

The main stages of medical radiological image processing were analyzed. The Canny algorithm and the results of its application to real data were considered. A mammogram visualization method based on layered image superimposition was proposed to improve detection of the pathological structures. The developed method was tested on real mammograms, the results were analyzed and further research prospects were proposed.

**Key words:** mammograms, edges detection methods, filtering, Canny edge detector, overlay methods.

УДК 621. 822

*А.В. ГАЙДАМАКА*, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»

## **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ МЕЖДУ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ ОДНОРЯДНОГО РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА: УЧЁТ УГЛОВ КОНТАКТА, РАДИАЛЬНОГО ЗАЗОРА И ИЗГИБА КОЛЕЦ**

Уточнено распределение радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиального подшипника с учётом углов контакта тел качения с кольцами, радиального зазора и изгиба колец: получены и проанализированы выражения для радиальных и касательных сил на дорожках качения колец.

**Ключевые слова:** подшипник, тела качения, нагрузка, угол контакта, радиальный зазор, перемещения от изгиба колец.

**Введение.** В статьях [1, 2] о распределении радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиального подшипника с учётом углов контакта, а также с учётом совместного влияния углов контакта и радиального зазора, исследованы касательные силы на дорожках качения колец, которые затормаживают движение одних роликов и ускоряют движение других в зоне радиального нагружения. Уточнение распределения радиальной нагрузки между телами качения подшипника с учётом влияния изгиба колец является дальнейшим развитием указанных работ.

**Анализ известных исследований.** Влияние жёсткости деталей подшипника на распределение радиальной нагрузки между телами качения исследовалось преимущественно экспериментальными методами [3 – 5]. Теоретическое исследование влияния изгиба колец подшипника на распределение радиальной нагрузки между телами качения [6] выполнено без учёта углов контакта тел качения, что не позволяет выявить особенности взаимодействия деталей.

На основании вышеизложенного, задача по уточнению распределения радиальной нагрузки между телами качения идеального однорядного радиального подшипника с учётом совместного влияния углов контакта тел качения с кольцами, радиального зазора и изгиба колец является актуальной.

**Постановка задачи.** Задача по уточнению распределения радиальной нагрузки  $F_r$  между телами качения идеального однорядного радиального подшипника состоит в построении геометрических уравнений связи радиального сближения колец  $\delta_0$  в окрестности центрального тела качения и радиальных сближений колец  $\delta_{\gamma}$  в окрестности остальных тел качения зоны  $\psi$  радиального нагружения подшипника при упругом контактном деформировании с учётом различного положения центров колец, радиального зазора  $g$  и перемещений  $u_n$  и  $u_e$  при изгибе соответственно наружного внутреннего колец.

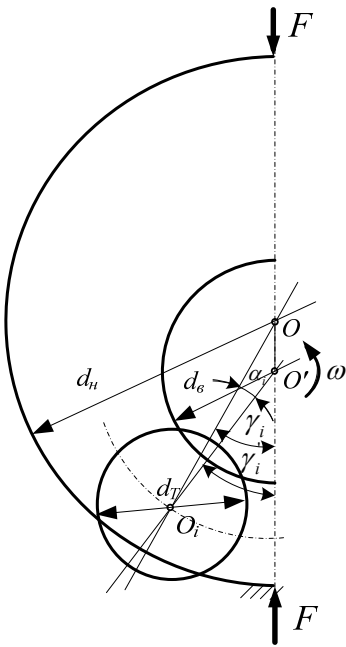


Рис. 1 – Модель сближения колец в произвольном радиальном направлении с учётом углов контакта тел качения с кольцами, радиального зазора и изгиба наружного при абсолютно жёстком внутреннем кольце.

В общем случае радиальное сближение колец в произвольном радиальном направлении с учётом их перемещений  $u_n$  и  $u_e$  при деформировании определяются из уравнения

$$(0,5d_n + u_n)^2 = (0,5d_e + 0,5d_T - \delta_{\gamma_i} + u_e)^2 + (g + \delta_0)^2 + 2(g + \delta_0)(0,5d_e + 0,5d_T - \delta_{\gamma_i} + u_e) \cos \gamma_i', \quad (1)$$

**Математическая модель.** При решении поставленной задачи приняты следующие допущения:

- детали подшипника имеют идеальную геометрическую форму;
- перекосы колец и повороты роликов не учитываются;
- радиальные сближения наружного и внутреннего колец с телами качения за счёт контактной деформации одинаковы на заданном радиальном направлении;
- динамические эффекты, обусловленные вращением внутреннего кольца при неподвижном наружном, не влияют на работу деталей.

