

whose centers are located in the corners of a square is investigated. The material is subjected to uniaxial or biaxial tension applied at the infinity, and the pores are free from load. Displacement field is constructed using the generalized Fourier method. The numerical analysis of the stress distribution on the lines connecting the centers of pores depending on the geometric parameters of the problem is carried out.

Key words: generalized Fourier method, porous material, the stress-strain state, spheroidal cavity, addition theorems.

УДК 534.1

В.П. ОЛЬШАНСКИЙ, д-р. физ.-мат. наук, проф., ХНТУСХ, Харьков;
С.В. ОЛЬШАНСКИЙ, канд. физ.-мат. наук, доц., НТУ «ХПИ»

ВБК – ПРИБЛИЖЕНИЕ В РАСЧЁТАХ КОЛЕБАНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА ЛИНЕЙНО-ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ С СУХИМ ТРЕНИЕМ

Методом ВБК построены приближённые формулы для вычисления амплитуд затухающих колебаний осциллятора линейно-переменной массы с сухим трением. Проведено сравнение результатов, полученных без учёта реактивной силы с помощью предложенных формул и путём численного интегрирования исходного дифференциального уравнения движения. Подтверждена состоятельность ВБК – метода в рассматриваемом классе задач.

Ключевые слова: осциллятор, линейно-переменная масса, сухое трение, ВБК – метод.

Введение. В технике часто используют механизмы со звеньями, масса или жёсткость которых изменяется в процессе работы механизма. Динамическому расчёту таких механизмов посвящены монографии [1], [2], в которых рассматривали варианты монотонного (непериодического) изменения параметров звеньев во времени. Это направление исследований получило мощное развитие в общей теории механических колебаний [3], [4], [5], [6]. В этих публикациях разрабатывали и использовали различные, в первую очередь асимптотические, методы аналитического решения дифференциальных уравнений движения с переменными коэффициентами. В дополнение к ним, здесь предлагается для расчёта колебаний осциллятора переменных параметров использовать *ВБК–метод* [7], который давно распространён в физических исследованиях [8]. В механике этим методом решены различные задачи в [9], [10].

Целью данной статьи является вывод и апробация приближённых формул для расчёта амплитуд затухающих колебаний системы с одной степенью свободы при действии силы сухого трения.

Средством достижения цели выбран ВБК – метод. Аналогично [1], далее различаем варианты силы трения с постоянной амплитудой и с амплитудой, пропорциональной массе осциллятора.

Колебания при действии силы трения постоянной величины. Их описываем дифференциальным уравнением

$$(m_0 + \delta t)\ddot{x} + cx = -F_T \text{sign}(\dot{x}). \quad (1)$$

Здесь m_0 – начальная масса осциллятора; δ – скорость изменения массы во времени t ; F_T – сила трения; $x = x(t)$ – перемещение осциллятора вдоль координатной оси Ox , показанной на рис. 1; c – коэффициент жёсткости пружины; точкой над x обозначены производные по t .

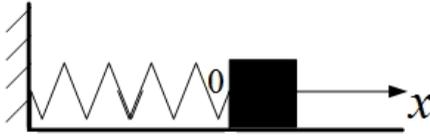


Рис. 1 – Расчётная схема.

Уравнение (1) дополняем начальными условиями

$$x(0) = x_0 < 0; \dot{x}(0) = 0, \quad (2)$$

то есть рассматриваем движение, вызванное начальным отклонением x_0 , таким что

$$c|x_0| > F_T.$$

Во время первого размаха, в выбранной системе отсчёта, $\dot{x} > 0$, поэтому уравнение (1) принимает вид

$$(m_0 + \delta t)\ddot{x} + cx = -F_T. \quad (3)$$

Его частным решением есть

$$x_r = -F_T / c. \quad (4)$$

Однородное уравнение, соответствующее (3), решаем приближённо методом ВБК [9], его представляем суммой

$$x_0(t) = \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{1/2} [a_1 \cos(\eta - \eta_0) + a_2 \sin(\eta - \eta_0)], \quad (5)$$

в которой $\eta_0 = \frac{2}{|\delta|} \sqrt{cm_0}$; $\eta = \eta_0 \sqrt{1 + \frac{\delta t}{m_0}}$; a_1, a_2 – произвольные множители.

