

С.И. БОГУЧАРСКИЙ, аспирант ХНУРЭ, Харьков

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ КОМБИНИРОВАННОГО ВЕКТОРНОГО КВАНТОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛУКОНТРОЛИРУЕМОГО ОБУЧЕНИЯ

Предложен метод полуконтролируемого обучения нейронных сетей векторного квантования, предназначенных для обработки больших массивов данных и, прежде всего, изображений. Особенностью развиваемого подхода является то, что данные на обработку последовательно подаются на входы нейросистемы в виде матриц. Введенные алгоритмы обучения характеризуются вычислительной простотой и высоким быстродействием.

Ключевые слова: матричные сигналы, изображение, обучение, самообучение, нейросистема, векторное квантование, последовательная обработка.

Введение. В задачах обработки и анализа больших массивов информации и, прежде всего, текстов и изображений самой различной природы достаточно широкое распространение получила техника *векторного квантования* [1, 2], позволяющая эффективно решать *задачи классификации, кластеризации, сегментации, компрессии* и тому подобные, и нашедшая свое воплощение в виде самоорганизующихся карт и нейронных сетей обучаемого векторного квантования [3, 4].

Основное отличие самоорганизующихся карт (SOM – Self-Organizing Map) от сетей обучаемого векторного квантования (LVQ – Learning Vector Quantization) состоит в принципах их обучения. При этом если SOM настраивает свои синаптические веса в процессе самообучения, когда нет никакой априорной информации о принадлежности образов обучающей выборки к тем или иным классам, то LVQ работает в режиме контролируемого обучения с учителем, при этом все данные обучающей выборки предварительно расклассифицированы (размечены). И хотя в результате обе нейросети решают одну и ту же задачу (установление принадлежности векторов-образов, подвергающихся обработке, к тому или иному классу) SOM в основном ориентирована на нахождение центров этих классов, а LVQ – на определение границ между этими же классами. В связи с этим представляется целесообразным объединить эти две задачи в рамках одной системы обработки информации.

Анализ состояния исследований и постановка задачи. При решении широкого круга практических задач приходится сталкиваться с ситуацией, когда часть данных обучающей выборки размечена, а об остальных образах нет данных об их принадлежности к тому или иному классу. В этом случае

приходится прибегать к так называемому *полуконтролируемому обучению* (semi-supervised learning) [5], реализуемому обычно на основе различных нейронных сетей, при этом было бы целесообразным обеспечить этот процесс на основе однотипных сетей, для чего наилучшим образом приспособлены архитектуры нейронных сетей *Т. Кохонена* [3].

Нейронная сеть *Т. Кохонена* имеет простую архитектуру и кроме нулевого (рецепторного) слоя содержит единственный слой нейронов, именуемый *слоем Кохонена* [6]. Каждый нейрон слоя *Кохонена* связан с каждым рецепторным узлом нулевого слоя прямыми связями и со всеми другими нейронами – поперечными латеральными связями. По этим латеральным связям обеспечивается возбуждение одних нейронов и торможение других. Благодаря такой организации связей как в *SOM*, так и в *LVQ*, каждый нейрон сети получает всю информацию об образе, поступившем на обработку, и порождает на своем единственном выходе соответствующий выходной сигнал. Далее в сети возникает так называемый *режим конкуренции*, в результате которой определяется единственный нейрон-победитель (winner), чей вектор синаптических весов наименее удален в смысле принятой метрики (обычно евклидовой) от входного вектора-образа.

Выходной сигнал нейрона-победителя по латеральным связям может возбуждать ближних нейронов-соседей и подавлять сигналы нейронов, далеко отстоящих от победителя. Таким образом, формируются однородные в некотором смысле группы нейронов, каждая из которых, описывает тот или иной класс в исходном массиве информации. Принципиальное отличие *SOM* от *LVQ* состоит лишь в принципах настройки их синаптических весов, при этом *SOM* оперирует с неразмеченной обучающей выборкой, а *LVQ* – с размеченной. Отсюда же вытекает и различие решаемых с помощью этих нейронных сетей задач: *SOM* – задачи кластеризации, сегментации, компрессии, *LVQ* – задачи классификации и распознавания образов.