Радиальное сближение колец в произвольном направлении от перемещений  $u_n$  при изгибе, например наружного кольца, при абсолютно жёстком внутреннем с учётом углов контакта тел качения с кольцами и радиального зазора определяется с учётом модели кольца, сжимаемого силами  $F$  (рис. 1).

где величины  $u_n$  и  $u_e$  рассчитывают для толстых колец согласно [7]:

$$u_n = \frac{F_i \cdot R_n^3}{4E \cdot I_n} \cos \gamma_i - \frac{F_i \cdot R_n^3}{E \cdot I_n \cdot \pi} + \frac{F_i \cdot R_n^3}{4E \cdot I_n} \gamma_i \cdot \sin \gamma_i;$$

$$u_e = \frac{F_i \cdot R_e^3}{4E \cdot I_e} \cos \gamma_i - \frac{F_i \cdot R_e^3}{E \cdot I_e \cdot \pi} + \frac{F_i \cdot R_e^3}{4E \cdot I_e} \gamma_i \cdot \sin \gamma_i,$$

где  $E$  – модуль упругости;  $I_n, I_e$  – моменты инерции,  $m^4$ .

После преобразования выражения (1) без учёта малых высшего порядка по сравнению с  $\delta$  и  $g$ , получим:

$$\delta_\gamma = \delta_0 \cos \gamma'_i + g(\cos \gamma'_i - 1) - (u_n - u_e). \quad (2)$$

Угол зоны нагружения  $\psi$  подшипника определяется из выражения (2) при условии  $\delta_\gamma = 0$ , когда  $\gamma'_i = \psi$ :

$$\psi = \arccos \frac{g + u_n - u_e}{g + \delta_0}. \quad (3)$$

С учётом физических уравнений связи деформаций и сил, действующих на шарикоподшипники [8], а также выражения (2)

$$\delta_0 = C_{uu} \cdot F_0^{2/3};$$

$$\delta_1 = \delta_0 \cos \gamma'_1 + g(\cos \gamma'_1 - 1) - (u_n - u_e) = C_{uu} \cdot F_1^{2/3};$$

.....;

$$\delta_n = \delta_0 \cos \gamma'_n + g(\cos \gamma'_n - 1) - (u_n - u_e) = C_{uu} \cdot F_n^{2/3}, \quad (4)$$

где  $C_{uu}$  – постоянная [8], определяемая механическими свойствами материалов и геометрией деталей,  $C_{uu} = 1,31 \cdot \sqrt[3]{[(1 - \mu^2)/E] \cdot (R_1 + R_2)/(R_1 \cdot R_2)}$ ,  $\mu$  – коэффициент Пуассона.

Отношение левых и правых частей выражений (4) даёт связь  $F_0$  и  $F_i$

$$\delta_0/\delta_1 = \delta_0 / \left( \delta_0 \cdot \cos \gamma'_1 + g(\cos \gamma'_1 - 1) - (u_n - u_e) \right) = (F_0/F_1)^{2/3};$$

.....;

$$\delta_0/\delta_n = \delta_0 / \left( \delta_0 \cdot \cos \gamma'_n + g(\cos \gamma'_n - 1) - (u_n - u_e) \right) = (F_0/F_n)^{2/3}, \quad (5)$$

откуда:

$$F_1 = F_0 \left( \cos \gamma'_1 + \frac{g}{\delta_0} (\cos \gamma'_1 - 1) - \frac{1}{\delta_0} (u_n - u_e) \right)^{3/2};$$

.....;

$$F_n = F_0 \left( \cos \gamma'_n + \frac{g}{\delta_0} (\cos \gamma'_n - 1) - \frac{1}{\delta_0} (u_n - u_e) \right)^{3/2}. \quad (6)$$

Используя условие равновесия внутреннего кольца, находящегося под действием сил  $F_r$  и  $F_i$ ,

$$F_r = F_0 + 2F_1 \cdot \cos \gamma'_1 + \dots + 2F_n \cdot \cos \gamma'_n,$$

можно определить силу, действующую на наиболее нагруженный шар:

$$F_0 = F_r / \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos \gamma'_i \left( \cos \gamma'_i + \frac{g}{\delta_0} (\cos \gamma'_i - 1) - \frac{1}{\delta_0} (u_n - u_\epsilon) \right)^{3/2} \right). \quad (7)$$

При  $g = 0$ ,  $u_n = u_\epsilon = 0$  имеем выражение для силы, действующей на наиболее нагруженное тело качения идеального шарикоподшипника.

