

таллообработке. – М.: Машиностроение, 2004. – 352с. 4. *Баица Т.М.* Машиностроительная гидравлика. Справочное пособие. – М.: Машгиз., 1963. – 696 с. 5. *Абрамов Е.И.* и др. Элементы гидропривода. Справочник. – Киев.: Техніка, 1977. – 320с. 6. *Кондаков Л.А.* и др. Машиностроительный гидропривод. – М.: Машиностроение, 1978 – 455с.

Надійшла до редколегії 14.01.2014

УДК 621.9

Моделювання теплового режиму в технологічній системі охолодження шліфувально-го верстату / М. С. Степанов, М. І. Гасанов, І. В. Волошкіна // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – № 6 (1049). – С. 185 – 191. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.

Приведена математическая модель расчета температуры смазывающе-охлаждающей жидкости (СОЖ) в подсистеме применения. Температура определяется в зависимости от этапа цикла шлифования. Модель построена на основе уравнения изменения температуры при прохождении жидкости через местное сопротивление.

Ключевые слова: масляно-охлаждающая жидкость, температура, подсистема использования СОЖ, тепловые потоки.

UDC 621.9

Modeling of the thermal regime of a grinding machine mechanical cooling system / M. Stepanov, M. Hasanov, I.V. Voloshkina // Bulletin of National Technical University «KhPI.» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – № 6 (1049). – pp. 185 – 191. Bibliog.: 6 titles. – ISSN 2222-0631.

A mathematical model for calculating the temperature of a machine tool coolant in the coolant application subsystem is proposed. The temperature is defined depending on the stage of the grinding cycle. The model is based on the equation describing the change of the machine tool coolant temperature on passing through the local resistance.

Key words: machine tool coolant, temperature, application subsystem, heat flow.

УДК 519.281.2:62-97/-98

Ф.Ф. СІРЕНКО, асист., НАКУ ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ ПРИ ПАРАМЕТРИЧНІЙ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СПРОЩЕНОЇ СТАТИЧНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГТД НА ДІЛЯНЦІ ЗАПУСКУ

Математичне моделювання робочих процесів застосовується на етапах розробки та доведення авіаційних двигунів, зокрема при відпрацюванні програм системи автоматичного керування. В НАКУ «ХАІ» розроблено метод моделювання запуску, що базується на широкому використанні експериментальних даних та апріорних знань про об'єкт. В роботі наведено структуру моделі і алгоритм, який базується на апроксимації експериментальних даних зваженим методом найменших квадратів, що унеможливило отримання нефізичних результатів.

Ключові слова: стеганографія, стеганологія, стегоповідомлення, контейнер, вейвлет-перетворення.

© Ф. Ф. Сіренко, 2014

Вступ. Математичне моделювання робочих процесів знайшло широке застосування при проектуванні і доведенні газотурбінних двигунів. Математичні моделі супроводжують усі етапи проектування газотурбінного двигуна (ГТД): від ескізного проектування до випробувань готового двигуна та здійснення його технічної підтримки в експлуатації. Серед напрямків розробки двигуна найбільш дорогим та тривалим є створення системи автоматичного керування. Тому використання математичного моделювання на цьому етапі є дуже важливим.

Широке розповсюдження отримали математичні моделі робочих процесів двигуна, що зазвичай моделюють процеси на робочих режимах. Проте збільшення вимог до безпеки та надійності авіаційних ГТД та гострі умови конкуренції серед виробників двигунів привели до необхідності використання при проектуванні систем автоматичного керування (САК) авіаційними двигунами також і моделей запуску двигуна. Створення останніх поєднано з рядом проблем, що пов'язані зі складністю фізичного описання процесів запуску.

Стаття описує особливості використання загально відомого метода найменших квадратів при синтезі і структурну та параметричну ідентифікації спрощеної статичної моделі запуску.

Аналіз останніх досліджень. Загально відомо, що природа робочих процесів в авіаційному газотурбінному двигуні є досить складною, і зазвичай описується нелінійними моделями. Ці моделі являють собою сукупність характеристик вузлів та рівнянь термодинаміки, які поєднують окремі параметри цих характеристик з параметрами, що моделюються [1]. Наприклад, характеристика компресора являє собою залежності

$$\pi_K^* = f(G_{n\text{ пр}}, n_{np}), \quad (1)$$

$$\eta_K^* = f(G_{n\text{ пр}}, n_{np}), \quad (2)$$

де π_K^* – степінь підвищення тиску в компресорі; η_K^* – коефіцієнт корисної дії компресора; $G_{n\text{ пр}}$ – витрата повітря через каскад компресора; n_{np} – частота обертання ротору компресора.

