

*П.А. ЕГОРОВ*, аспирант, ассистент, ХНАДУ, Харьков

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗОК, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ НА ШАРНИРНО-ОПЕРТУЮ ОБОЛОЧКУ, ПОДКРЕПЛЕННУЮ КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ**

Приводится решение задачи идентификации временной составляющей нагрузки, действующей на шарнирно-опертую оболочку, подкрепленную концентрическими ребрами жесткости. В качестве вспомогательного этапа решения основной задачи приводится решение прямой задачи по исследованию деформированного состояния системы. Достоверность решения прямой задачи подтверждается путем сопоставления с МКЭ, обратной – путем сопоставления с исходными данными прямой задачи. Интегральные уравнения Вольтерра, получаемые при решении задач, анализируются численно. Некорректность поставленной задачи преодолевается с использованием метода регуляризации А.Н. Тихонова.

**Ключевые слова:** оболочка, ребро жесткости, ряд Фурье, преобразование Лапласа, метод регуляризации.

**Введение.** Теория обратных задач открывает большие возможности для восстановления причин и факторов, характерных некоторому процессу или объекту, по дополнительной информации о нем. Среди обратных задач можно выделить задачи идентификации нестационарных внешних нагрузок. Решение такого рода задач позволяет получить на основании известного напряженно-деформированного состояния объекта значения возмущающих нагрузок, действующих на этот объект, еще на этапе проектирования.

**Анализ последних исследований.** Напряженно-деформированному состоянию цилиндрической оболочки посвящено значительное количество исследований. Отметим лишь некоторые из работ. В монографии [1] приводится решение прямой задачи для цилиндрической оболочки, взаимодействующей с упругим основанием, а также контактирующих между собой оболочек. Здесь же дается решение задачи идентификации возмущающей нагрузки и задачи управления деформированным состоянием. В работе [2] излагаются постановка и решение прямой задачи для оболочки, подкрепленной концентрическими ребрами жесткости. Задача идентификации неизвестного нестационарного воздействия, обуславливающего напряженное состояние оболочки, подкрепленной концентрическими ребрами жесткости, представляет интерес.

**Постановка задачи.** Исследуемая система (рис. 1) состоит из шарнирно-опертой изотропной круговой цилиндрической оболочки и закрепленного на ней без проскальзывания концентрического ребра жесткости. Для простоты описания принято, что оболочка подперта всего одним ребром жесткости.

В начальный момент времени система находится в состоянии равновесия. К внутренней поверхности оболочки осесимметрично приложена равномерно распределенная нестационарная нагрузка. Необходимо определить характер изменения во времени и амплитуду возмущающего воздействия (при условии, что одна из кинематических характеристик движения оболочки (напр., радиальное, осевое перемещение или угол поворота нормали к срединной поверхности) в некоторой точке является известной).

Вспомогательным этапом решения обратной задачи в данном случае будет решение прямой задачи по исследованию деформированного состояния оболочки под действием известного возмущающего воздействия.

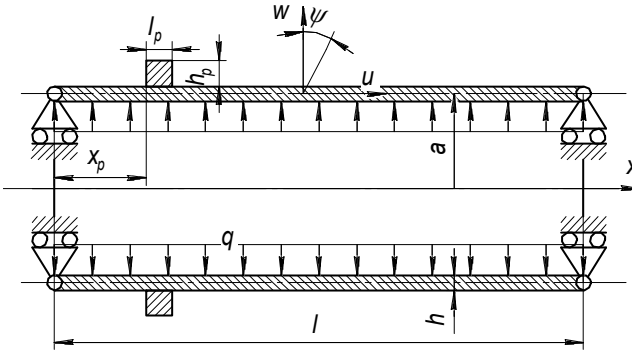


Рис. 1 – Схема исследуемой системы.

