крана детали привода находятся в сложнонапряженном состоянии.

Особый интерес представляет нагрузочный режим, который имеет высокий коэффициент динамичности. Пульсирующее изменение нагрузки вызывает в деталях привода физические процессы, которые приводят к повышению износа деталей и уменьшению ресурса автомобильного крана.

В дальнейшем для более детального исследования этой проблемы необходимо установить закономерности изнашивания деталей привода от эксплуатационных режимов работы.

Список литературы: 1. *Хмара Л.А., Колісник М.П., Голубченко О.І.* – К.: Техніка, 2001. – 296 с. **2.** *Нестеров А.П., Подоляк О.С., Чернышенко А.В.* Динамические нагрузки в трансмиссии автомобильных кранов при переходных процессах // Зб. наук. праць Української державної академії залізничного транспорту, 2006. – №73. – С.127-135. **3.** *Федорова З.М., Лукин И.Ф., Нестеров А.П.* Подъемники. – К.: Вища школа, 1976. – 296 с. **4.** *Сухарев И.П.* Экспериментальные методы исследования деформаций и прочности. – М.: Машиностроение, 1987. – 216 с.

Поступила в редколлегию 23.01.2008

УДК 621.01:539.3

Т.В. ПОЛИЩУК, ОАО „Азовобщемаш”, г. Мариуполь

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА ОБ ИЗГИБЕ КОРОМЫСЛА МЕХАНИЗМА НАКЛОНА ПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ

Робота присвячена побудові варіанту моделі опорної секції механізму нахилу плавильної печі. Проведено якісний та кількісний аналіз її напружено-деформованого стану.

This work is devoted to the construction of model of supporting section of smelting furnace slope mechanism. A qualitative and quantitative analysis of its stressed and deformed state is conducted.

Введение. Проектирование уникальных единичных изделий каждый раз ставит перед машиностроителями целый комплекс различных задач. Разрабатываемый агрегат или механизм должен в первую очередь удовлетворять условиям технического задания и быть технологичным. От него требуется выполнение определенного рода функций, а также простота и умеренная стоимость изготовления. Уделяя основное внимание именно этим двум вопросам, конструкторы и инженеры в целом редко затрачивают столько же усилий на проработку вопросов прочности и оптимальности конструкции. В отсутствие специальных методик и выработанных рекомендаций считается нецелесообразным расширять круг задач, решаемых при проектировании несерийного изделия. В итоге надежность и приемлемая несущая способность конструкции обеспечивается за счет усиления ее критических мест и создания значительных запасов по прочности и жесткости. Альтернативным такому подходу является применение современных автоматизированных средств проектирования, позволяющих значительно сократить время выполнения проекта и ставить новые задачи в процессе разработки новых конструкций. В частности, появляется возможность выполнения многовариантных расчетов напряженно-деформированного состояния (НДС) узлов и деталей проектируемого объекта, что позволяет находить конструкторские решения, обеспечивающую большую надежность и прочность.

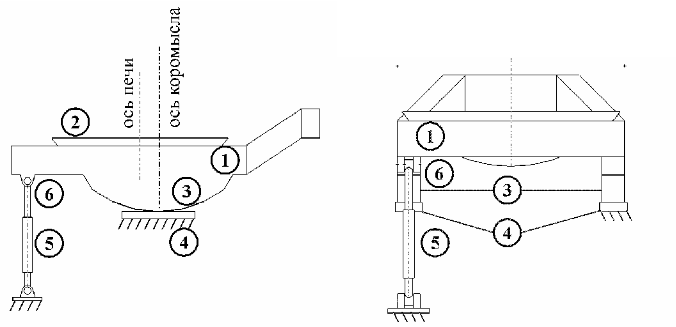
Проведение такого инженерного анализа требует понимание основных закономерностей деформирования элементов конструкций под действием рабочих нагрузок. Тяжелые пространственные конструкции имеют сложные структуру, характер взаимодействия отдельных узлов и способ приложения нагрузок. Так, от соотношения жесткости различных частей сварных рам, несущих изменяющуюся и подвижную нагрузку, в значительной мере зависит характер распределения усилий в их тонкостенных и массивных элементах.