Повільність виконання розрахунків з застосуванням цих моделей унеможливило їх використання для моделювання робочих процесів у двигуні в реальному часі, що досить часто є необхідним при розробці та випробуваннях САК. Для вирішення цих складностей нелінійні моделі лінеаризуються в області окремих усталених режимів.

Розглянемо приклад лінеаризації моделі частоти обертання ротору. Фізично, швидкість зміни частоти обертання описується рівнянням балансу крутного моменту турбіни та компресора:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_T(G_n, n) - M_K(n), \quad (3)$$

де $d\omega/dt = (\pi/30)(dn/dt)$.

Представимо це рівняння у формі малих відхилень:

$$J \frac{\pi}{30} \frac{dn}{dt} = \frac{\partial M_T}{\partial n} \cdot \Delta n + \frac{\partial M_T}{\partial G_n} \cdot \Delta G_n - \frac{\partial M_K}{\partial n} \cdot \Delta n, \quad (4)$$

де Δn і ΔG_n є невеликими відхиленнями від усталеного режиму.

Трансформуємо рівняння до форми, що описує динаміку частоти обертання ротору в просторі станів:

$$\frac{dn}{dt} = a_{11} \cdot \Delta n + b_{11} \cdot \Delta G_n, \quad (5)$$

$$\text{де } a_{11} = \left(\frac{\partial M_T}{\partial n} - \frac{\partial M_K}{\partial n} \right) / J \frac{\pi}{30}, \quad b_{11} = \left(\frac{\partial M_T}{\partial G_n} \right) / \left(J \frac{\pi}{30} \right).$$

Слід відзначити, що у разі, якщо двигун має декілька роторів, то слід додатково враховувати їх взаємний вплив. Тоді рівняння (5) змінюється на наступне:

$$\begin{bmatrix} \dot{n}_1 \\ \dots \\ \dot{n}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta n_1 \\ \dots \\ \Delta n_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_i \end{bmatrix} \cdot \Delta G_n \quad (6)$$

Моделюванням процесів запуску розпочали займатися в 2001 році. Основними проблемами, з якими зіштовхнулись вчені при розробці методів синтезу моделей запуску були наступні:

- відсутність експериментально визначених характеристик двигуна на режимах запуску;
- неможливість застосування загальновідомих підходів моделювання до етапу запуску.

Наведемо декілька прикладів математичних методів для моделювання запуску. Проф. В. Секстон запропонував застосовувати математичні методи, зокрема *методи теорії подібності* [2], для екстраполяції визначених в діапазоні робочих режимів характеристик в область запуску. Так зокрема за Секстоном, для отримання нових напірних гілок на характеристиці компресора слід використовувати наступні рівняння:

$$\frac{(G_n)_{i-1}}{(G_n)_i} = \left[\frac{n_{i-1}}{n_i} \right], \quad (7)$$

$$\frac{(L_{num})_{i-1}}{(L_{num})_i} = \left[\frac{n_{i-1}}{n_i} \right]^2, \quad (8)$$

$$\frac{(N)_{i-1}}{(N)_i} = \left[\frac{(n)_{i-1}}{(n)_i} \right]^3. \quad (9)$$

Недоліками даного методу було те, що він може бути застосований лише для нестисливих рідин. Ця проблема була вирішена проф. Дональдом Готье, котрий запропонував варіювати показниками степенів задля урахування стисливості робочого тіла в двигунах. Процес варіювання складається з двох

етапів.

1. Із використанням двох відомих напірних ліній характеристики, що знаходяться найближче до області режимів запуску (дві крайні ліві експериментально визначені напірні лінії характеристики), визначаються показники p , q і r в рівняннях

$$\frac{(G_n)_{i-1}}{(G_n)_i} = \left[\frac{n_{i-1}}{n_i} \right]^p; \quad (10)$$

$$\frac{(L_{num})_{i-1}}{(L_{num})_i} = \left[\frac{n_{i-1}}{n_i} \right]^q; \quad (11)$$

$$(N)_{i-1}/(N)_i = [n_{i-1}/n_i]^r. \quad (12)$$

2. Формуються нові напірні лінії. Показники степені p , q і r приймаються однаковими для всієї ділянки запуску. За версією автора такий підхід є правильним, оскільки за низької частоти обертання стисливість проявляється слабо.

Більш докладний огляд методів моделювання можна знайти в роботі [3]. Проте жоден з розглянутих методів не знайшов широкого визнання та застосування в практиці.