**Решение прямой задачи.** Колебания оболочки под действием осесимметричной системы сил будем рассматривать с использованием механической модели типа Тимошенко [3]. Переходя к безразмерным времени и координате вдоль оси оболочки согласно зависимостям  $x = \xi l$ ,  $t_p = tT$ , где  $l$  – длина оболочки,  $T = \sqrt{\rho(1-\nu^2)l^2 / E}$ , будем иметь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\nu l}{a} \frac{\partial w}{\partial \xi} = \frac{T^2}{\rho h} P_x(\xi; t); \\ \frac{\nu l}{a} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{l^2}{a^2} w - (k')^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - l(k')^2 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \frac{T^2}{\rho h} P_z(\xi; t); \\ -\frac{12l(k')^2}{h^2} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - \frac{12l^2(k')^2}{h^2} \psi - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -\frac{12T^2}{\rho h^3} M_x(\xi; t). \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь  $E$  – модуль упругости материала оболочки,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – плотность материала оболочки,  $a$  – радиус срединной поверхности,  $h$  – толщина оболочки,  $k'$  – коэффициент сдвига,  $P_x(x; t)$ ,  $P_z(x; t)$ ,  $M_x(x; t)$  – соответственно интенсивность сил и моментов, действующих на оболочку.

Наличие ребра жесткости на оболочке обуславливает возникновение соответствующих контактных сил и моментов:

$$\begin{aligned} P_x(\xi; t) &= -p_x(t)[H(\xi - \xi_p) - H(\xi - \xi_p - l_p/l)]; \\ P_z(\xi; t) &= Q(\xi; t) - p_z(t)[H(\xi - \xi_p) - H(\xi - \xi_p - l_p/l)]; \\ M_x(\xi; t) &= \frac{h}{2} p_x(t)[H(\xi - \xi_p) - H(\xi - \xi_p - l_p/l)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение системы дифференциальных уравнений (1) при нулевых начальных условиях  $u(\xi, t)|_{t=0} = w(\xi, t)|_{t=0} = \psi(\xi, t)|_{t=0} = 0$  и граничных условиях, соответствующих шарнирному опиранию

$$P_x(\xi, t) \Big|_{\xi=0}^{\xi=1} = w(\xi, t) \Big|_{\xi=0}^{\xi=1} = M_x(\xi, t) \Big|_{\xi=0}^{\xi=1} = 0,$$

будем искать на основе разложения в ряды Фурье:

$$w(\xi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k(t) \sin k\pi\xi; \quad u(\xi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k(t) \cos k\pi\xi; \quad \psi(\xi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(t) \cos k\pi\xi. \quad (3)$$

Подставим разложения (3) в (1) и умножим первое и третье уравнения системы на  $\cos n\pi\xi$ , а второе на  $\sin n\pi\xi$ , после чего, проинтегрируем каждое из уравнений. Воспользуемся свойством ортогональности тригонометрических функций. Решение системы дифференциальных уравнений, полученной после указанных преобразований, будем искать с использованием *преобразования Лапласа*. В пространстве изображений упомянутая система уравнений примет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{\nu l k \pi}{a} a_k(s) + (-k^2 \pi^2 - s^2) b_k(s) = K_{x_k} p_x(s); \\ \left( \frac{l^2}{a^2} + k^2 \pi^2 (k')^2 + s^2 \right) a_k(s) - \frac{\nu l k \pi}{a} b_k(s) + l k \pi (k')^2 c_k(s) = \\ = \frac{2\Gamma^2}{\rho h} [K_{Q_k} Q(s) + K_{z_k} p_z(s)]; \\ \frac{12 l k \pi (k')^2}{h^2} a_k(s) + \left( k^2 \pi^2 + \frac{12 l^2 (k')^2}{h^2} + s^2 \right) c_k(s) = \frac{6}{h} K_{x_k} p_x(s), \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} K_{Q_k} &= \frac{2\Gamma^2}{\rho h} \frac{1 - \cos k\pi}{k\pi}, \quad K_{x_k} = \frac{2\Gamma^2}{\rho h} \frac{\sin k\pi(\xi_p + l_p/l) - \sin k\pi\xi_p}{k\pi}, \\ K_{z_k} &= \frac{-2\Gamma^2}{\rho h} \frac{\cos k\pi\xi_p - \cos k\pi(\xi_p + l_p/l)}{k\pi}. \end{aligned}$$

Решение системы алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $a_k(s)$ ,  $b_k(s)$ ,  $c_k(s)$  будем искать с помощью *метода Крамера*. Знаме-

натель в соответствующих выражениях для определения неизвестных коэффициентов имеет вид полинома шестой степени:

$$\Delta_k = s^6 + A_k s^4 + B_k s^2 + C_k, \quad (5)$$

где

$$A_k = \frac{l^2}{a^2} + k^2 \pi^2 ((k')^2 + 2) + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2},$$

$$B_k = k^4 \pi^4 \left( 2(k')^2 + 1 \right) + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} \left( \frac{l^2}{a^2} + k^2 \pi^2 \right) + \frac{2l^2}{a^2} k^2 \pi^2 - \left( \frac{\nu l k \pi}{a} \right)^2,$$

$$C_k = k^4 \pi^4 \frac{l^2}{a^2} - \left( \frac{\nu l k \pi}{a} \right)^2 \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} \right) + \frac{12l^4 k^2 \pi^2 (k')^2}{a^2 h^2} + k^6 \pi^6 (k')^2.$$