Постоянные a_1 и a_2 , в общем решении уравнения (1)

$$x(t) = x_0(t) + x_r,$$

находим, удовлетворяя начальным условиям (2). Учитывая (4) и (5), получаем

$$x(t) = \left(x_0 + \frac{F_T}{c}\right) \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{1/2} \left[\cos(\eta - \eta_0) - \frac{1}{2\eta_0} \sin(\eta - \eta_0) \right] - \frac{F_T}{c}; \quad (6)$$

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{x_0 + F_T c^{-1}}{2\sqrt{\eta_0 \eta}} \left[\left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right) \cos(\eta - \eta_0) - \left(2\eta + \frac{1}{2\eta_0}\right) \sin(\eta - \eta_0) \right].$$

Во время остановки в конце первого размаха $dx/d\eta = 0$. Для вычисления времени остановки, согласно (6), следует найти наименьший положительный корень $\eta = \eta_1$ трансцендентного уравнения

$$\left(1 - \frac{\eta_1}{\eta_0}\right) \cos(\eta_1 - \eta_0) - \left(2\eta_1 + \frac{1}{2\eta_0}\right) \sin(\eta_1 - \eta_0) = 0. \quad (7)$$

Определяя этот корень приближённо, принимаем, что

$$\eta_1 - \eta_0 = \pi_* + \varepsilon_1, \quad (8)$$

причём $\varepsilon_1 \ll 1$; $\pi_* = \pi \operatorname{sign}(\delta)$.

При малом значении ε_1 :

$$\cos(\eta_1 - \eta_0) \approx -1; \quad \sin(\eta_1 - \eta_0) \approx -\varepsilon_1. \quad (9)$$

Подставив (9) в (7), после отбрасывания слагаемых степени ε_1^2 и выше, получаем линейное уравнение относительно ε_1 , из которого находим

$$\varepsilon_1 = -\frac{\pi_*}{2\eta_0^2 + 2\pi_*\eta_0 + 1,5}.$$

Далее, с помощью (6) и (9), определяем амплитуду колебаний $|x_1|$ в конце первого размаха

$$|x_1| = \left(|x_0| - \frac{F_T}{c}\right) \sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_0}} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{2\eta_0}\right) - \frac{F_T}{c}.$$

Обобщая это решение, приходим к формуле амплитуды колебаний в конце k -го размаха

$$|x_k| = \left(|x_{k-1}| - \frac{F_T}{c}\right) y_k - \frac{F_T}{c}. \quad (10)$$

$$\text{Здесь } y_k = \sqrt{\frac{\eta_k}{\eta_{k-1}}} \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{2\eta_{k-1}}\right); \quad \varepsilon_k = -\frac{\pi_*}{2\eta_{k-1}^2 + 2\pi_*\eta_{k-1} + 1,5};$$

$$\eta_0 = \frac{2}{|\delta|} \sqrt{cm_0}; \quad \eta_1 = \eta_0 + \pi_* + \varepsilon_1; \quad \eta_k = \eta_{k-1} + \pi_* + \varepsilon_k.$$

Таким образом, расчёты амплитуд размахов по формуле (10) сводится к их последовательному вычислению: $|x_1|, |x_2|, |x_3|, \dots$

Определение амплитуд несколько упрощается, если положить $\varepsilon_k = 0$. Тогда в формуле (10)

$$y_k = \left(1 + \frac{\pi_*}{\eta_0 + (k-1)\pi_*}\right)^{1/2}. \quad (11)$$

При $\eta_{k-1} \gg \pi$ такое упрощение не вносит существенных погрешностей в расчёты.