Особенностью нейронных сетей *Кохонена*, как в прочем и большинства других сетей, является то, что информация подается на их входы в векторной форме и все операции, реализуемые системой, также описываются в терминах векторных пространств. В то же время существует достаточно широкий круг задач, прежде всего связанных с обработкой изображений, где информация задается в матричной форме, то есть требуется ее предварительное преобразование к векторным формам перед подачей в нейронную сеть.

В настоящее время существует ряд подходов к решению задач управления, фильтрации, идентификации, кластеризации с использованием матричных входных сигналов [7 – 10], в том числе и связанных с самообучением [10]. Определенную перспективу представляет распространение этих идей и на задачи полуконтролируемого обучения. Таким образом, целью работы является синтез комбинированной нейронной сети на основе архитектур *SOM* и *LVQ*, чьи синаптические веса должны настраиваться на основе принципов полуконтролируемого обучения, включающего в себя как самообучение, так

и обучение с учителем. При этом, с целью упрощения численной реализации в задачах обработки изображений, фрагменты этих изображений не должны предварительно трансформироваться в традиционную векторную форму, а сохраняются и обрабатываются в виде матричных сигналов-образов.

Самообучение на основе матричных сигналов. Пусть исходный массив данных (изображение) задан в виде $(M \times N)$ числовой матрицы данных, которая должна быть разбита в процессе обучения на однородные в некотором смысле классы (кластеры, сегменты). Исходная матрица разделяется на блоки размера $(m \times n)$, каждый из которых в рамках традиционного подхода преобразуется тем или иным образом в $(mn \times 1)$ – вектор. Далее на основе сформированной обучающей выборки, содержащей $MN(mn)^{-1}$ векторов-образов $x(k) \in R^{mn}$, $k = 1, 2, \dots, MN(mn)^{-1}$, производится самообучение самоорганизующейся карты, содержащей в слое Кохонена lp нейронов с статическими весами w_q^s , описываемыми $(mn + 1)$ -векторами, $q = 1, 2, \dots, lp$. Заметим, что при традиционном подходе нейроны могут образовывать как 1-D структуру, так и 2-D – в форме $(l \times p)$ -решетки. В [10] вместо $(mn \times 1)$ -векторов-образов было предложено представить входные сигналы в форме $(m \times n)$ -матриц

$$x(k) = \{x_{i_1 i_2}(k)\}, \quad i_1 = 1, 2, \dots, m; \quad i_2 = 1, 2, \dots, n;$$

а слой Кохонена – в виде $(l \times p)$ -матрицы нейронов с синаптическими весами, также задаваемыми в виде матриц

$$w_{q_1 q_2}^s = \{x_{q_1 q_2 i_1 i_2}\}, \quad q_1 = 1, 2, \dots, l; \quad q_2 = 1, 2, \dots, p,$$

и матричным выходным сигналом $y^s(k) = \{y_{q_1 q_2}^s(k)\}$.

Процесс обработки информации в такой SOM состоит в том, что на матричный рецепторный слой последовательно подаются элементы обучающей выборки, $x(k)$, $k = 1, 2, \dots, MN(mn)^{-1}$, предварительно пронормированные на сферическую матричную норму $(Sp(x(k)x^T(k)))^{1/2}$ этих сигналов. Каждый рецептор нулевого слоя связан со всеми нейронами слоя Кохонена, каждый из которых имеет mn настраиваемых синаптических весов, задаваемых в форме $(m \times n)$ -матриц $w_{q_1 q_2}^s$. Скалярный выходной сигнал каждого нейрона вычисляется с помощью выражения

$$y_{q_1 q_2}^s(k) = Sp(w_{q_1 q_2}^T(k-1)x(k)) = E_w^T(w_{q_1 q_2}^s(k-1) \otimes x(k))E_n,$$

где индекс времени $(k-1)$ матрицы синаптических весов $w_{q_1 q_2}(k-1)$ означает, что она была получена на основании выборки образов $x(1), x(2), \dots,$

$x(k-1)$; E_m и E_n – векторы-столбцы, образованные единицами, размерностей $(m \times 1)$ и $(n \times 1)$ соответственно, \otimes – символ *прямого матричного произведения*.