Установить качественную зависимость между жесткостными параметрами отдельных составляющих конструкции и ее упругими характеристиками можно с помощью специальных упрощенных моделей. В отличие от конечноэлементных моделей они (в силу своей простоты) позволяют провести более полный анализ и получить качественные зависимости, которые в последствии могут быть использованы при многовариантном моделировании проектируемого изделия.

В этой работе предложена качественная модель статического деформирования опорной секции наклонной платформы плавильной печи под действием перемещающейся нагрузки. Предложен метод расчета перемещений и усилий в моделируемых частях конструкции. Проведен качественный анализ этой модели с применением одной меры степени равномерности загруженности несущих элементов опорной секции для различных углов наклона платформы.

Описание объекта исследований. Наклонная платформа является частью механизма наклона плавильной печи, предназначенной для выполнения двух технологических операций: слива шлака и выпуска расплавленной стали [1-2]. При их осуществлении наклонная платформа **1** (рис. 1), на которой крепятся печь **2** и различное оборудование, перекатывается на двух коромыслах **3** по опорным балкам **4**. Вся конструкция приводится в движение гидроцилиндром **5**, ось которого расположена в плоскости перекатывания одного из коромысел. Усилия от гидроцилиндра передаются на раму **1** посредством цилиндрического шарнира **6**. Наклонная платформа, большая часть которой представляет собой сварную конструкцию, несет основную часть нагрузки, которую составляют собственный вес, вес печи и расплава, а также установленного оборудования.

При наклоне платформы (рис. 2) зона контакта коромысла с основанием перемещается вдоль всего коромысла, в результате чего опорная секция, состоящая из коромысла и сварной конструкции сложной конфигурации (рис. 3) воспринимает переменную и подвижную контактную нагрузку, величина которой при различных углах наклона платформы установлена в работах [1-2] в рамках твердотельной модели. Опорная секция является одной из наиболее нагруженных частей конструкции, поскольку она воспринимает весь ее вес. В силу локального характера нагружения секций в ее элементах развиваются значительные деформации, распределение которых неоднородно и изменяется с наклоном платформы. Этим и объясняется выбор опорной секции наклонной платформы как объекта построения качественной модели, приведенной ниже.



а *б*

Рис. 1. Устройство механизма наклона плавильной печи

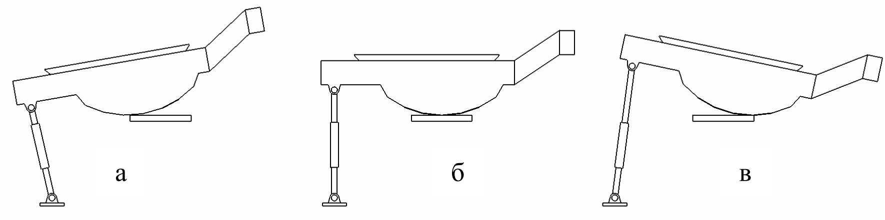


Рис.2. Горизонтальное (б) и два крайних положения (а), (в) наклонной платформы печи

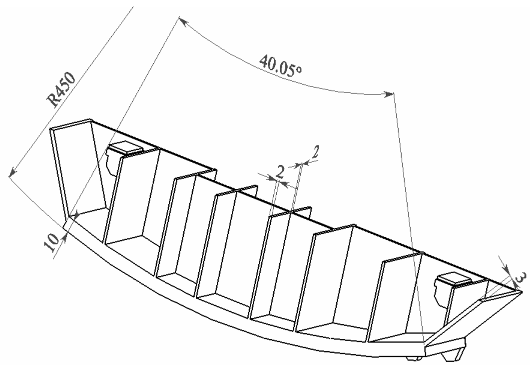


Рис.3. Основные размеры элементов опорной секции (см)