В случае осциллятора постоянной массы ($\delta \rightarrow 0; y_k \rightarrow 1$), формула (10) переходит в известное рекуррентное соотношение

$$|x_k| = |x_{k-1}| - \frac{2F_T}{c}.$$

Амплитуду $|x_k|$ можно также выразить через начальное отклонение осциллятора $|x_0|$. Преобразовав (10), получаем

$$|x_k| = \left(|x_0| - \frac{F_T}{c} \right) \prod_{j=1}^k y_j - \frac{2F_T}{c} \Phi(y_k) - \frac{F_T}{c}. \quad (12)$$

Здесь

$$\Phi(y_1) = 0; \Phi(y_2) = y_2; \Phi(y_3) = (y_2 + 1)y_3; \Phi(y_4) = ((y_2 + 1)y_3 + 1)y_4;$$

$$\Phi(y_k) = (\Phi(y_{k-1}) + 1)y_k = \left(\left(\left(\left((y_2 + 1)y_3 + 1 \right) y_4 + 1 \right) y_5 + \dots \right) + 1 \right) y_k.$$

Далее несложно вычислить начальное отклонение, при котором осциллятор переменной массы совершает k размахов. Такое отклонение равно

$$|x_0| = \frac{F_T}{c} \left\{ \frac{2}{\prod_{j=1}^k y_j} [\Phi(y_k) + 1] + 1 \right\}. \quad (13)$$

В случае осциллятора постоянных параметров:

$$y_j = 1; \prod_{j=1}^k y_j = 1; \Phi(y_k) = k - 1$$

и формула (13) переходит в известное выражение

$$|x_0| = \frac{F_T}{c} (2k + 1).$$

Расчёт по формуле (13) существенно упрощается, если для вычисления y_k применять (11).

Таблица 1 – Амплитуды колебаний осцилляторов возрастающей и убывающей массы при $F_T = const$

k	значения $100 x_k $, м, при $\delta \geq 0$			значения $100 x_k $, м, при $\delta < 0$	
	$\delta = 0$	$\delta = 1,5$ кг/с	$\delta = 2$ кг/с	$\delta = -1,5$ кг/с	$\delta = -2$ кг/с
1	5,550	5,639	5,669	5,459	5,429
2	4,950	5,118	5,173	4,777	4,718
3	4,350	4,587	4,665	4,103	4,019
4	3,750	4,047	4,143	3,438	3,331
5	3,150	3,498	3,610	2,783	2,656
6	2,550	2,940	3,066	2,137	1,994
7	1,950	2,374	2,511	1,503	1,348
8	1,350	1,800	1,946	0,879	0,717
9	0,750	1,219	1,371	0,267	0,104
10	0,150	0,630	0,787	–	–
11	–	0,337	0,194	–	–

Используя (12), рассмотрим убывание амплитуд колебаний, когда $m_0 = 3 \text{ кг}$; $c = 1962 \text{ Н/м}$; $F_T = 5,886 \text{ Н}$; $|x_0| = 0,0615 \text{ м}$; а $\delta = \pm 1,5$ или $\pm 2 \text{ кг/с}$. Вычисленные по (12) значения $|x_k|$ записаны в табл. 1.

Цифры 1, 2 на рис. 2 соответствуют значениям $\delta = 1,5; 2 \text{ кг/с}$, а на рис. 3 – $\delta = -1,5; -2 \text{ кг/с}$.

Если при указанных исходных данных осциллятор постоянных параметров совершит 10 размахов, то в осцилляторе возрастающей массы их будет больше, а у осциллятора убывающей массы – меньше. Это согласуется с графиками перемещений осциллятора, представленными на рис. 2 и рис. 3.

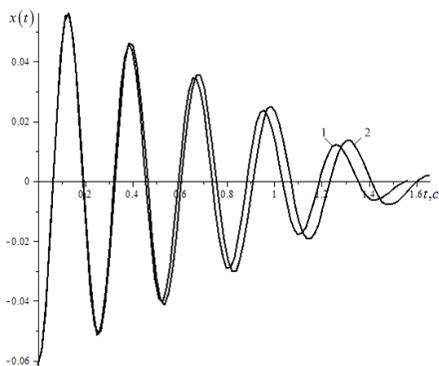


Рис. 2 – Перемещения осциллятора при возрастании массы

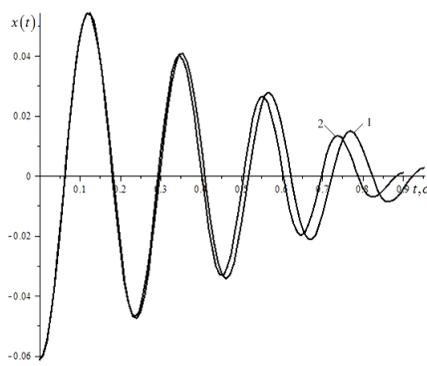


Рис. 3 – Перемещения осциллятора при убывании массы.

