -\frac{\dot{x} - U}{|\dot{x} - U|}, \quad (5)$$

где  $F_x$  – сила трения;  $\varphi$  – коэффициент трения;  $U = \omega R$  – скорость движения поверхности колеса.

Отметим, что соотношение (4) выполняется при сцеплении колодки и колеса, а соотношение (5) – при их взаимном скольжении.

Таким образом, динамическое поведение рассматриваемой системы описывается следующей системой уравнений:

$$m\ddot{x} + b_{xx}\dot{x} + c_{xx}x + b_{xy}\dot{y} + c_{xy}y - F_x + Q_x = 0; \quad (6)$$

$$m\ddot{y} + b_{yy}\dot{y} + c_{yy}y + b_{yx}\dot{x} + c_{yx}x - F_y + Q_y = 0, \quad (7)$$

где

$$b_{xx} = b_1 \sin^2 \beta + b_2 \cos^2 \alpha; \quad c_{xx} = c_1 \sin^2 \beta + c_2 \cos^2 \alpha;$$

$$b_{xy} = b_{yx} = b_1 \cos \beta \sin \beta - b_2 \cos \alpha \sin \alpha;$$

$$c_{xy} = c_{yx} = c_1 \cos \beta \sin \beta - c_2 \cos \alpha \sin \alpha;$$

$$b_{yy} = b_1 \cos^2 \beta + b_2 \sin^2 \alpha; \quad c_{yy} = c_1 \cos^2 \beta + c_2 \sin^2 \alpha;$$

$$Q_x = Q \sin \beta; \quad Q_y = Q \cos \beta.$$

Учитывая, что для моделирования фрикционных автоколебаний используется метод установления, начальные условия примем следующими

$$x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0;$$

$$y(0) = 0, \quad \dot{y}(0) = 0.$$

Задача состоит в определении закономерностей движения колодки  $\{x(t), y(t)\}$  с учетом связанности тангенциальных и нормальных колебаний.

Таким образом, можно выполнить классификацию задач по разработке тормозов шахтного подвижного состава как трибологической системы, в которой коэффициент трения обладает агрегатными свойствами.

Задачи класса *A*, которые определяют принцип действия системы в целом или отдельных узлов ее (структурный синтез). Так тормоз может быть выполнен с управляемыми или неуправляемыми механическими, пневматическими, гидравлическими, электромагнитными или другими элементами.

Задачи класса *B*, реализующие различные принципы действия в виде множества структур (структурная оптимизация).

Задачи класса *C* параметрической оптимизации в пределах заданной структуры.

Подвижной состав шахтного рельсового транспорта проектируют в последовательности, которая регламентируется нормативно-технической документацией. При этом задачи класса *A* необходимо решать на этапе технического задания; класса *B* – на этапах эскизного и технического проектирования; класса *C* – на остальных этапах (разработка рабочей документации опытного образца – рабочее проектирование; изготовление опытного образца, корректировка документов и государственные испытания; корректировка документов по результатам испытаний – отладочное проектирование).

**Результаты исследования.** Нагружение тормоза при стационарном тормозном нажатии происходит вибрационными нагрузками от трения в рабочем процессе тормоза. Динамическая модель тормоза использует колебательную систему с двумя степенями свободы. Разработанная динамическая система с законом трения Амонтона относится к классу сильно нелинейных систем. Особенностью использованного в математической модели закона трения является его *пороговый характер*: взаимное скольжение тел начина-

ется не при любом значении силы трения, а лишь при достижении определенного порога. Отмеченная особенность значительно усложняет построение решений рассматриваемого класса динамических задач. Возможности аналитических методов их исследования, как правило, ограничены системами с одной степенью свободы. Поэтому актуальной является разработка вычислительных алгоритмов моделирования и анализа колебательных систем с трением методом вычислительного эксперимента.

**Выводы.** При нагружении тормоза нормальные вынужденные колебания возбуждаются кинематически от дискретности контакта с равновесной шероховатостью от износа. Тангенциальными колебаниями являются: составляющие нормальных колебаний от конструктивных связей в тормозном механизме, фрикционные от нормальных переменных усилий по закону трения Амонтона-Кулона, фрикционные автоколебания от разницы между статическим, кинетическим и динамическим коэффициентами трения.

**Список литературы:** 1. Справочник по триботехнике. Т. 3. Теоретические основы / под общ. ред. М. Хебты, А.В. Чичинадзе. – М.: Машиностроение, 1989. – 400 с. 2. Кайдановский Н.Л., Хайкин С.Э. Механические релаксационные колебания // ЖТФ. – 1933. – Т. III. Вып. 1. – С. 91 – 109. 3. Ишлинский А.Ю., Крагельский И.В. О скачках при трении // ЖТФ. – 1944. – Т. XIV. Вып. 4 – 5. – С. 276 – 283. 4. Манько Н.Н. Трение и износ тормозных колодок подвижного состава с учетом режимов торможения // Изв. вузов. гор. журн. – 1971. – № 12. – С. 102 – 104. 5. Новиков Е.Е., Смирнов В.К., Стаховский Е.А. и др. О величине коэффициента трения при малых скоростях скольжения // «Наукова думка». Серия: Теория и расчет горных машин. – К., 1982. – С. 39 – 51. 6. Кудинов В.А., Толстой Д.М. Трение и колебания // Трение, изнашивание и смазка: справочник: в 2 т. Под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алишина. – М.: Машиностроение, 1979. – Т. 2. – С. 11 – 22. 7. Martins J.A.C., Oden J.T., Simoes F.M.E. A study of static and kinetic friction // Int. J. Engng. Sci. – 1990. – V. 28, № 1. – P. 29 – 92. 8. Бородич Ф.М., Крюкова И.В. Фрикционные автоколебания, обусловленные деформированием контактирующих поверхностей // Письма в ЖТФ. – 1997. – Т. 23, № 6. – С. 67 – 73. 9. Бобылёв А.А., Контовец А.Н. Математическая модель фрикционных автоколебаний, обусловленных деформированием шероховатостей контактирующих поверхностей // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформованого твердого тіла. – Д.: Наука і освіта, 2006. – Вип. 7. – С. 11 – 21. 10. Контовец А.Н., Бобылёв А.А. Взаимодействие нормальных и тангенциальных фрикционных автоколебаний при наличии конструктивных связей // Вибрації в техніці та технологіях: Всеукраїнський наук.-техн. журнал. – Вінниця, 2007. – № 3 (48). – С. 97 – 100.