Распределение нагрузки  $F_r$  между роликами получено с учётом физических уравнений связи сближений  $\delta_y$  роликов с кольцами и сил  $F_i$ , действующих на ролики [8], а также выражения (2):

$$\begin{aligned} \delta_0 &= C_{p0} \cdot F_0; \\ \delta_1 &= \delta_0 \cos \gamma'_1 + g (\cos \gamma'_1 - 1) - (u_n - u_\epsilon) = C_{p1} \cdot F_1; \\ &\dots; \\ \delta_n &= \delta_0 \cos \gamma'_n + g (\cos \gamma'_n - 1) - (u_n - u_\epsilon) = C_{pn} \cdot F_n, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $C_{pi}$  – переменная от сил  $F_i$ , определяемая механическими свойствами материалов и геометрией деталей [8],

$$C_{pi} = \frac{0,579}{l \cdot E} \left[ \ln \frac{1,727l \cdot E \cdot (R_1 + R_2)}{F_i} + 0,814 \right],$$

$l$  – длина линии контакта.

Отношение левых и правых частей выражений (8) даёт связь  $F_0$  и  $F_i$ :

$$\begin{aligned} \delta_0 / \delta_1 &= \delta_0 / \left( \delta_0 \cos \gamma'_1 + g (\cos \gamma'_1 - 1) - (u_n - u_\epsilon) \right) = c_{p01} (F_0 / F_1); \\ &\dots; \\ \delta_0 / \delta_n &= \delta_0 / \left( \delta_0 \cos \gamma'_n + g (\cos \gamma'_n - 1) - (u_n - u_\epsilon) \right) = c_{p0n} (F_0 / F_n), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $c_{p01} = C_{p0} / C_{p1}$ , ...,  $c_{p0n} = C_{p0} / C_{pn}$ ; откуда

$$\begin{aligned} F_1 &= C_{p01} \cdot F_0 \left( \cos \gamma'_1 + \frac{g}{\delta_0} (\cos \gamma'_1 - 1) - \frac{1}{\delta_0} (u_n - u_\epsilon) \right); \\ &\dots; \\ F_n &= C_{p0n} \cdot F_0 \left( \cos \gamma'_n + \frac{g}{\delta_0} (\cos \gamma'_n - 1) - \frac{1}{\delta_0} (u_n - u_\epsilon) \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Используя условие равновесия внутреннего кольца, находящегося под действием сил  $F_r$  и  $F_i$ ,

$$F_r = F_0 + 2F_1 \cdot \cos \gamma'_1 + \dots + 2F_n \cdot \cos \gamma'_n,$$

можно определить силу, действующую на наиболее нагруженный ролик:

$$F_0 = F_r / \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^n C_{p0i} \cdot \cos \gamma'_i \left( \cos \gamma'_i + \frac{g}{\delta_0} (\cos \gamma'_i - 1) - \frac{1}{\delta_0} (u_n - u_e) \right) \right). \quad (11)$$

Выражение для сил  $F_i^*$  имеет вид:

$$F_i^* = F_i \times \sin \left\{ \arccos \frac{[0,5d_n - 0,5(d_T - \delta_\gamma) + u_n]^2 + [0,5d_e + 0,5(d_T - \delta_\gamma) + u_e]^2 - (g + \delta_0)^2}{2[0,5d_n - 0,5(d_T - \delta_\gamma) + u_n][0,5d_e + 0,5(d_T - \delta_\gamma) + u_e]} \right\}. \quad (12)$$

