N. Gricyna. "Ispol'zovanie impul'snyh struj zhidkosti visokoj skorosti dlja tushenija gazovyh fakelov." *Bulletin of Donetsk National University: Ser. A. Natural Sciences.* Vol. 1. 2011. 160–167. Print. **26.** Semko, A. N., at al. "Perspektivy primenenija impul'snyh struj zhidkosti dlja tushenija gazovyh fakelov." *Visnyk Nacional'nogo tehnichnogo universytetu «KhPI». Zbirnyk naukovyh prac'. Ser.: Matematychne modeljuvannja v tehnici ta tehnologijah.* Vol. 5 (979). 2013. 225–231. Print.

Поступила (received) 11.05.2015

## УДК 621.833

## *В.Н. ТКАЧЕНКО*, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГИБКОМ КОЛЕСЕ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Для проверки гибкого колеса волновой зубчатой передачи на изгибную прочность и выносливость предложена методика определения напряжений от изгиба колеса генератором волны упругой деформации с применением теории упругих тонких оболочек. Вычисленные напряжения корректируются с учётом переменной изгибной жесткости в области зубчатого венца и наличия эффекта концентрации напряжений во впадинах между зубьями. Предлагается определить напряжения в двух опасных сечениях – во впадинах между зубьями венца и в области перехода от зубчатого венца к гибкому колесу. При этом для второго сечения расчёт напряжений проводится с учётом передаваемого вращающего момента. Из приведенного примера расчётов видна целесообразность предлагаемого подхода к оценке прочности и выносливости гибкого колеса волновой зубчатой передачи.

Ключевые слова: волновая передача, напряжения, гибкое колесо, теория оболочек.

Введение и постановка задачи. Одним из основных факторов, определяющих ресурс волновой зубчатой передачи – ВЗП, является прочность и выносливость зубчатого гибкого колеса цилиндрической оболочки, закрученной передаваемым вращающим моментом и изогнутой со стороны зубчатого венца генератором волн упругой деформации. Наличие на поверхности оболочки выступов в виде зубьев является фактором, модулирующим изгибную жесткость в области зубчатого венца в окружном направлении и приводящим к росту напряжений изгиба во впадинах между зубьями. У основания зубьев, в местах перехода к гибкому колесу, наблюдается концентрация напряжений. Методика учета переменной изгибной жесткости и концентрации напряжений рассматривалась в работе [1].

Экспериментально установлено, что при недостаточной выносливости усталостные трещины зарождаются во впадинах зубьев, с внутреннего края зубчатого венца в сечении I рис. 1, в местах перехода от зубчатого венца к оболочке.

В вершине волны упругой деформации генератор волн полностью вводит зубья гибкого колеса (ГК) в зацепление с зубьями жесткого, так что грани зубьев ГК располагаются здесь параллельно оси ГК. Это приводит к дополнительной угловой деформации в рассматриваемом сечении, возрастанию изгибающего момента, как это наблюдается в области жесткой заделки консольных балок. При испытаниях ВЗП на выносливость наблюдались поломки гибкого колеса, связанные с образованием трещин не только во впадинах

© В. Н. Ткаченко, 2015

зубьев, но и в окружном направлении, в местах перехода от зубчатого венца к гибкому колесу (сеч. I).



Рис. 1 – Расчётная схема ВЗП.

Модель для оценки прочности и выносливости. Для определения напряжений от изгиба, вызванного защемлением зубчатого венца ГК между генератором волн и жестким зубчатым колесом, рассмотрим деформацию ГК – цилиндрической оболочки, на одном из торцов которой расположен зубчатый венец, а противоположный торец соединен с выходным валом.

Возможны несколько способов соединения. Оболочка выполняется заодно с днищем – круглой пластиной. Оболочка соединяется с помощью сварки с пластиной. Возможно также применение шлицевого соединения. Отметим, что способ соединения оболочки с валом несущественно влияет на напряженное состояние в области зубчатого венца.

Недопустимо только ограничивать перемещение точек рассматриваемого торца в осевом направлении, поэтому толщина пластины днища не должна превышать толщину ГК.

**Решение задачи.** Для вычисления напряжений изгиба в сечении применим *техническую моментную теорию цилиндрических оболочек* [2].

Введем следующие обозначения:  $\hat{R}$  и  $\hat{L}$  – радиус и длина оболочки; E и  $\nu$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона;  $\theta$  и  $\xi = L/R$  – угловая и относительная осевая координаты. Поскольку по поверхности оболочки не действуют внешние нагрузки, а напряжения изгиба являются следствием радиальных перемещений на ее торце, то их вычисление можно свести к решению однородной системы дифференциальных уравнений в частных производных восьмого порядка при неоднородных граничных условиях на обоих торцах.