Постановка задачі Для забезпечення конкурентоздатності українських виробників авіаційних двигунів та САК на міжнародному ринку було розроблено метод, що дозволяє моделювати запуск з точністю, достатньою для відпрацювання алгоритмів САК. В основі метода лежить синтез моделі на основі широкого використання експериментальної та апіорної інформації.

Модель, що пропонується, має складену структуру. Вона складається зі спрощеної статичної та лінійної динамічної моделей.

Лінійна динамічна модель (ЛДМ) має однакову структуру з моделлю робочих режимів [4]. ЛДМ формалізується у вигляді системи алгебраїчних та диференціальних рівнянь, їх кількість та складові залежать від системи вимірювань в двигуні та використання параметрів, що вимірюються в алгоритмах САК.

Спрощена статична модель (ССМ) являє собою сукупність прямих залежностей між параметрами-аргументами моделі та параметрами, що моделюються. При синтезі ССМ використовується аналіз експериментальної інформації. Заміна описаної вище «фізичної» статичної характеристики спрощеною та лінеаризація динамічної моделі на базі ССМ можуть призводити до помилкових результатів.

Це дослідження має на меті розглянути особливості та розробити прикладні алгоритми для унеможливлення помилок при синтезі ССМ і ЛДМ.

Спрощена математична модель. Як було зазначено, спрощена статична модель є сукупністю прямих залежностей. Ці залежності математично формалізуються у вигляді функції, що складається з трьох ділянок (лінійної, не-

лінійної-зв'язки та функції, сформованої за характеристикою робочих режимів, як зображено на рисунку), які пов'язані між собою умовами рівності абсолютних значень параметрів та похідних цих функцій в точках переходу між ділянками:

$$\begin{cases} k \cdot (Q_i)_1 + (U_i)_0 = a_0 + a_1 \cdot (Q_i)_1 + a_2 \cdot (Q_i)_1^2; \\ k = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot (Q_i)_1; \\ (U_i)_{m2} = a_0 + a_1 \cdot (Q_i)_{m2} + a_2 \cdot (Q_i)_{m2}^2; \\ ((U_i)_{m2})' = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot (Q_i)_{m2}, \end{cases} \quad (13)$$

де значення $(U_i)_0$, $(U_i)_{m2}$, $(Q_i)_{m2}$, $((U_i)_{m2})'$ – відомі, чи можуть бути визначені за допомогою моделі робочих режимів.

Ця система рівнянь не може бути розв'язана аналітично, тому необхідно застосувати спеціальний алгоритм ідентифікації (фактично цей алгоритм має на меті визначення кута нахилу лінійної ділянки), що базується на апріорних знаннях про об'єкт та спеціальному аналізі експериментальної інформації [5].

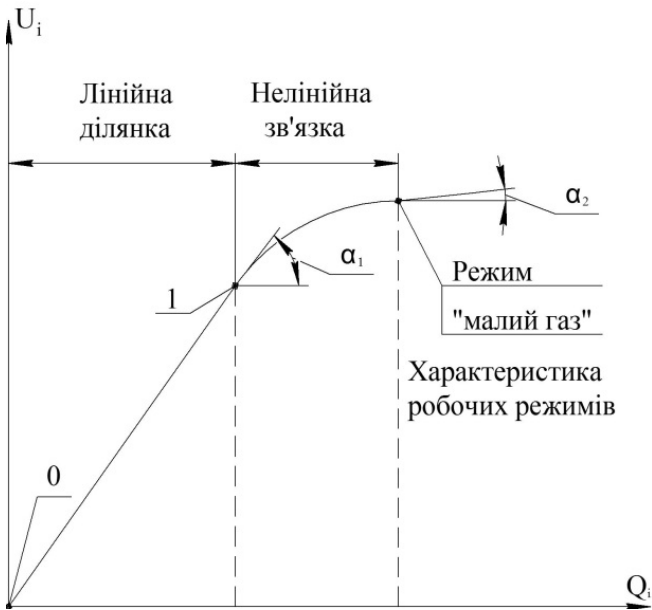


Рисунок – Геометрична інтерпретація прямої залежності ССХ.