При обратном преобразовании Лапласа с использованием *второй теоремы разложения* и *теоремы о свертке*, применяемых в операционном исчислении, необходимо знать корни полинома (5). Для отыскания упомянутых корней для характеристического кубического уравнения воспользуемся *методом Кардано* [4]. Полученные корни  $y_{1k}, y_{2k}, y_{3k}$  отрицательны, поэтому корни самого полинома будут мнимыми.

Не трудно показать, что в пространстве оригиналов значения коэффициентов разложения в ряды Фурье могут быть найдены по следующим зависимостям:

$$a_k(t) = \int_0^t \sum_{r=1}^3 \frac{B_{rk}^* Q(t) + C_{rk}^* P_x(t) + D_{rk}^* P_z(t)}{A_{rk}^*} \sin \sqrt{|y_{rk}|} (t - \tau) d\tau;$$

$$b_k(t) = \int_0^t \sum_{r=1}^3 \frac{E_{rk}^* Q(t) + F_{rk}^* P_x(t) + G_{rk}^* P_z(t)}{A_{rk}^*} \sin \sqrt{|y_{rk}|} (t - \tau) d\tau;$$

$$c_k(t) = \int_0^t \sum_{r=1}^3 \frac{H_{rk}^* Q(t) + I_{rk}^* P_x(t) + J_{rk}^* P_z(t)}{A_{rk}^*} \sin \sqrt{|y_{rk}|} (t - \tau) d\tau, \quad (6)$$

где

$$A_{rk}^* = \sqrt{|y_{rk}|} \left( 3y_{rk}^2 + 2A_k y_{rk} + B_k \right); \quad B_{rk}^* = K_{Q_k} \left( k^2 \pi^2 + y_{rk} \right) \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} + y_{rk} \right);$$

$$C_{rk}^* = K_{x_k} \left( \frac{6}{h} \left( -k^2 \pi^2 - y_{rk} \right) l k \pi (k')^2 - \frac{\nu l k \pi}{a} \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} + y_{rk} \right) \right);$$

$$D_{rk}^* = K_{z_k} \left( k^2 \pi^2 + y_{rk} \right) \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} + y_{rk} \right);$$

$$E_{rk}^* = K_{z_k} \frac{\nu l k \pi}{a} \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} + y_{rk} \right); \quad F_{rk}^* = K_{x_k} \left( \frac{12l^2 k^2 \pi^2 (k')^4}{h^2} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{6\omega l^2 k^2 \pi^2 (k')^2}{ah} - \left( \frac{l^2}{a^2} + k^2 \pi^2 (k')^2 + y_{rk} \right) \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} + y_{rk} \right) \Bigg); \\
G_{rk}^* &= K_{z_k} \frac{\omega l k \pi}{a} \left( k^2 \pi^2 + \frac{12l^2 (k')^2}{h^2} + y_{rk} \right); \quad H_{rk}^* = K_{Q_k} \frac{12l k \pi (k')^2}{h^2} (-k^2 \pi^2 - y_{rk}); \\
I_{rk}^* &= K_{x_k} \frac{6}{h} \left( -\left( \frac{\omega l k \pi}{a} \right)^2 + \frac{2\omega l^2 k^2 \pi^2 (k')^2}{ah} - \left( \frac{l^2}{a^2} + k^2 \pi^2 (k')^2 + y_{rk} \right) (-k^2 \pi^2 - y_{rk}) \right); \\
J_{rk}^* &= K_{z_k} \frac{12l k \pi (k')^2}{h^2} (-k^2 \pi^2 - y_{rk}).
\end{aligned}$$

Колебания ребра жесткости будем моделировать уравнениями стержневой теории, приведенными в [2]:

$$\left\{ \rho_p F_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial t^2} + \frac{E_p F_p}{R_p^2} w_p = p_{zp}; \quad \rho_p F_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} = p_{xp}; \quad \rho_p I_p \frac{\partial^2 \psi_{xp}}{\partial t^2} + \frac{E_p I_z}{R_p^2} \psi_{xp} = M_{xp}, \quad (7) \right.$$

где  $\rho_p$  – плотность материала ребра жесткости;  $F_p$  – площадь поперечного сечения ребра;  $I_z$  – момент инерции относительно оси  $z$ ;  $I_p$  – полярный момент инерции;  $p_{zp}$ ,  $p_{xp}$ ,  $M_p$  – радиальная и осевая силы и момент внешних сил, отнесенные к единице длины ребра.