Введём такие обозначения: U, V и W – перемещения точек срединной поверхности оболочки в окружном, осевом и радиальном направлениях;  $\gamma$  – угол поворота образующей оболочки;  $T, M_{\theta}, M_{\xi}$  – усилие вдоль образующей и моменты в двух плоскостях (перпендикулярной и содержащей ось

оболочки).

Однородная система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} L_{11}U + L_{12}V + L_{13}W = 0; \\ L_{21}U + L_{22}V + L_{23}W = 0; \\ L_{31}U + L_{32}V + L_{33}W = 0, \end{cases}$$

где  $L_{ii}$  (*i*, *j* = 1, 2, 3) – дифференциальные операторы [2].

Перемещения, усилия и изгибающие моменты в рассматриваемой задаче являются периодическими функциями угла  $\theta$ , поэтому решение ищем *методом разделения переменных* с наложением условия периодичности по углу  $\theta$ .

При формировании граничных условий функцию радиальных перемещений на среформированном генератором торце задаем в виде тригонометрического ряда. Для генераторов принудительной деформации эта функция определяется заданным конструктивно профилем генератора.

Причем в процессе закручивания ГК она не изменяется (в отличие от дисковых генераторов полупринудительной деформации). После вычисления перемещений, усилия и изгибающие моменты вычисляются по зависимостям из [2], например:

$$M_{\xi} = \frac{EH^3}{12R^2(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial V}{\partial \theta} \right).$$

Напряжения изгиба вычислялись в оболочке радиусом R = 80 мм, толщиной H = 2,5 мм для случая двухволновой передачи с  $W = W_0 \cdot \cos 2\theta$ , где  $W_0 = 1$  мм.

	L/R	 	 	
	0.8 L/R			
-50	0.7 L/R	100	250	б <sub>⋛</sub> МПА

Рис. 2 – Распределение напряжений  $\sigma_{\varepsilon}$  по образующей.

В вершине волны деформации напряжения составили:  $\sigma_{\theta} = 171 \text{ MIA}$  и  $\sigma_{\varepsilon} = 332 \text{ MIA}.$ 

На рис. 2 приведен график зависимости  $\sigma_{\xi}$  по длине ГК. Указанные напряжения  $\sigma_{\xi}$  вычислены в сечении I (рис. 1).

Для вычисления касательных напряжений от закручивания ГК передаваемым вращающим моментом *T* воспользуемся зависимостью из [3]:

$$\tau_{\kappa p} = T / \kappa \cdot 2\pi R^2 H,$$

к – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряже-

ний в окружном направлении. В волновой передаче с диаметром гибкого колеса d = 160 мм передаваемый вращающий момент T равен 890 кH·мм, так что  $\tau_{\kappa p} = 59$  МПА.

Расчетные напряжения, вычисленные в сечении I по энергетической теории прочности, составили  $\sigma = 357$  МПА, причем напряжения  $\sigma_{\theta} = 171$  МПа были получены без учета влияния зубчатого венца. Наличие на венце выступов в виде зубьев приводит к тому, что изгибная жесткость в окружном направлении становится переменной. В результате чего напряжения  $\sigma_{\theta}$  также периодически изменяются в окружном направлении, причём в области минимальной жесткости – во впадинах между зубьями, они увеличиваются по сравнению с напряжениями, которые возникают в гладком кольце той же толщины, что и во впадинах.

Увеличение напряжений во впадинах обусловлено не только переменной изгибной жесткостью зубчатого венца, но и концентрацией напряжений, зависящей от геометрии выкружки в основании зуба и минимальной толщины венца H.

На основании анализа результатов усталостных испытаний 300 гибких колес, часть которых выполнены без зубчатого венца, было получено отношение пределов выносливости гладких колес к аналогичным, но с зубчатым венцом [4]. Если ввести коэффициент жесткости  $K_{xe}$ , показывающий влияние переменной изгибной жесткости на напряжения  $\sigma_{\theta}$  и эффективный коэффициент концентрации напряжений  $K_{\sigma}$ , то, очевидно, снижение предела выносливости гибких колес с зубчатым венцом, по сравнению с колесами без венца, пропорционально произведению указанных коэффициентов.

Результаты теоретических и экспериментальных исследований [4] позволяют рекомендовать для вычислений следующие зависимости:

$$K_{\mathcal{H}} = 1 + 0.8 \frac{m}{H_0}, \quad K_{\sigma} = 1.25 \left(\frac{H_0}{m}\right)^{0.27},$$

где *т* – модуль зуба.