Таблица – Результаты расчётов распределения радиальной нагрузки  $F_r$

Число роликов	Уменьш. Диаметра $\Delta \cdot 10^{-5}$ , м	Нагрузка, Н						
		$F_0$	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_1^*$	$F_2^*$	$F_3^*$
14	4,1	15179	13484	7328	0	4,67	2,13	0
	1,4	15600	13640	7539	0	4,6	2,36	0
	0,8	15690	13624	7596	0	4,17	2,41	0
15	4,0	14476	12984	7755	0	4,34	2,26	0
	1,4	14844	13165	7960	0	4,2	2,43	0
	0,7	14928	13240	8132	0	4,0	2,5	0
16	3,6	13862	12713	8096	0	4,2	2,31	0
	1,3	14212	12808	8320	0	4,05	2,48	0
	0,7	14292	12813	8362	0	3,74	2,47	0

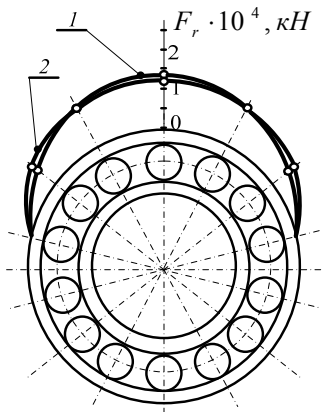


Рис. 2 – Распределение радиальной нагрузки между роликами подш. типа 2726: 1 – по [5]; 2 – по формулам (10, 11).

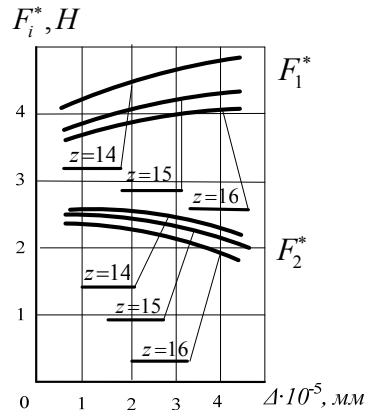


Рис. 3 – Зависимость касательных сил от жёсткости наружного кольца.

Результаты расчётов распределения радиальной нагрузки  $F_r = 50$  кН между цилиндрическими роликами подшипника типа 2726 с радиальным зазором  $g = 10$  мкм по разным методикам и касательных сил  $F_i^*$  в контакте роликов с беговыми дорожками колец для трёх вариантов изгибной жёсткости наружного кольца ( $b = 0,08$  м;  $d_e = 0,222$  м;  $d_n = 0,290, 0,324, 0,358$  м;  $b$  – ширина кольца;  $d_e$  – внутренний диаметр;  $d_n$  – наружный диаметр) с абсолютно жёстким внутренним кольцом приведены в таблице, а графики изменения радиальных  $F_i$  и касательных сил  $F_i^*$  – соответственно на рис. 2 и рис. 3.

Изменение касательных сил в контакте роликов с кольцами в зависимости от конструктивных параметров подшипника типа 2726 (а именно, жёсткости наружного кольца с диапазоном толщин  $h = 0,068...0,136$  м, с диапазоном количества тел качения в подшипнике  $z = 14...16$  и соответствующим количеством тел качения в зоне радиального нагружения  $z_n = 5$ ) и радиальной нагрузки  $F_r = 30, 40, 50$  кН показано на рис. 4.

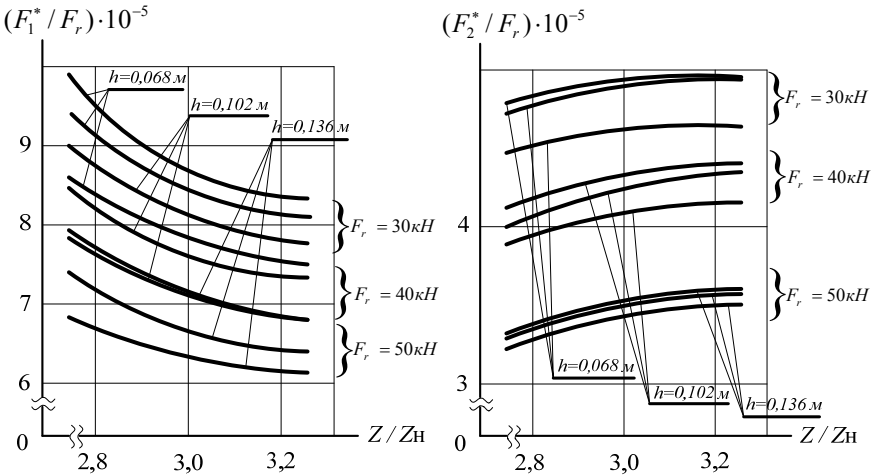


Рис. 4 – Зависимости касательных сил  $F_i^*$  в контакте роликов с кольцами от конструктивных параметров подшипника типа 2726 и радиальной нагрузки.