Предлагается следующая постановка модельной задачи об изгибе коромысла и его взаимодействии с опорным сектором наклонной платформы. В ее рамках само коромысло рассматривается как кривой стержень прямоугольного сечения с постоянной кривизной. В некоторой его точке прикладывается сосредоточенная сила P, направленная по нормали к центральной оси стержня, которая соответствует нормальному усилию в контакте коромысла и основания при повороте платформы на угол α_0 (рис. 4). Эта нагрузка передается на раму наклонной платформы посредством силового набора и упругих опор, расположенных по краям коромысла. В данной постановке деформирование рамы наклонной платформы не учитывается. Она полагается абсолютно жесткой и неподвижной, а потому все упругие перемещения коромысла и элементов опорной секции отсчитываются относительно ее положения (см. рис. 4). Для силового набора принимается упрощенное представление в качестве упругого основания, опирающегося на эту неподвижную раму. Приближение здесь заключается в том, что соседние радиальные слои пластин опорной секции полагаются невзаимодействующими и деформирующимися независимо. Такое упругое основание воспринимает только поперечное перемещение и создает пропорциональную им реакцию. Подобно этому, упругие опоры считаются деформируемыми только в радиальном направлении и не создающими продольного усилия на краях коромысла. Удельная жесткость $k(\alpha)$ упругого основания зависит от толщины и конфигурации пластин опорной секции, а жесткости левой k_1 и правой k_2 опор – от площади их поперечного сечения и длины.

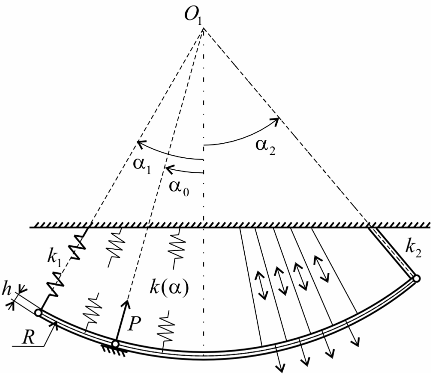


Рис.4. Качественная модель опорной секции наклонной платформы

В рамках этой модельной постановки исследуется качественное влияние именно этих жесткостных параметров на характер распределения усилий в опорной секции и деформирование коромысла при различных углах наклона платформы. Ставится задача получения качественной оценки соотношения жесткости опор, пластин силового набора и изгибной жесткости коромысла, при котором все эти элементы окажутся наиболее равномерно нагруженными во всех положениях наклонной платформы. Степень нагруженности этих элементов конструкции можно найти, лишь определив все упругие перемещения в статически неопределенной системе, приведенной на рис. 4.

Задача решается в предположении, что для коромысла применима гипотеза плоской нормали, его поперечное сечение не деформируется при нагружении, деформации и перемещения малы, и все соотношения так же, как и уравнения равновесия, можно записать относительно недеформированного положения оси коромысла. К ним следует добавить и допущения относительно нерастяжимости коромысла как криволинейного стержня, поскольку соотношение R/h, где R – радиус коромысла (совпадает с радиусом кривизны его центральной оси), а h – высота поперечного сечения, значительно больше 5, и изгибные деформации коромысла преобладают над продольными.

Для криволинейного стержня прямоугольного сечения расстояние от приведенного центра тяжести сечения точки О до центра кривизны вычисляется как $r = h/\left(\ln\frac{R+h/2}{R-h/2}\right)$, где R – радиус кривизны центральной оси стержня; h – высота прямоугольного сечения (рис. 5). Местоположение приведенных центров тяжести всех сечений – дуга окружности радиуса r – является приведенной осью такого стержня, к которой приводятся все сосредоточенные и распределенные нагрузки, относительно которой определяются силовые факторы, действующие в сечении: N – растягивающее усилие; M_y – изгибающий момент и перерезывающая сила Q.

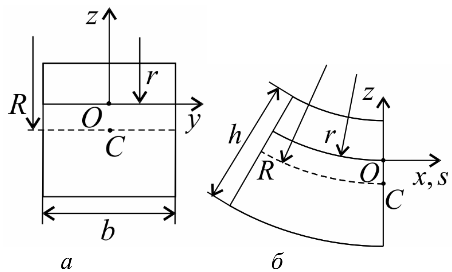


Рис.5. Прямоугольное сечение (а) и малый участок (б) коромысла

Деформации стержня полностью определяются перемещениями точек приведенной оси. На рис. 6 представлены направления, в которых отсчитываются продольные $v(\alpha)$ и поперечные $w(\alpha)$ перемещения, а также положительные направления отсчета угла наклона деформированного сечения по отношению к недеформированному.