Сформуємо вимоги до безпомилковості ідентифікації з апріорних знань про об'єкт:

– оскільки при вимкненому двигуні параметри, що моделюються, мають мінімальні значення, то першими двома критеріями є

$$(U_i)_{0 \text{ апрокс}} = (U_i)_{0 \text{ апріор}}; \quad (14)$$

$$U_i \in \left((U_i)_{0}, (U_i)_{mz} \right). \quad (15)$$

– в точці малого газу значення параметра, що моделюється, мають дорівнювати значенню параметра, який було розраховано по моделі робочих режимів:

$$(U_i)_{mг \text{ апрокс}} = (U_i)_{mг \text{ апріор}}. \quad (16)$$

– похідні в точці малого газу, розраховані за формулою

$$\left((U_i)_{mз} \right)' = \frac{|(U_i)_{mг} \pm \Delta U_i - U_i)_{mг}|}{\Delta Q_i}, \quad (17)$$

мають бути рівні.

– ідентифікована пряма залежність має якісно описувати експериментальну інформацію (забезпечувати мінімальну похибку).

Тож, розглянемо алгоритм ідентифікації прямих залежностей (пошуку параметра k):

1) За допомогою моделі робочих режимів визначимо значення параметрів, що відповідає параметрові-аргументу на режимі малого газу ($Q_i)_{mг}$) і в точці ($Q_i)_{mг} + \Delta Q_i$);

2) Проведемо апроксимацію експериментальних точок, що були отримані зі спеціального аналізу, і точок, зазначених в п. 1 цього алгоритму за методом зважених найменших квадратів. Визначимо коефіцієнти полінома (a_0, a_1, a_2)

$$\begin{aligned} e(Q_i) &= \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot \left[\overline{U_i} \text{ експ}(Q_i) - \overline{U_i} \text{ мод}(Q_i) \right] = \\ &= \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot \left(\overline{U_i} \text{ експ}(Q_i) - \left[a_0 + a_1 \cdot Q_i + a_2 \cdot (Q_i)^2 \right] \right) \end{aligned} \quad (18)$$

за методом найменших квадратів

$$\min_{a_i} J(a_i) = \min_{a_0, a_1, a_2} \sum_{i=1}^N \omega_i \cdot \left(\overline{U_i} \text{ експ}(Q_i) - \left[a_0 + a_1 \cdot Q_i + a_2 \cdot (Q_i)^2 \right] \right). \quad (19)$$

Вагові коефіцієнти усіх експериментальних точок слід вибирати однаковими і такими, що дорівнюють одиниці, а точок, зазначених в п. 1 цього алгоритму, – 10...50.

Перш ніж продовжувати виконання алгоритму слід виконати перевірку умов (16) та (17). Вочевидь зазначені умови можуть бути виконані лише в певній мірі, тому слід замінити їх на наступні:

$$\left| (U_i)_{mг \text{ апрокс}} - (U_i)_{mг \text{ апріор}} \right| \leq \varepsilon_1, \quad (20)$$

$$\left| \frac{(U_i)_{mг} + \Delta U_i - U_i)_{mг}}{\Delta Q_i} - \frac{|U_i)_{mг} - (U_i)_{mг} - \Delta U_i|}{\Delta Q_i} \right| \leq \varepsilon_2. \quad (21)$$

У разі, якщо ці умови не виконуються, слід збільшити вагові коефіцієнти точок, зазначених в п. 1, чи виключити з розгляду точки, що є напевно хибними, і повторити апроксимацію.

3) Слід перевірити умови (14) та (15), за для чого необхідно визначити наступні величини:

– координати точки екстремуму

$$Q_{i \text{ екстр}} = \frac{a_1}{2 \cdot a_2}, \quad (22)$$

$$U_{i \text{ екстр}} = a_0 + a_1 \cdot Q_{i \text{ екстр}} + a_2 \cdot (Q_{i \text{ екстр}})^2, \quad (23)$$

– значення функції в точці Q_{i0}

$$U_{i0} = a_0. \quad (24)$$

4) Розглянемо чотири можливі випадки:

– якщо $(Q_{i \text{ екстр}} \in [Q_{i0}, Q_{i \text{ мг}}]) \wedge (U_{i \text{ екстр}} \notin [U_{i0}, U_{i \text{ мг}}])$, тоді слід виконати п. 6 цього алгоритму;

– якщо $(Q_{i \text{ екстр}} \notin [Q_{i0}, Q_{i \text{ мг}}]) \wedge (U_{i0} < U_{i0 \text{ апріор}})$, тоді слід виконати п. 6 цього алгоритму;

– якщо $(Q_{i \text{ екстр}} \in [Q_{i0}, Q_{i \text{ мг}}]) \wedge (U_{i \text{ екстр}} \in [U_{i0}, U_{i \text{ мг}}])$, тоді слід виконати п. 5 цього алгоритму;

– якщо $(Q_{i \text{ екстр}} \notin [Q_{i0}, Q_{i \text{ мг}}]) \wedge (U_{i0} > U_{i0 \text{ апріор}})$, тоді слід виконати п. 5 цього алгоритму;

5) Аналітично розв'язуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} k \cdot (Q_i)_1 + (U_i)_0 = a_0 + a_1 \cdot (Q_i)_1 + a_2 \cdot (Q_i)_1^2; \\ k = a_1 + 2 \cdot a_2 \cdot (Q_i)_1, \end{cases} \quad (25)$$

відносно невідомих k і $(Q_i)_1$.