Графики $x(t)$ при указанных выше исходных данных получены численным интегрированием уравнения (1).

Таблица 2 – Значения начального отклонения $|x_0|$ при разных k и δ

k	значения $100 x_k $, м, при $\delta > 0$			$100 x_k $, м, при $\delta < 0$	
	$\delta = 0 \text{ кг/с}$	$\delta = 1 \text{ кг/с}$	$\delta = 2 \text{ кг/с}$	$\delta = -1 \text{ кг/с}$	$\delta = -2 \text{ кг/с}$
5	3,300	3,213	3,134	3,398	3,508
6	3,900	3,779	3,672	4,038	4,199
7	4,500	4,340	4,201	4,687	4,910
8	5,100	4,896	4,721	5,341	5,641
9	5,700	5,448	5,234	6,007	6,396
10	6,300	5,994	5,740	6,680	7,177
11	6,900	6,536	6,238	7,362	7,987
12	7,500	7,074	6,729	8,052	8,828

В табл. 2 записаны начальные отклонения $|x_0|$, при которых осциллятор совершает заданное количество размахов k . Расчёты проведены по формуле (13). Вычисления показывают, что заданное число размахов осциллятор воз-

растающей массы совершает при меньшем значении $|x_0|$, чем осциллятор убывающей массы.

Колебания осциллятора при действии силы трения, пропорциональной переменной массе. Их моделируем дифференциальным уравнением

$$(m_0 + \delta t)\ddot{x} + cx = -fg(m_0 + \delta t)\text{sign}(\dot{x}), \quad (14)$$

при начальных условиях (2).

В (14) f – коэффициент трения скольжения; g – ускорение свободного падения.

При движении во время первого размаха, вызванным начальным отклонением $x_0 < 0$, производная $\dot{x} > 0$, и вместо (14) решаем уравнение

$$(m_0 + \delta t)\ddot{x} + cx = -fg(m_0 + \delta t). \quad (15)$$

Частным решением (15) является

$$x_r = -\frac{fg}{c\lambda^2}\eta^2, \quad \lambda = \frac{2}{|\delta|}\sqrt{c},$$

что, совместно с (5), приводит к общему решению

$$x(t) = \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^{1/2} [a_1 \cos(\eta - \eta_0) + b_1 \sin(\eta - \eta_0)] - \frac{fg}{c\lambda^2}\eta^2. \quad (16)$$

Его производная равна

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{1}{2\sqrt{\eta\eta_0}} [(a_1 + 2\eta b_1) \cos(\eta - \eta_0) + (b_1 - 2\eta a_1) \sin(\eta - \eta_0)] - 2\frac{fg}{c\lambda^2}\eta. \quad (17)$$

Подставив (16) и (17) в (2), находим произвольные постоянные a_1 и b_1 :

$$a_1 = x_0 + \frac{fgm_0}{c}; \quad b_1 = \frac{1}{2\eta_0} \left(\frac{3fgm_0}{c} - x_0 \right).$$

Из (17) следует, что для вычисления времени остановки в конце первого размаха нужно найти наименьший положительный корень $\eta = \eta_1$ трансцендентного уравнения

$$(a_1 + 2\eta_1 b_1) \cos(\eta_1 - \eta_0) + (b_1 - 2\eta_1 a_1) \sin(\eta_1 - \eta_0) = \frac{4fgm_0}{c} \left(\frac{\eta_1}{\eta_0} \right)^{3/2}. \quad (18)$$

Этот корень представляем суммой

$$\eta_1 = \eta_0 + \pi_* + s_1. \quad (19)$$

Считая малым параметр s_1 , вводим приближения:

$$\cos(\eta - \eta_0) \approx -1; \quad \sin(\eta - \eta_0) \approx -s_1. \quad (20)$$

Подставив (19) и (20) в (18), после отбрасывания слагаемых высшего порядка малости, получаем линейное уравнение, из которого находим

$$s_1 = -\frac{a_1 + 2b_1(\eta_0 + \pi_*) + A_1}{3b_1 - 2a_1(\eta_0 + \pi_*) + 1,5\frac{A_1}{\eta_0 + \pi_*}}. \quad (21)$$

Здесь $A_1 = \frac{4fgm_0}{c} \left(1 + \frac{\pi_*}{\eta_0}\right)^{3/2}$.