Процесс самообучения данной нейронной сети начинается с задания начальных синаптических весов, которые могут быть выбраны случайным образом, после чего каждая весовая матрица нормируется на свою сферическую норму $(Sp(w_{q_1q_2}^S(0)w_{q_1q_2}^{ST}(0)))^{1/2}$. Далее на вход сети подается первая матрица-образ $x(1)$, и вычисляются выходные сигналы всех нейронов слоя Кохонена

$$y_{q_1q_2}^S(1) = Sp(w_{q_1q_2}^{ST}(0)x(1)) = E_m^T(w_{q_1q_2}^S(0) \otimes x(1))E_n.$$

Следующим этапом является определение нейрона-победителя $w_{j_1j_2}^{S*}$ такого, что $\forall q_1 = 1, 2, \dots, l, q_2 = 1, 2, \dots, p$,

$$Sp((x1) - w_{q_1q_2}^{S*}(0))(x1) - w_{q_1q_2}^{S*}(0))^T < Sp((x1) - w_{q_1q_2}^S(0))(x1) - w_{q_1q_2}^S(0))^T;$$

при этом нейрон-победитель имеет наибольшее, по сравнению со всеми остальными, значение выходного сигнала $y_{q_1q_2}^{S*}(1) > y_{q_1q_2}^S(1) \forall q_1$ и q_2 .

Настройка синаптических весов нейрона-победителя производится по правилу – *победитель получает все* [3] в форме

$$w_{q_1q_2}^{S*}(1) = w_{q_1q_2}^{S*}(0) + \eta(1)(x(1) - w_{q_1q_2}^{S*}(0))$$

для первого шага настройки и

$$w_{q_1q_2}^{S*}(k+1) = w_{q_1q_2}^{S*}(k) + \eta(k+1)(x(k+1) - w_{q_1q_2}^{S*}(k)) \quad (1)$$

для $(k+1)$ -го. Здесь $\eta(k+1)$ – шаг настройки, выбираемый обычно исходя из эмпирических соображений так, чтобы он монотонно уменьшался в процессе обучения.

Можно показать, что правило (1) минимизирует квадратичный критерий самообучения

$$E^{k+1} = \sum_{S=1}^{k+1} Sp((x(s) - w_{q_1q_2}^S)(x(s) - w_{q_1q_2}^S)^T),$$

а при $\eta(k+1) = (k+1)^{-1}$ в качестве центра кластера дает оценку среднего арифметического

$$w_{q_1q_2}^S(k+1) = \frac{\sum_{S=1}^{k+1} x(S)}{k+1}$$

в случае, если нейрон q_1q_2 $(k+1)$ раз был победителем.

В процессе настройки матрица синаптических весов нейрона-

победителя «подтягивается» по входному образу на расстояние, определяемое сферической матричной нормой

$$(Sp(x(k+1) - w_{q_1q_2}^{s*}(k))(x(k+1) - w_{q_1q_2}^{s*}(k))^T)^{1/2}$$

и шагом настройки $\eta(k+1)$.

Одной из особенностей карты Кохонена является наличие этапа кооперации в процессе самообучения, когда нейрон-победитель определяет так называемую локальную область топологического соседства, в которой возбуждается не только он сам, но и его ближайшее окружение в слое Кохонена, при этом более близкие к победителю нейроны возбуждаются сильнее, чем более удаленные. Эта топологическая область определяется *функцией соседства*, зависящей от расстояния между победителем и любым из нейронов слоя Кохонена. Как правило, в качестве функции соседства используется колоколообразная функция, чаще всего – *гауссиан* [3], зависящая не только от расстояния, но и некоторого параметра ширины, выбираемого обычно из сугубо эмпирических соображений. Заметим также, что в матричном алгоритме [10] также был использован традиционный двумерный гауссиан.

Заметим, что использование в качестве функции соседства выходного сигнала каждого из нейронов не противоречит идеям самообучения по Кохонену, при этом естественно, что в этом случае будет обучаться не единственный нейрон-победитель, но сразу все нейроны сети, при этом, чем больше отклик конкретного нейрона, тем интенсивнее он будет подтягиваться по входному образу. Чем дальше нейрон отстоит от входного сигнала, тем слабее реагируют его синаптические веса.