**Выводы:** Результаты расчёта распределения радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиального подшипника по предложенной методике с учётом углов контакта тел качения с кольцами, радиального зазора, жёсткости колец и по известной методике отличаются не существенно (до 5 %).

Достоинство предложенной методики состоит в возможности исследо-

вания особенности взаимодействия деталей по краям зоны радиального нагружения подшипника.

Расчёт касательных сил в контакте роликов с кольцами в зависимости от конструктивных параметров на примере подшипника типа 2726 показало, что пятикратное увеличение жёсткости наружного кольца с абсолютно жёстким внутренним способствует повышению ( $\approx 10\%$ ) касательных сил между роликами и кольцами по краям зоны радиального нагружения.

**Список литературы:** 1. *Гайдамака А. В.* Распределение радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиального подшипника: учёт углов контакта // Вісник НТУ «ХП». – Харків, 2013. – № 37 (1010). – С. 26 – 35. 2. *Гайдамака А. В.* Распределение радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиального подшипника: учёт углов контакта и радиального зазора // Вісник НТУ «ХП». – Харків, 2013. – № 54 (1027). – С. 50 – 59. 3. *Перель Л.Я.* Опоры на подшипниках качения в механизмах прокатных станов – М.: Машиностроение, 1972. – 183 с. 4. *Горелик В.С., Богатырёв В.М., Гунько Б.А., и др.* Измерение контактных давлений в подшипниковых узлах с помощью оптически активных моделей / Труды VIII Всесоюзной конференции по методу фотоупругости. – Таллин, 1979. – Т.4. – С. 89 – 90. 5. *Перель Л.Я.* Подшипники качения: Расчёт, проектирование и обслуживание опор: Справочник.– М.: Машиностроение, 1983. – 543 с. 6. *Иванов Б.А., Беломытцев О.М.* Влияние жёсткости сопрягаемых элементов на распределение нагрузки между телами качения в быстроходных радиальных роликоподшипниках / Повышение прочности и эксплуатационной надёжности деталей: Матер.науч.-техн. конф. Пермского политех. ин-та. – 1968. – С. 162 – 168. 7. *Тимошенко С.П.* Сопrotивление материалов. – Т. 1. – М.: Наука, 1965. – 364 с. 8. *Макушин В.М.* Деформация и напряжённое состояние деталей в местах контакта. – М.: ГНТИ, 1952. – 62 с.

*Поступила в редколлегию 08.01.2014*

---

УДК 621.822

**Распределение радиальной нагрузки между телами качения однорядного радиально-го подшипника: учёт углов контакта, радиального зазора и изгиба колец / А. В. Гайдамака** // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – № 6 (1049). – С. 35 – 41. Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.

Уточнено розподіл радіального навантаження між тілами качення ідеального однорядного радіального підшипника з урахуванням кутів контакту тіл качення з кільцями, радіального зазору та згину кілець; розраховані та проаналізовані радіальні та дотичні сили на доріжках качення кілець.

**Ключові слова:** підшипник, тіла качення, навантаження, кут контакту, радіальний зазор, переміщення кілець при згині.

UDC 621.822

**Distribution of the radial load between the rollers of one-row radial bearing: considering contact angles, radial clearance and ring bend. / A.V. Gaidamaka** // Bulletin of National Technical University NTU «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – № 6 (1049). – pp. 35 – 41. Bibliog.: 8 titles. – ISSN 2222-0631.

The distribution of the radial load between the rollers of one-row radial bearing was specified with the angles of contact of rolling elements with rings, radial clearance and ring bend taken into account. The radial and tangential forces on the ring race groove were calculated and analyzed.

**Key words:** bearing rolling elements, load, contact angle, radial clearance, move the rings bending.