Далее подставив (19) и (20) в (16), с учётом (21), выводим формулу отклонения осциллятора в конце первого размаха:

$$|x_1| = \left(1 + \frac{\pi_* + s_1}{\eta_0}\right)^{1/2} \left[|x_0| - \frac{fgm_0}{c} - \frac{s_1}{2\eta_0} \left(\frac{3fgm_0}{c} + |x_0|\right)\right] - \frac{fgm_0}{c} \left(1 + \frac{\pi_* + s_1}{\eta_0}\right)^2.$$

Обобщая это решение, для вычисления амплитудного отклонения $|x_k|$, в конце k -го размаха, получаем рекуррентное соотношение

$$|x_k| = \left(1 + \frac{\pi_* + s_k}{\eta_{k-1}}\right) \left[|x_{k-1}| - \frac{fgm_{k-1}}{c} - \frac{s_k}{2\eta_{k-1}} \left(\frac{3fgm_{k-1}}{c} + |x_{k-1}|\right)\right] - \frac{fgm_{k-1}}{c} \times \left(1 + \frac{\pi_* + s_k}{\eta_{k-1}}\right)^2. \quad (22)$$

В нём $s_k = -\frac{a_k + 2b_k(\eta_{k-1} + \pi_*) + A_k}{3b_k - 2a_k(\eta_{k-1} + \pi_*) + 1,5\frac{A_k}{\eta_{k-1} + \pi_*}}$;

$$A_k = \frac{4fgm_{k-1}}{c} \left(1 + \frac{\pi_*}{\eta_{k-1}}\right)^{3/2}; \quad a_k = \frac{fgm_{k-1}}{c} - |x_{k-1}|; \quad b_k = \frac{1}{2\eta_{k-1}} \left(\frac{3fgm_{k-1}}{c} + |x_{k-1}|\right);$$

$$m_k = m_0 \left(\frac{\eta_k}{\eta_0}\right)^2; \quad \eta_0 = \frac{2}{|\delta|} \sqrt{cm_0}; \quad \eta_1 = \eta_0 + \pi_* + s_1, \dots, \quad \eta_k = \eta_{k-1} + \pi_* + s_k.$$

Используя изложенный алгоритм, по известным $m_0, |x_0|$ и η_0 на первом шаге ($k=1$) надо последовательно вычислить $a_1, b_1, A_1, s_1, \eta_1, m_1$ и $|x_1|$. На втором шаге ($k=2$), зная $m_1, |x_1|$ и η_1 , следует найти $a_2, b_2, A_2, s_2, \eta_2, m_2, |x_2|$ и в такой же последовательности реализовать следующие шаги.

Расчёт несколько упрощается, если положить $s_k = 0$. При таком упрощении:

$$|x_k| = \left(1 + \frac{\pi_*}{2\eta_{k-1}}\right) |x_{k-1}| - \frac{2fg}{c} \left(\frac{\eta_{k-1}}{\lambda}\right)^2 \left(1 + \frac{5}{4} \frac{\pi_*}{\eta_{k-1}}\right); \quad (23)$$

$$\eta_{k-1} = \eta_0 + (k-1)\pi_*.$$

Погрешности формулы (23) оказываются небольшими, когда в процессе расчёта $\eta_k \gg \pi$.

С целью апробации полученных формул, проведены вычисления $|x_k|$

при $m_0 = 3 \text{ кг}$; $c = 1962 \text{ Н/м}$; $f = 0,3$; $|x_0| = 0,0615 \text{ м}$; и $\delta = \pm 2,5 \text{ кг/с}$. Результаты расчётов записаны в табл. 3.