В этом случае вместо правила самообучения (1) для единственного нейрона-победителя можно записать правило настройки для всех нейронов сети

$$w_{q_1q_2}^s(k+1) = w_{q_1q_2}^s(k) + \eta(k+1)y_{q_1q_2}^s(k+1)(x(k+1) - w_{q_1q_2}^s(k)), \quad (2)$$

при этом критерий самообучения может быть записан в виде

$$E^{k+1} = \sum_{s=1}^{k+1} y_{q_1q_2}^s(s) Sp((x(s) - w_{q_1q_2}^s(s))(x(s) - w_{q_1q_2}^s(s))^T),$$

а рекуррентная оценка

$$w_{q_1q_2}^s(k+1) = \frac{\sum_{s=1}^{k+1} y_{q_1q_2}^s(s)x(s)}{\sum_{s=1}^{k+1} y_{q_1q_2}^s(s)}.$$

Резюмируя вышеизложенное, матричный алгоритм самообучения карты Кохонена на $(k+1)$ -м шаге можно представить в виде структурной схемы, приведенной на рис. 1.

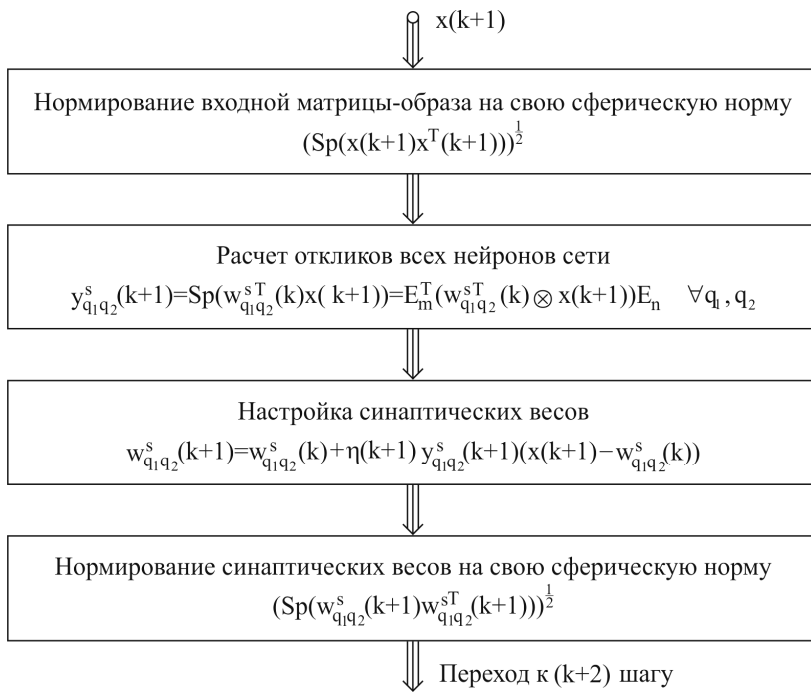


Рис. 1 – Структурная схема самообучения матричной самоорганизующейся карты.

Контролируемое обучение на основе матричных сигналов. Еще одним важным классом нейронных сетей, основанных на идеях конкуренции, являются *нейронные сети обучаемого векторного квантования*, также введенные Кохоненом [3] и имеющие архитектуру, полностью совпадающую с архитектурой самоорганизующейся карты. В основе этих сетей лежит техника векторного квантования, состоящая в компактном представлении больших массивов информации, заданных в виде векторов, а в нашем случае $(m \times n)$ -матриц $x(k)$, в форме ограниченного набора центров (прототипов, кодовых слов) $w_{q_1q_2}^L$, $q_1 = 1, 2, \dots, l$; $q_2 = 1, 2, \dots, p$, достаточно хорошо в смысле принятой метрики аппроксимирующих исходное пространство. В результате квантования формируется, так называемая, *кодовая книга*, кодовые слова которой описывают центры кластеров.