Если учесть влияние переменной изгибной жесткости и концентрации напряжений по методике [4], то во впадинах между зубьями  $\sigma_{\theta 1} = 361 \text{ MTa}$ .

Приведенные результаты хорошо подтверждаются экспериментальными исследованиями, а именно тем, что усталостная трещина начинается не на свободном торце зубчатого венца, а в местах перехода от зубчатого венца к оболочке ГК.

**Выводы.** Сравнение расчетных напряжений от совместного изгиба и кручения гибкого колеса с напряжениями от одного изгиба, во впадинах между зубьями, показало, что последние незначительно, до 5% превосходят расчетные. Вследствие этого при проверке прочности и выносливости рекомендуется проводить расчеты в двух сечениях – во впадинах между зубьями и в месте перехода от зубчатого венца к оболочке.

Список литературы: 1. *Ткаченко В.Н.* Определение напряжений в зубчатом гибком колесе волновой передачи // Сборник трудов ХГПУ. Выпуск 7. – Харьков: ХГПУ. – 1999. С. 214 – 217. 2. *Гольденвейзер А.И.* Теория упругих тонких оболочек. – Москва: Гостехиздат, – 1963. 483 с. 3. Волновые механические передачи // Под ред. *Шувалова С.А.* и др. – Москва: НИИ информации

по машиностроению, – 1976. 81 с. **4.** *Ткаченко В.Н.* Определение оптимальной толщины зубчатого венца гибкого колеса волновой передачи // Збірник наукових праць НТУ «ХПІ». Високі технології в машинобудуванні. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2006. С. 477 – 481.

Bibliography (transliterated): 1. Tkachenko, V. N. "Opredelenie naprjzhenij v zubchatom gibkom kolese volnovoj peredachi." Sbornik trudov KhGPU. Vol. 7. Kharkov: KhGPU, 1999. 214–217. Print. 2. Gol'denvejzer, A. I. Teorija uprugih tonkih obolochek. Moscow: Gostehizdat, 1963. Print. 3. Volnovye mehanicheskie peredachi. Ed. Shuvalov, S. A., et al. Moscow: NII informacii po mashinostroeniju, 1976. Print. 4. Tkachenko, V. N. "Opredelenie optimal'noj tolshhiny zubchatogo venca gibkogo kolesa volnovoj peredachi." Zbirnyk naukovyh prac' NTU «KhPI». Vysoki tehnologii' v mashynobuduvanni. No. 1. Kharkov: NTU «KhPI», 2006. 477–481. Print.

Поступила (received) 22.05.2015

УДК 621.646.45: 621.05: 621.454.2

*С.А. ШЕВЧЕНКО*, аспирант, ведущий инж.-констр., ГП «КБ «Южное», Днепропетровск; *А.Л. ГРИГОРЬЕВ*, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»; *М.С. СТЕПАНОВ*, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ПНЕВМОСИСТЕМЫ ЗАПУСКА РАКЕТНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Выполнен анализ процессов нестационарного теплообмена газа со стенками полостей пневмосистемы запуска ракетного двигателя многократного включения. Получены формулы для расчёта коэффициентов теплоотдачи от газа к стенке с учётом формы полости. Для определения температуры внутренней поверхности стенки выведено интегро-дифференциальное уравнение и разработан новый метод его решения, использующий аппроксимацию регулярной части ядра сверточного интеграла в виде суммы нескольких экспонент. Показано, что при расчёте непроточных полостей пневмосистемы изменение температуры стенок можно не учитывать. Аналогичный метод использован для расчёта нагрева уплотнительных манжет пневмосистемы.

Ключевые слова: пневмосистема запуска ЖРД; нестационарный теплообмен; коэффициенты теплоотдачи газа; интегро-дифференциальное уравнение; экспоненциальная аппроксимация ядра.

Введение и задачи исследования. В ГП «Конструкторское бюро «Южное» для жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) многократного включения, устанавливаемых на верхних ступенях ракет-носителей, разрабатываются новые пневмосистемы раскрутки турбонасосного агрегата сжатым газом (напр., гелием или азотом). Исследования их опытных образцов проходят на пневматических стендах, где в качестве рабочего тела используется сжатый воздух, а также во время огневых испытаний двигателя. На стадии опытно - конструкторских работ и доводочных испытаний применяются методы математического моделирования. Отдельные элементы используемых математических моделей описаны в статьях [1 - 3] и докладывались на научной конференции [4].

Определённое представление о сложности этих моделей можно получить, анализируя рис. 1, где представлена расчётная схема одного из устройств указанного типа, установленного на пневматический стенд; жиклер 6

© С. А. Шевченко, А. Л. Григорьев, М. С. Степанов, 2015