Решение системы дифференциальных уравнений (7), найденное с использованием преобразования Лапласа, при нулевых начальных условиях для безразмерного времени может быть записано в следующем виде:

$$\left\{ \begin{aligned} u_p(t) &= \frac{T^2}{\rho_p F_p} \int_0^t p_{xp}(\tau) d\tau; \\ w_p(t) &= \frac{T^2}{\rho_p F_p} \int_0^t p_{zp}(\tau) \frac{\sin \omega_{1p}(t-\tau)}{\omega_{1p}} d\tau; \\ \psi_p(t) &= \frac{T^2}{\rho_p I_p} \int_0^t M_{xp}(\tau) \frac{\sin \omega_{2p}(t-\tau)}{\omega_{2p}} d\tau, \end{aligned} \right. \quad (8)$$

$$\text{где } \omega_{1p} = \sqrt{\frac{E_p T^2}{\rho_p R_p^2}}, \quad \omega_{2p} = \sqrt{\frac{E_p I_z T^2}{\rho_p I_p R_p^2}}, \quad M_{xp}(t) = \frac{h_p}{2} p_{xp}(t).$$

Условия контакта предполагают отсутствие проскальзывания ребра на поверхности оболочки. Предполагается, что ширина зоны контакта оболочки с ребром по сравнению с длиной оболочки мала, поэтому условия контакта можно записать, как следующие:

$$w_p(t) = \frac{l}{l_p} \int_{\xi_p}^{\xi_p + (l_p/l)} w(\xi; t) d\xi;$$

$$u_p(t) - \frac{h_p}{2} \psi_p(t) = \frac{l}{l_p} \int_{\xi_p}^{\xi_p + (l_p/l)} \left( u(\xi; t) + \frac{h}{2} \psi(\xi; t) \right) d\xi. \quad (9)$$

Для решения полученных из условий контакта (9) интегральных уравнений *типа Вольтерра* воспользуемся одним из приближенных методов решения, основанным на замене интегралов конечными суммами [1]. Полученную систему алгебраических уравнений представим в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_z & \mathbf{A}_x \\ \mathbf{B}_z & \mathbf{B}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p}_z \\ \mathbf{p}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_Q \mathbf{Q} \\ \mathbf{B}_Q \mathbf{Q} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Неизвестные контактные силы  $p_z$  и  $p_x$  найдем методом Крамера, используя также и *метод регуляризации А.Н. Тихонова* (в силу некорректности решаемой задачи):

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_z &= \left[ (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_z)^T (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_z) + \alpha \mathbf{C} \right]^{-1} \times \\ &\quad \times (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_z)^T (\mathbf{B}_x \mathbf{A}_Q \mathbf{Q} - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_Q \mathbf{Q}); \\ \mathbf{p}_x &= \left[ (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_z)^T (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_z) + \alpha \mathbf{C} \right]^{-1} \times \\ &\quad \times (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_x - \mathbf{A}_x \mathbf{B}_z)^T (\mathbf{A}_z \mathbf{B}_Q \mathbf{Q} - \mathbf{B}_z \mathbf{A}_Q \mathbf{Q}). \end{aligned} \quad (11)$$

Определив неизвестные функции  $p_z$  и  $p_x$ , входящие в (6), на основе (3) можно рассчитать значения радиальных прогибов, осевых перемещений и углов поворота в любой точке оболочки с течением времени.

При численных расчетах использовались следующие исходные данные:  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Па;  $\nu = 0.3$ ;  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>;  $k' = 0.913$  м;  $l = 1.5$  м;  $a = 0.3$  м;  $h = 0.043$  м;  $E_p = 2.1 \cdot 10^{11}$  Па;  $\nu_p = 0.3$ ;  $\rho_p = 7800$  кг/м<sup>3</sup>;  $\xi_p = 0.45$ ;  $l_p = 0.15$  м;  $h_p = 0.15$  м; интенсивность возмущающей нагрузки  $q = 10^5$  Н, нагрузка равномерно распределенная, во времени действует по *закону синуса* в течение одного полу периода.