Таблица 3 – Значения $|x_k|$ вычисленные двумя способами

k	100 $ x_k $, м, при $\delta = 2,5 \text{ кг/с}$		100 $ x_k $, м, при $\delta = -2,5 \text{ кг/с}$	
	форм. (22)	форм. (23)		форм. (22)
1	5,347	5,350	5,147	5,150
2	4,420	4,425	4,250	4,256
3	3,364	3,371	3,453	3,461
4	2,174	2,181	2,750	2,760
5	0,845	0,852	2,137	2,148
6	0,618	0,623	1,606	1,619
7	–	–	1,153	1,167
8	–	–	0,773	0,786
9	–	–	0,459	0,473
10	–	–	0,207	0,219
11	–	–	0,125	0,022

В целом расхождения результатов расчёта по формулам (22) и (23) небольшие, за исключением малых амплитуд колебаний осциллятора убывающей массы.

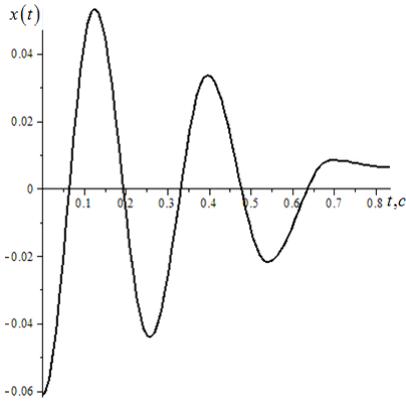


Рис. 4 – Перемещения осциллятора при возрастании массы.

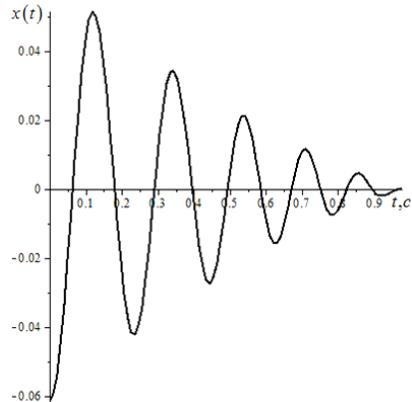


Рис. 5 – Перемещения осциллятора при убывании массы.

Анализ чисел в табл. 3 показывает, что при возрастании массы колебания затухают более быстро, чем при её убывании. В случае возрастания массы количество размахов вибратора до полной остановки равно шести. Это меньше, чем в случае убывания массы, что объясняется возрастанием силы трения с увеличением массы.

Число размахов n_* осциллятора постоянных параметров легко определить по приближённой формуле

$$n_* \approx \text{целая часть} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{cx_0}{fm_0g} + 0,999999 \right) \right]$$

и для принятых числовых данных $n_* = 7$. Как видим, при возрастании массы осциллятора число размахов меньше n_* , а при убывании массы их больше n_* .

На рис. 4 и 5 показаны графики $x(t)$, полученные численным интегрированием уравнения (1) для указанных выше исходных данных. Сопоставление амплитуд колебаний, представленных в табл. 3 и на рис. 4 и 5, позволяет сделать вывод о хорошем согласовании результатов расчёта двумя методами. ВБК – метод приводит к достаточно точным расчётным формулам.

Выводы. Применение ВБК–метода позволило, не прибегая к специальным функциям, построить приближённые формулы для расчёта амплитуд затухающих колебаний осциллятора линейно-переменной массы с сухим трением. Сравнение с результатами численного интегрирования исходного нелинейного дифференциального уравнения подтвердило хорошую точность ВБК – приближения.

Список литературы: 1. Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев / А.П. Бессонов – М.: Наука, 1967. – 267 с. 2. Cveticanin L. Dynamics of Machines with Variable Mass. / L. Cveticanin. Taylor & Francis Ltd, 1998. – 300 p. 3. Митропольский Ю.А. Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах / Ю.А. Митропольский. – К.: Изд-во АН УССР, 1955. – 283 с. 4. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. / А.П. Филиппов. – М. Машиностроение, 1970. – 736 с. 5. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974 – 504 с. 6. Голоскоков Е.Г. Нестационарные колебания деформируемых систем / Е.Г. Голоскоков, А.П. Филиппов. – К.: Наукова думка, 1977. – 340 с. 7. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1976. – 576 с. 8. Фреман Н. ВБК – приближение / Н. Фреман, П.У. Фреман. – М.: Мир, 1967. – 166 с. 9. Образцов И.Ф. Асимптотические методы в строительной механике тонкостенных конструкций / И.Ф. Образцов, Б.В. Нерубайло, И.В. Адрианов. – М. Машиностроение, 1991. – 416 с. 10. Найфэ А. Методы возмущений / А. Найфэ – М.: Мир, 1984. – 456 с.