Для составления дифференциального уравнения изгиба такого стержня следует рассмотреть систему соотношений, вытекающих из принятых допущений и физических принципов. Первое из них связывает изменение угла наклона деформированного сечения с действующим в нем изгибающим моментом:

$$M_y = EJ_{\text{пр}}\frac{d\varphi}{ds}, \qquad (1)$$

где $J_{\text{пр}} = 2br(R-r)h$ – приведенный момент инерции прямоугольного сечения, изображенного на рис. 5.

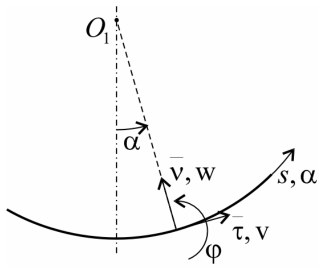


Рис.6. Положительные направления отсчета перемещений и углов наклона сечений

Второе соотношение следует из предположения о нерастяжимости стержня, которое эквивалентно тому, что элемент ds недеформированной оси стержня после приложения нагрузки будет иметь ту же длину: $|ds'|=|ds|\Leftrightarrow|\dot{\bar{r}}'(s)|=1$. Здесь $\bar{r}'(s)$ – точки O' деформированной приведенной оси стержня (рис. 7); $\bar{r}'(s)=\bar{r}(s)+v(s)\bar{\tau}(s)+w(s)\bar{\nu}(s)$ и

$$\dot{\bar{r}}'(s)=\dot{\bar{r}}(s)+\frac{dv}{ds}\bar{\tau}(s)+v(s)\dot{\bar{\tau}}(s)+\frac{dw}{ds}\bar{\nu}(s)+w(s)\dot{\bar{\nu}}(s)=$$
$$=\bar{\tau}(s)\left[1+\frac{dv}{ds}-\frac{1}{r}w(s)\right]+\bar{\nu}(s)\left[\frac{1}{r}v(s)+\frac{dw}{ds}\right].$$

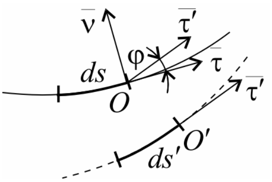


Рис.7. К вычислению угла наклона сечения φ

Отсюда окончательно, исходя из малости перемещений, вытекает соотношение

$$\frac{ds'}{ds}=1\Leftrightarrow\frac{dv}{ds}-\frac{1}{r}w(s)=0. \qquad (2)$$

Вместе с этим определяется и угол φ (см. рис. 7):

$$\varphi\cong\sin\varphi=(\bar{\tau}',\bar{\nu})=\left(\dot{\bar{r}}'(s),\bar{\nu}\right)=\frac{1}{r}v(s)+\frac{dw}{ds}. \qquad (3)$$

Еще 3 уравнения получены из условий равновесия малого участка стержня (рис. 8):

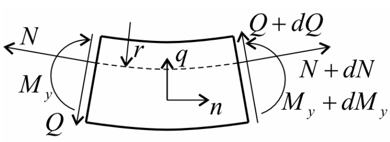


Рис.8. Усилия, действующие на малом участке стержня

$$\begin{cases}\dfrac{dQ}{ds}+\dfrac{1}{r}N+q=0;\\ \dfrac{dN}{ds}+\dfrac{1}{r}Q+n=0;\\ \dfrac{dM_y}{ds}+Q=0.\end{cases} \qquad (4)$$

С учетом того, что длина элемента дуги s, отсчитываемой от нижней точки оси коромысла (см. рис. 6), связана с углом α соотношением $s=r\alpha$, соотношения (1)-(4) можно переписать как

$$w=\frac{dv}{d\alpha}; \qquad (5) \qquad\qquad \varphi=\frac{1}{r}\left(v+\frac{d^2v}{d\alpha^2}\right); \qquad (6)$$

$$M_y=\frac{EJ_{\text{пр}}}{r^2}\left(\frac{dv}{d\alpha}+\frac{d^3v}{d\alpha^3}\right); \qquad (7) \qquad\qquad Q=-\frac{dM_y}{ds}=-\frac{EJ_{\text{пр}}}{r^3}\left(\frac{d^2v}{d\alpha^2}+\frac{d^4v}{d\alpha^4}\right);(8)$$

$$\begin{cases} \dfrac{dQ}{d\alpha} + N + qr = 0; \\ \dfrac{dN}{d\alpha} - Q + nr = 0; \end{cases} \Rightarrow \frac{d^2Q}{d\alpha^2} + Q = r\left(n - \frac{dq}{d\alpha}\right), \tag{9}$$