На рис. 2 – 4 представлены графики изменения во времени кинематических характеристик оболочки в точке, соответствующей  $\xi = 0,5$ . Сплошной кривой отвечает случай наличия концентрического ребра жесткости на оболочке, пунктирной кривой – случай, когда на оболочке нет ребра.

Для проверки достоверности полученных результатов было произведено сопоставление с результатами, полученными методом конечных элементов. На рис. 5 сплошной кривой отвечают радиальные перемещения точки оболочки при  $\xi = 0,5$ , рассчитанные аналитически, пунктирной кривой – значения, полученные с использованием метода конечных элементов.

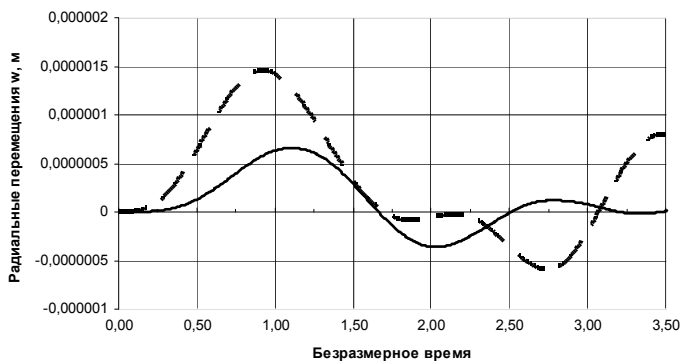


Рис. 2 – Графики радиальных перемещений точки оболочки  $\xi = 0,5$ .

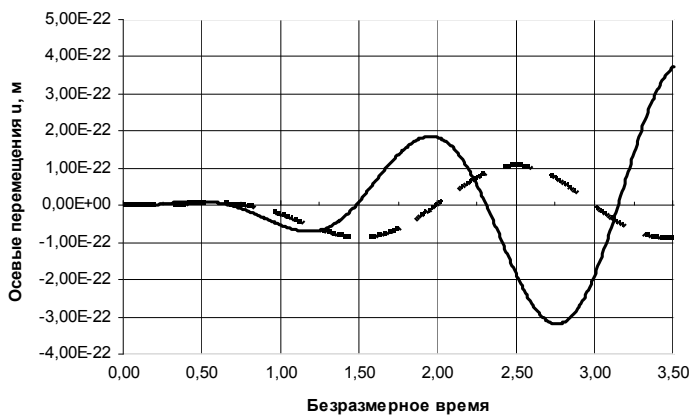


Рис. 3 – Графики осевых перемещений точки оболочки  $\xi = 0,5$ .

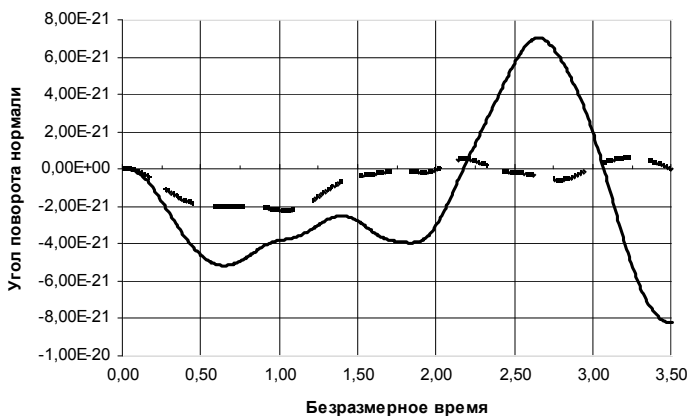


Рис. 4 – Графики углов поворота нормали к срединной поверхности в точке  $\xi = 0,5$ .

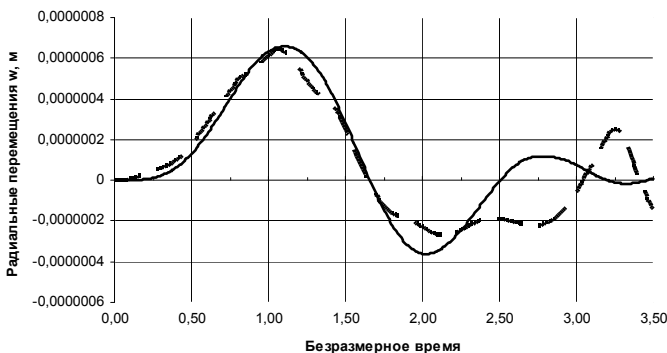


Рис. 5 – Графики радиальных перемещений точки оболочки  $\xi = 0,5$ .