Поступила в редколлегию 10.01.2014

УДК 534.1

ВБК – приближение в расчётах колебаний осциллятора линейно-переменной массы с сухим трением / В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технології. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – № 6 (1049). – С. 160 – 169. Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2222-0631.

Методом ВБК побудовано наближені формули для обчислення амплітуд затухаючих коливань осцилятора лінійно-змінної маси з сухим тертям. Проведено порівняння результатів, отриманих без урахування реактивної сили за допомогою запропонованих формул і шляхом числового інтегрування вихідного диференціального рівняння руху. Підтверджено спроможність ВБК – метода в розглянутому класі задач.

Ключові слова: осцилятор, лінійно-змінна маса, сухе тертя, ВБК - метод.

UDC 534.1

WBK – approximation for calculation of linearly variable mass oscillator with dry friction / V. P. Olshanskii, S. V. Olshanskii // Bulletin of National Technical University NTU «KhPI» Series:

Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – № 6 (1049). – pp. 160 – 169. Bibliog.: 10 titles. – ISSN 2222-0631.

The WBK-method was used to derive approximate formula for calculating amplitudes of a damped linearly variable mass oscillator with dry friction. The results obtained using the proposed formulas while ignoring the reactive power and those of numerical integration of the original differential equations of motion were compared. Consistency of the WBK-method for this class of problems was confirmed.

Key words: an oscillator, linear-variable mass, dry friction, WBK – method.

УДК 621.43.013.6

В.В. ПИЛЬОВ, аспірант, НТУ «ХПІ»

УДОСКОНАЛЕННЯ ОПИСУ ЗНОСУ ПАЛИВНИХ СТРУМЕНІВ ТАНГЕНЦІЙНИМ ВИХОРОМ РОБОЧОГО ТІЛА В ОБ'ЄМІ КАМЕРИ ЗГОРЯННЯ ДИЗЕЛЯ

Запропоновано вдосконалення способу врахування вихоревого руху робочого тіла в камері згоряння дизеля у відомій моделі робочого процесу проф. М. Ф. Розлейцева. Досягнуто уточнення траєкторій руху вершин паливних струменів, часу досягнення ними стінки камери згоряння, точок їх контакту з останньою.

Ключові слова: двигун внутрішнього згоряння, моделювання робочого процесу дизеля, вихор робочого тіла, камера згоряння дизеля, розвиток паливного струменя, деформація траєкторії, точка контакту струменю зі стінкою

Постановка проблеми. Якість протікання робочого процесу двигуна внутрішнього згоряння у значній мірі впливає на показники його економічності та екологічності. В свою чергу, одним із важливих факторів, що зумовлюють вигляд характеристики випаровування палива у камері згоряння, а через неї тепловиділення та робочого процесу в цілому, виступає динаміка паливних факелів. При застосуванні частково-динамічної теплоізоляції поверхні поршнів, за умов об'ємно плівкового сумішоутворення, особливого значення набувають час досягнення паливними струменями стінки та геометрія утвореної на ній паливної плівки. Для їх визначення, наряду з впорскуванням палива та розвитком паливного струменя у стисненому середовищі, повинно здійснюватись моделювання зносу струменя вихором робочого тіла.

Аналіз публікацій. Серед нульвимірних математичних моделей робочого процесу дизеля, через свою достатню для практичних цілей точність при збереженні мінімальної ресурсоемності розрахункових досліджень, широко застосування набула модель, запропонована проф. М.Ф. Розлейцевим.

При сучасному стані її розвитку вплив вихору на розвиток паливних струменів у об'ємі камери згоряння здійснюється згідно наступних рівнянь [1, с. 29 – 30; 2, с. 57]. Тут швидкість тангенційного руху робочого тіла в то-