что позволяет записать окончательное дифференциальное уравнение изгиба относительно неизвестной функции продольных перемещений $v(\alpha)$:

$$\frac{d^6v}{d\alpha^6} + 2\frac{d^4v}{d\alpha^4} + \frac{d^2v}{d\alpha^2} = \frac{r^4}{EJ_{\text{пр}}}\left(\frac{dq}{d\alpha} - n\right). \tag{10}$$

В рассматриваемой постановке распределенные усилия выражаются как $q(\alpha) = -k(\alpha)w$ и $n(\alpha) \equiv 0$, поскольку упругое основание реагирует только на поперечные перемещения коромысла и создает пропорциональную ему нормальную нагрузку на ее ось. В итоге уравнение изгиба коромысла принимает следующий вид:

$$\frac{d^6v}{d\alpha^6} + 2\frac{d^4v}{d\alpha^4} + \frac{d^2v}{d\alpha^2} = -\frac{r^4}{EJ_{\text{пр}}}\frac{d}{d\alpha}\left(k(\alpha)\frac{dv}{d\alpha}\right). \tag{11}$$

Оно имеет шестой порядок и требует шесть краевых условий на каждом из участков интегрирования. В условиях, когда на краях коромысла действуют радиальные реакции со стороны опор, а в некоторой промежуточной его точке приложена сосредоточенная сила (см. рис. 4), эти условия получаются из соотношений:

$$Q_1 = k_1 w_1; \quad (12) \qquad Q_2 = -k_2 w_2; \quad (13)$$

$$M_{1,2} = 0; \quad (14) \qquad N_{1,2} = 0; \quad (15)$$

$$v_0^+ = v_0^- = 0; \quad (16) \qquad w_0^+ = w_0^-; \quad (17) \qquad \varphi_0^+ = \varphi_0^-; \quad (18)$$

$$M_0^+ = M_0^-; \quad (19) \qquad Q_0^+ - Q_0^- + P = 0. \quad (20)$$

Индексы $*_0^+$, $*_0^-$ применяются здесь для обозначения перемещений, углов, сил и моментов справа и слева от точки приложения сосредоточенного контактного усилия P. Выражение (16) помимо условия непрерывности перемещений отображает также то, что в данной постановке предполагается отсутствие проскальзывания в контакте и полное сцепление основания с коромыслом. Такое допущение исключает возможность свободного поворота всего коромысла как абсолютно жесткого тела вокруг точки O_1, которому ни упругое основание, ни линейные опоры не оказывают сопротивления.

В этом случае дифференциальное уравнение (11) получается совместным с краевыми условиями, вытекающими из соотношений (12)-(20), и имеет единственное решение.

В случае постоянной жесткости упругого основания $k(\alpha) \equiv \bar{k}$ его можно получить с помощью общего решения уравнения (11)

$$v(\alpha) = C_1 + C_2\,\alpha + e^{\xi\alpha}\left(C_3 \cos\eta\alpha + C_4 \sin\eta\alpha\right) + e^{-\xi\alpha}\left(C_5 \cos\eta\alpha + C_6 \sin\eta\alpha\right), \quad (21)$$

где ξ, η – вещественная и мнимая части ненулевых комплексных корней $\lambda_j = \pm\xi \pm i\eta$, $j = \overline{3,6}$ характеристического полинома $\chi^6 + 2\chi^4 + \left(1 + \frac{r^4\,\bar{k}}{EJ}\right)\chi^2$ уравнения (11), которое в данном случае будет однородным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами. На каждом из интервалов (α_1, α_0) и (α_0, α_2) искомое решение будет иметь вид (21). Константы интегрирования $C_i^{\pm}$, $i = \overline{1,6}$ определяются из краевых условий (12)-(20), которым должно удовлетворять единственное частное решение.