**Решение обратной задачи.** Решение поставленной задачи заключается в решении системы интегральных уравнений, которая включает уравнения контакта ребра с оболочкой и уравнение, определяющее одну из кинематических характеристик (радиальное перемещение, осевое перемещение, угол поворота нормали к срединной поверхности оболочки).

Произведем поиск неизвестного динамического воздействия с использованием информации о радиальных перемещениях в точке  $\xi_s$ , полученных ранее при решении прямой задачи.

$$\left\{ \begin{aligned} & \int_0^t \left[ P_z(t) \frac{T^2 l_p}{\rho_p F_p} \frac{\sin \omega_{1p}(t-\tau)}{\omega_{1p}} - \frac{l}{l_p} \int_0^t \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^3 \left[ \frac{B_{rk}^* Q(t) + C_{rk}^* P_x(t) + D_{rk}^* P_z(t)}{A_{rk}^*} \right] \times \right. \\ & \left. \times \sin \sqrt{|y_{rk}|} (t-\tau) \frac{\cos k\pi \xi_p - \cos k\pi (\xi_p + l_p/l)}{k\pi} \right] d\tau = 0; \\ & \int_0^t \left[ P_x(t) \frac{T^2 l_p}{\rho_p} \left( \frac{t-\tau}{F_p} - \frac{h_p^2}{4 \cdot I_p} \frac{\sin \omega_{2p}(t-\tau)}{\omega_{2p}} \right) - \frac{l}{l_p} \times \right. \\ & \left. \times \int_0^t \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{r=1}^3 \left[ \frac{(E_{rk}^* + h/2 \cdot H_{rk}^*) Q(t) + (F_{rk}^* + h/2 \cdot I_{rk}^*) P_x(t) + (G_{rk}^* + h/2 \cdot J_{rk}^*) P_z(t)}{A_{rk}^*} \right] \times \right. \\ & \left. \times \sin \sqrt{|y_{rk}|} (t-\tau) \frac{\sin k\pi (\xi_p + l_p/l) - \sin k\pi \xi_p}{k\pi} \right] d\tau = 0; \\ & \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t \sum_{r=1}^3 \frac{B_{rk}^* Q(t) + C_{rk}^* P_x(t) + D_{rk}^* P_z(t)}{A_{rk}^*} \sin \sqrt{|y_{rk}|} (t-\tau) d\tau \cdot \sin k\pi \xi_s = w_s(t). \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Систему интегральных уравнений Вольтера относительно неизвестных  $Q$ ,  $p_x$ ,  $p_z$  решим численно. При решении, как и ранее, воспользуемся одним из численных способов решения уравнений Вольтерра. В матричном ви-



де система алгебраических уравнений может быть записана следующим образом:

$$\begin{bmatrix} -A_Q & A_x & A_z \\ -B_Q & B_x & B_z \\ C_Q & C_x & C_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ p_x \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_s(t) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Для поиска неизвестного внешнего нагружения матричное уравнение (13) будем решать методом Крамера. Для построения устойчивого решения воспользуемся методом регуляризации А. Н. Тихонова. График изменения найденного внешнего воздействия (сплошная кривая) в сопоставлении с графиком внешней нагрузки (пунктирная кривая), заданной при определении  $w_s(t)$ , представлен на рис. 6.

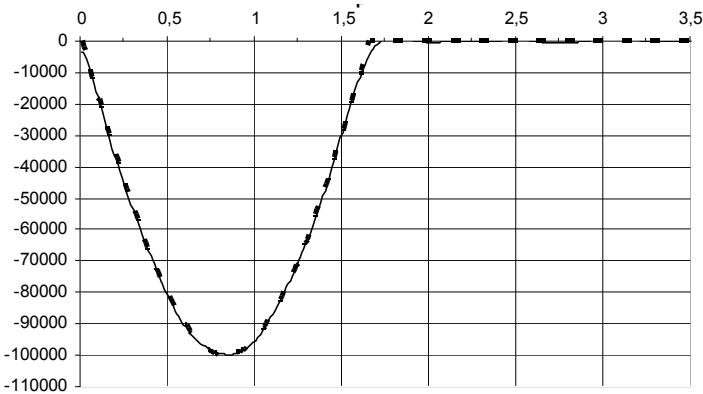


Рис. 6 – Графики внешней заданной и найденной нагрузок.