6) Вибираємо кут нахилу лінійної ділянки, що може бути розрахований за формулою

$$k = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{U_{i \text{ мг}} - U_{i0}}{Q_{i \text{ мг}} - Q_{i0}}, \quad (26)$$

де $\theta = 100 \dots 250$ (залежить від параметра, що моделюється).

Таким чином, наведений алгоритм дозволяє проводити ідентифікацію за будь якого розташування експериментальних точок без ризику отримати неадекватний результат.

Висновки та перспективи подальших досліджень. В статті описано алгоритм ідентифікації спрощеної статичної характеристики. Алгоритм базується на апроксимації експериментальних даних зваженим методом найменших квадратів із застосуванням інформації про об'єкт. Таке поєднання

забезпечує отримання адекватних результатів за будь-якого положення експериментальних точок.

Список літератури: 1. *Нечаев, Ю.Н., Федоров Р.М.* Теория авиационных газотурбинных двигателей т. 1 // – М.: Машиностроение, 1977. – 312 с. 2. *Sexton, W.R.* A Method to Control Turbofan Engine Starting by Varying Compressor Surge Valve Bleed: thesis master of science in mechanical engineering; presented 14.05.2001; approved 14.05.2001 / SextonWayne Randolph. – Blacksburg Virginia, 2001. – 112 p. 3. *Gaudet, S.R.* A simple sub-idle component map extrapolation method / S.R. Gaudet, J.E. Donald Gauthier // proceedings of ASME Turbo Expo 2007, 14 – 17 May 2007. – Montreal, 2007. – GT2007-27193. 4. *Епифанов, С.В.* Моделирование динамики турбовального двигателя в составе силовой установки летательного аппарата / С.В. Епифанов, Р.Л. Зеленский // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – № 10/57. – С. 156 – 161. 5. *Епифанов, С.В.* Создание быстросчетной математической модели турбовального двигателя на этапе запуска для решения задач синтеза систем автоматического управления / С.В. Епифанов, Ф.Ф. Сиренко, С.И. Суховой, Р.Л. Зеленский // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – 9/96. – С. 234 – 242.

Надійшла до редколегії 10.02.2014

УДК 519.281.2:62-97/-98

Особенности застосування методу найменших квадратів при параметричній ідентифікації спрощеної статичної характеристики ГТД на ділянці запуску / Ф.Ф. Сиренко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – № 6 (1049). – С. 191 – 198. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.

Математическое моделирование рабочих процессов используется на этапах разработки и доводки авиационных двигателей, в частности при отработке программ систем автоматического управления. В НАКУ «ХАИ» разработан метод моделирования запуска, основывающийся на применении экспериментальных данных и априорных знаний об объекте. В работе приведена структура модели и алгоритм, который базируется на аппроксимации экспериментальных данных взвешенным методом наименьших квадратов, что обеспечивает получения физических результатов.

Ключевые слова: упрощенная статическая математическая модель, характеристики ГТД, запуск, алгоритм, априорная информация.

UDC 519.281.2:62-97/-98

The specificities of least square method when identifying simplified static performances of turboshaft engine at sub-idle modes. / F.F. Sirenko // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – № 6 (1049). – pp. 191 – 198. Bibliog.: 5 titles. – ISSN 2222-0631.

Mathematical modeling of working processes is widely used during all phases of aircraft engine designing and development, particularly in developing control programs of automatic control system (ACS). Methods to model engine operation at above-idle region are well-known, but there is no common opinion about engine starting modeling. Specialists of NASU “KhAI” proposed a method to model the starting. The method is based on the intense usage of experimental data and prior knowledge about the object. The structure of the model is chosen in the way to meet best the requirements of ACS designers. Because of the structure and considerations made, the direct application of known mathematical methods is impossible, because it may lead to results that make no physical sense.

The paper deals with the structure and an algorithm, which is based on approximation of experimental data by the least squares with weights. The algorithm ensures valid results.

Key words: simplified static mathematical model, performances of GTE, starting, algorithm, prior information.