**Bibliography (transliterated):** 1. Hebta, M., and A. V. Chichinadze. *Spravochnik po tribotekhnike. Teoreticheskie osnovy*. Moscow: Mashinostroenie, 1989. Print. 2. Kajdanovskij, N. L., and S. Je. Hajkin. "Mehaniicheskie relaksacionnye kolebanija." *GTF*. Vol. 3. No. 1. 1933. 91 – 109. Print. 3. Ishlinskij, A. Ju., and I. V. Kragt'skij. "O skachkah pri trenii." *GTF*. Vol. 14. № 4 – 5. 1944. 276 – 283. Print. 4. Man'ko, N. N. "Trenie i iznos tormoznykh kolodok podvizhnogo sostava s uchetom rezhimov tormozhenija." *Izv. vuzov. gor. zhurn.* No. 12. 1971. 102 – 104. Print. 5. Novikov, E. E., et al. "O velichine koefficienta trenija pri malyh skorostjakh skol'zhenija." *«Naukova dumka»*. Ser.: *Teorija i raschjot gornyh mashyn*. Kiev. 1982. 39–51. Print. 6. Kudinov, V. A., and D. M. Tolstoj. *Trenie i kolebanija. Trenie, iznashyvanie i smazka. Spravochnik. 2 vols.* Ed. I. V. Karagel'skij, and V. V. Alisin. Vol. 2. Moscow: Mashinostroenie, 1979. 11–22. Print. 7. Martins, J. A. C., J. T. Oden and F. M. E. Simoes. "A study of static and kinetic friction." *Int. J. Engng. Sci.* Vol. 28. No. 1. 1990. 29–92. Print. 8. Borodich, F. M., and I. V. Krjukova. "Frikcionnye avtokolebanija, obuslovlennye deformirovaniem kontaktirujushchih poverhnostej." *Pis'ma v GTF*. Vol. 23. No. 6. 1997. 67–73. Print. 9. Bobyl'ov, A. A., and A. N. Koptovec. "Matematicheskaja model' frikcionnyh avtokolebanij, obuslovlennyh defor-

mirovaniem sherohovatostej kontaktirujushhih poverhnostej." *Metody rozv'jazuvannja prykladnyh zadach mehaniky deformivnogo tverdogo tila*. Dnipropetrovsk: Nauka i osvita. No. 7. 2006. 11–21. Print. 10. Koptovec, A. N., and A. A. Bobyl'jov. "Vzaimodejstvie normal'nyh i tangencial'nyh frikcionnyh avtokolebanij pri nalichii konstruktivnyh svjazej." *Vseukrai'ns'kyj nauk.-tehn. zhurnal: Vibracii' v tehnicii ta tehnologijah*. No. 3 (48). Vinnytsa. 2007. 97–100. Print.

*Поступила (received) 09.10.2014*

УДК 532.5:621.65.01

**М.М. КУТЯ**, ст. преп., НТУ «ХПИ»

**К.Ю. СКРЫЛЬНИК**, студент, НТУ «ХПИ»

**В.В. ШЕВЧЕНКО**, студент, НТУ «ХПИ»

## **ОБЩАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ ГАЗОКОНДЕНСАТНОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ**

Предложен метод расчета показателей добычи газа на основе уравнения материального баланса. Рассмотрены основные характеристики и нововведения метода, его применение как на практике, так и в процессе обучения студентов. Дан алгоритм работы основной модели. Проведено сравнение с аналогичной программой предыдущего поколения. Приведены пути и варианты дальнейшего усовершенствования алгоритма.

**Ключевые слова:** газ, добыча газа, пластовое давление, дебит, уравнение материального баланса.

**Введение.** За последние несколько лет в обучающем процессе на специальности «Добыча нефти, газа и газового конденсата» возникла тенденция, согласно которой студентам было необходимо проводить расчеты течения газа в продуктивных пластах с использованием ЭВМ. Однако подаваемый студентам материал не позволял делать эти расчеты с достаточной степенью точности и не обеспечивал создание прогнозных характеристик для месторождения на приемлемый срок (как минимум на пять лет), поскольку расчёты редко имели более двух-трех итераций.

**Постановка задачи. Анализ аналогичных методов.** Для устранения этих недочетов, а так же для обеспечения наглядности (создания виртуального расчетного стенда) было принято решения построить *общую расчетную модель работы газоконденсатного месторождения в газовом режиме*, которая могла бы обеспечивать необходимую точность расчетов, сравнимую с показателями коммерческих программ, была бы достаточно гибкой для проведения различных расчетов в широком диапазоне исходных данных без внесения изменений в код программы, выдавала бы результат в форме таблицы, совместимой с Microsoft Excel, обладала достаточной эргономикой работы и, как уже было сказано, простотой и наглядностью открытого не инкапсулированного кода. В качестве площадки для разработки была выбрана система