**Выводы.** В данной статье рассмотрен метод поиска неизвестного нагружения, воздействующего на шарнирно-опертую оболочку, подкрепленную концентрическими ребрами жесткости. Как видно из рис. 6, используемый подход позволяет получить информацию о неизвестном нестационарном нагружении с достоверностью, достаточной для инженерных расчетов.

Следует отметить, что, используя аналогичный подход, можно получить решение задачи для оболочки с произвольным количеством ребер жесткости  $n$ . В этом случае из условий контакта вида (9) необходимо определить  $2n$  контактных усилий.

**Список литературы:** 1. Янютин Е.Г. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций / Е.Г. Янютин., И.В. Янчевский, А.В. Воропай, А.С. Шарапата // Монография. – Харьков: ХНАДУ, – 2004. – 392 с. 2. Кохманюк С.С., Янютин Е.Г., Романенко Л.Г. Колебания деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках. – К.: Наук. думка, 1980. – 232 с. 3. Григोलюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. – М.: ВИНТИ, 1973. – 272 с. 4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 720 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Janjutin, Je. G., et al. *Zadachi impul'snogo deformirovanija elementov konstrukcij*. Kharkov: KhNADU, 2004. Print. 2. Kohmanjuk, S. S., Je. G. Janjutin and L. G. Romanenko. *Kolebanija deformirujemih sistem pri impul'snih i podvizgnih nagruzkah*. Kiev: Naukova Dumka, 1980. Print. 3. Grigoljuk, E. I., and I. T. Selezov. *Neklasicheskie teorii kolebanija sterzhnej, plastin i oboloček*. Moscow: VINITI, 1973. Print. 4. Bronshtejn, I. N., and K. A. Semendjajev. *Spravochnik po matematike dlja inzhenerov i uchashhishja vtuzov*. Moscow: Nauka. Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoi literatury, 1981. Print.

*Надійшло (received) 06.10.2014*

УДК 656.073:622.611

**I. В. КОЗИНА**, канд. техн. наук, доц., ДВНЗ «НГУ», Дніпропетровськ

## **АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТРАНСПОРТУВАННЯ ДОПОМІЖНИХ ВАНТАЖОПОТОКІВ У ВУГІЛЬНИХ ШАХТАХ**

Вирішуються питання розробки математичної моделі переміщення транспортних засобів при мінімальних витратах енергії для доставлення необхідних матеріалів і устаткування з околотвольного двору до вибоїв шахт або перекидання їх з одного вибою в інший. Математична модель запропонована на основі методу Флойда-Уоршелла знаходження найкоротших шляхів за умови зміни характеристики траси і обсягів вантажів, що доставляються в підготовчі вибої вугільних шахт. Для порівняння результатів моделювання за методом Флойда-Уоршелла виконано розрахунок маршруту доставки вантажів з урахуванням його фізичних властивостей на основі методу Декстри. Зроблено висновки і виконано аналіз відповідних варіантів і схем транспортування для знаходження оптимального маршруту на основі відповідних методів.

**Ключові слова:** транспортування матеріалів та обладнання, підготовчі вибої шахт, допоміжні вантажопотоки, управління процесами транспорту.

**Вступ і аналіз останніх досліджень.** Одними з основних причин, що впливають на продуктивність підземного видобутку корисної копалини, є експлуатаційні характеристики транспортних засобів і системи транспортних служб.

Недостатньо гнучке управління процесами транспортування шахтних вантажопотоків знижує продуктивність вугледобувних підприємств.

Значним елементом системи управління вугільної шахти є підсистема диспетчерського управління, яка забезпечує ефективність контролю процесів доставки внутрішньошахтних вантажопотоків.

Автоматизовані системи диспетчерського управління сучасних шахт дозволяють застосовувати транспортну модель при розгляді низки практичних ситуацій, наявних в компетенції гірничого диспетчера.

У результаті виконання аналізу алгоритмів автоматизованих систем диспетчерського управління вугільних шахт та існуючих моделей управління процесами доставки вантажів внутрішньошахтним транспортом у підготовчі вибої було виявлено, що більшість з них не дозволяють враховувати всього

© I. В. Козіна, 2014