Процесс контролируемого обучения LVQ происходит следующим образом. Для каждого пренормированного образа-матрицы

$$x(k+1) \quad (Sp(x(k+1)x^T(k+1)) = 1)$$

определяется нейрон-победитель, синаптические веса $w_{q_1q_2}^{L*}(k)$ которого соответствуют центру определенного кластера. Иначе говоря, победителем, как

и в SOM, является нейрон с минимальным расстоянием до входной матрицы

$$\begin{aligned} & Sp((x(k+1) - w_{q_1 q_2}^{L*}(k))(x(k+1) - w_{q_1 q_2}^{L*}(k))^T) < \\ & Sp((x(k+1) - w_{q_1 q_2}^L(k))(x(k+1) - w_{q_1 q_2}^L(k))^T), \\ & \forall q_1 = 1, 2, \dots, L; q_2 = 1, 2, \dots, p. \end{aligned}$$

Поскольку обучение является контролируемым, принадлежность матрицы $x(k+1)$ к конкретной области пространства X известна, что позволяет рассмотреть две типичные ситуации, возникающие в обучаемом векторном квантовании:

1) входной образ $x(k+1)$ и нейрон-победитель $w_{q_1 q_2}^{L*}(k)$ относятся к одному и тому же классу;

2) входной образ $x(k+1)$ и нейрон-победитель $w_{q_1 q_2}^{L*}(k)$ принадлежат разным классам.

Тогда матричная модификация наиболее популярного правила обучения LVQ 1 может быть записана в виде

$$w_{q_1 q_2}^{L*}(k+1) = \begin{cases} w_{q_1 q_2}^{L*}(k) + \eta(k+1)(x(k+1) - w_{q_1 q_2}^{L*}(k)), \\ \text{если } x(k+1) \text{ и } w_{q_1 q_2}^{L*}(k) \text{ принадлежат одному классу;} \\ w_{q_1 q_2}^{L*}(k) - \eta(k+1)(x(k+1) - w_{q_1 q_2}^{L*}(k)), \\ \text{если } x(k+1) \text{ и } w_{q_1 q_2}^{L*}(k) \text{ принадлежат разным классам;} \\ w_{q_1 q_2}^L(k), \\ \text{для нейронов, не победивших в момент } k+1. \end{cases} \quad (3)$$

Правило (3) имеет достаточно явный физический смысл: если нейрон-победитель и предъявляемый образ относятся к одному классу, то центр $w_{q_1 q_2}^{L*}(k)$ подтягивается к $x(k)$, минимизируя тем самым критерий

$$E^{k+1} = \sum_{S=1}^{k+1} Sp((x(S) - w_{q_1 q_2}^L)((x(S) - w_{q_1 q_2}^L)^T),$$

в противном случае прототип $w_{q_1 q_2}^{L*}(k)$ отталкивается от $x(k+1)$, максимизируя этот же критерий. Заметим, что на этой же идее «притяжения-отталкивания» основаны различные модификации алгоритмов обучения сетей векторного квантования типа OLVQ1, LVQ2 и тому подобных [3]. Кроме того, введенный нами алгоритм самообучения (2) также реализует эту же идею в отличие от стандартной процедуры Кохонена.

Повысить быстродействие процесса обработки информации с помощью процедуры (3) можно, специальным образом выбирая шаг обучения $\eta(k+1)$. Для этого перепишем первые два соотношения (3) в виде

$$w_{q_1q_2}^{L^*}(k+1) = (1 - \eta^* \eta(k+1))w_{q_1q_2}^{L^*}(k) + \eta^* \eta(k+1)x(k+1), \quad (4)$$

где $\eta^* = 1$, если $x(k+1)$ и $w_{q_1q_2}^{L^*}(k)$ принадлежат одному классу, и $\eta^* = -1$, в противном случае. Выбор параметра шага в форме [3]

$$\eta(k+1) = \eta(k)(1 + \eta^* \eta(k))^{-1}$$

ведет к так называемому *оптимизированному алгоритму LVQ1 (OLVQ1)*. Принципиальное отличие процедур (3) и (4) состоит в том, что LVQ1 вычисляет среднее арифметическое в качестве центра класса по типу k -средних, а OLVQ1 основывается на *процедуре экспоненциального сглаживания*.

Аналогично предыдущему получаем матричный алгоритм контролируемого обучения LVQ-сети на $(k+1)$ -м шаге в виде структурной схемы, представленной на рис. 2.

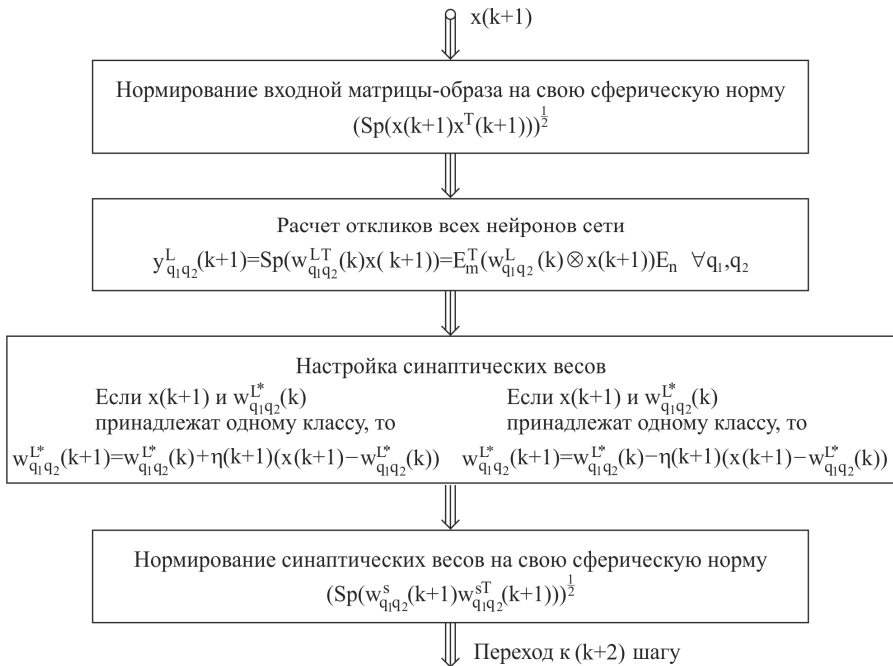


Рис. 2 – Структурная схема контролируемого обучения матричной LVQ-нейронной сети.

Полуконтролируемое обучение на основе матричных сигналов. Для того чтобы реализовать процесс полуконтролируемого обучения, когда часть исходных данных размечена, а часть – нет, целесообразно организовать совместную одновременную обработку информации с помощью SOM и LVQ. В [11] описана *система адаптивного распознавания образов*, состоящая из по-

следовательно соединенных векторных SOM и LVQ, при этом SOM реализует компрессию входной информации, а LVQ решает собственно задачу распознавания образов.

Для решения рассматриваемой задачи целесообразно параллельное соединение SOM и LVQ так, как это показано на рис. 3.

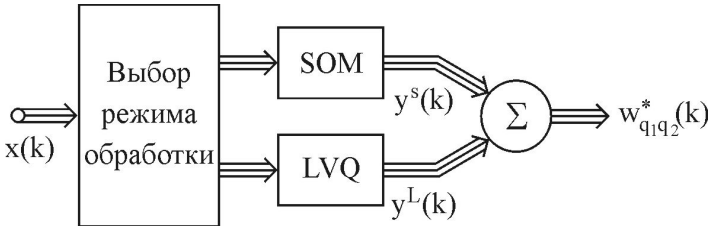


Рис. 3 – Структурная схема полуконтролируемого обучения.

Входные сигналы $x(k)$ последовательно подаются на блок выбора режима обработки, где принимается решение о том, с помощью какой системы SOM или LVQ, будет производиться его обработка. При этом в каждый момент времени k работает только одна из сетей. На выходе системы в каждый момент появляется матричный сигнал, соответствующий центру класса $w_{q_1q_2}^{L*}(k)$, к которому отнесен входной образ.

Выводы. Предложен метод полуконтролируемого обучения комбинированной искусственной нейронной сети, основанный на технике векторного квантования и предназначенный для решения задач обработки (реставрации, сегментации, классификации, распознавания и т.п.) изображений различной природы. Особенностью предлагаемого метода является то, что он позволяет обрабатывать как размеченные, так и не размеченные предварительно фрагменты изображений в последовательном режиме. В основе вычислительной процедуры лежат алгоритмы стохастической аппроксимации, что упрощает их реализацию. Высокое быстродействие метода определяется тем, что в процессе его реализации исключаются операции векторизации-девекторизации, что позволяет анализировать не традиционные векторы-образы, а непосредственно фрагменты изображений, заданные в форме «бегущего» двумерного прямоугольного окна.

Список литературы: 1. Linde Y., Buzo A., Gray R. M. An algorithm for vector quantized design // IEEE Trans. on Communications. – 1980. – Vol. 28. – P. 84 – 95. 2. Gray R. M. Vector quantization // IEEE Acoustics, Speech, and Signal Processing Magazine. – 1984. – Vol. 4. – P. 9 – 31. 3. Kohonen T. Self-organizing maps – Berlin: Springer Verlag, 1995. – 362 p. 4. Nasrabadi N., Feng Y. Vector quantization of images based upon the Kohonen self-organization feature maps // Proc. IEEE Int. Conf. on Neural Networks. – San Diego, CA, 1988. – Vol. 2. – P. 10 – 108. 5. Bezdek J. C., Keller J., Krisnapuram R., Pal N. R. Fuzzy models and algorithms for pattern recognition and image processing – N.Y.: Springer Science+Business, Inc., 2005. – 776 p. 6. Tsoukalas L. H., Uhrig R. E. Fuzzy and neural approaches in engineering – N. Y.: John Wiley&Sons, Inc, 1997. – 587 p. 7. Куницевич В. М. О решении задачи двумерной дискретной фильтрации // Автоматика и телемеханика. – 1987. – №6. – С. 68 –

78. **8.** Бодянский Е. В., Плисс И. П. О решении задачи управления матричным объектом в условиях неопределенности // Автоматика и телемеханика. – 1990. – № 2. – С. 175 – 178. **9.** *Bodyanskiy Ye., Pliss I., Timofeev V.* Discrete adaptive identification and extrapolation of two-dimensional fields // Pattern Recognition and Image Analysis. – 1995. – vol. 5, No 3. – pp. 410 – 416. **10.** *Ведмедь А. Г., Маисталир С. В., Сакало Е. С.* Матричный алгоритм самообучения карты Кохонена в задачах обработки изображений // Системы управління, навігації та зв'язку. – 2009. – Вип. 1(9). – С. 188 – 192. **11.** *Haykin S.* Neural networks. A comprehensive foundation – Upper Saddle River N.J.: Prentice Hall, Inc., 1999. – 482 p.

Поступила в редколлегию 10.02.2014

УДК 519.71

Обработка изображений на основе комбинированного векторного квантования с использованием полуконтролируемого обучения / С. И. Богучарский // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – № 6 (1049). – С. 20 – 29. Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2222-0631.

Запропоновано метод напівконтрольованого навчання нейронних мереж векторного квантування, призначених для обробки великих масивів даних і, насамперед, зображень. Особливістю підходу, який розвивається, є те, що дані на обробку послідовно подаються на входи нейросистеми у вигляді матриць. Введені алгоритми навчання характеризуються обчислювальною простотою і високою швидкістю.

Ключові слова: матричні сигнали, зображення, навчання, самонавчання, нейросистема, векторне квантування, послідовна обробка.

UDC 519.71

Image processing based on combined vector quantization using semi-supervised learning / S. I. Bogucharskiy // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – № 6 (1049). – pp. 20 – 29. Bibliog.: 11 titles. – ISSN 2222-0631.

A method of semi-supervised learning of vector quantization neural networks for large data sets (first of all images) processing has been proposed. The approach peculiarity lies in the fact that the data in are submitted to the neural network input sequentially in the matrix form rather than in the traditional vector form. The introduced learning algorithms are characterized by computing simplicity and speed, which allows processing information stored in large-scale databases or coming in real time.

Key words: image, learning, neurosystem, sequential processing.

УДК 004.932:616-073.7

Д.А. БОЙКО, аспирант, НТУ «ХПІ»;

А.Е. ФИЛАТОВА, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПІ»

МЕТОД ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПАТОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА МАММОГРАММАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОСЛОЙНОГО НАЛОЖЕНИЯ

Проанализированы основные этапы обработки медицинских радиологических изображений. Рассмотрен алгоритм Канны и приведены результаты его работы на реальных данных. Предложен

© Д. А. Бойко, А. Е. Филатова, 2014