В общем случае произвольно распределенной удельной жесткости основания $k(\alpha)$ приходится применять численное интегрирование. Перемещение $v(\alpha)$, удовлетворяющее условиям (12)-(20), может быть тогда найдено на обоих интервалах методом начальных параметров. Такое решение было реализовано в среде математических вычислений Maple в виде процедуры, позволяющей по заданному усилию P, величинам k_1, k_2, а также распределению удельной жесткости основания $k(\alpha)$ определять перемещения коромысла, углы поворота его сечений и действующие в них продольное и перерезывающее усилия и момент при всех углах наклона α_0.

Качественный параметрический анализ модели. При изучении влияния параметров жесткости на характер распределения усилий в коромысле следует ввести некоторую меру деформированности или нагруженности, которая бы отображала, насколько в той или иной ситуации нагружен каждый из элементов рассматриваемой системы, и как равномерно внутри этих элементов распределены внутренние усилия и деформации. В качестве такой меры можно предложить энергию упругой деформации, запасаемую в каждом из элементов конструкции при ее нагружении. В рассматриваемой постановке это будет энергия изгиба коромысла

$$U_r = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[1/2 \frac{\left(M_y\right)^2}{EJ_{\text{пр}}} r \right] d\alpha\,, \quad (22)$$

радиального растяжения-сжатия слоев упругого основания

$$U_f = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[1/2\, k(\alpha)\; w^2(\alpha) r \right] d\alpha\,, \quad (23)$$

а также энергия деформации опор

$$U_{s_i} = 1/2\, k_i \; w(\alpha_i),\; i = \overline{1,2}\,. \tag{24}$$

Эти величины, отнесенные к действительной работе, совершенной внешней силой P,

$$A_P = 1/2 P\, w(\alpha_0)\,, \tag{25}$$

указывают на то, какую часть от общей нагрузки воспринимает каждый из упругих элементов опорной секции платформы. Зависимость значений этих величин от угла наклона α_0 для каждого конкретного набора жесткостных параметров может быть взята в качестве характеристики данной конфигурации. По этим кривым можно судить о том, происходит ли перераспределение усилий в конструкции при изменении ее положения, однако они не позволяют установить, насколько равномерно деформированы протяженные упругие элементы: коромысло и основание.

Для этой цели следует ввести другую меру – меру неравномерности нагруженности или реформированности. Пусть f – некоторая функция угла α, в качестве которой может выступать либо деформация, либо некоторое внутреннее усилие. Рассмотрим следующую величину

$$D[f] = \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[f(\alpha) - \overline{f}\right]^2 d\alpha}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \left[f(\alpha)\right]^2 d\alpha}\,, \tag{26}$$

где $\overline{f} = \dfrac{1}{\alpha_2 - \alpha_1}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(\alpha)\,d\alpha$ – среднее значение функции f на интервале $[\alpha_1, \alpha_2]$.

Величина $D[f]$ есть мера отклонения функции от ее среднего значения. Если f – некоторый внутренний силовой фактор, сосредоточенный на малом участке коромысла или основания, то значение $D[f]$ дает оценку отношения длины ненагруженной их части к общей длине. Так, например, для случая $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1$

$$f(\alpha) = \begin{cases} 1/p, & \alpha < p; \\ 0, & \alpha < p \end{cases}$$

имеем (рис. 9)

$$D[f] = \frac{\int_0^1 \left[f(\alpha) - \overline{f}\right]^2 d\alpha}{\int_0^1 \left[f(\alpha)\right]^2 d\alpha} = \frac{p(1/p - 1)^2 + (1-p)\cdot 1}{p(1/p)^2} = (1-p)\,,$$

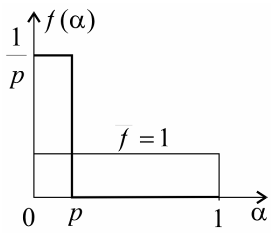


Рис. 9. Пример неравномерного распределения

что в данной ситуации совпадает с длиной ненагруженного участка.

Для удобства будем использовать другую меру, эквивалентную величине, определенной в (26):

$$\Omega[f] = 1 - D[f] = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \frac{\left(\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(\alpha)\, d\alpha \right)^2}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} [f(\alpha)]^2 d\alpha} \,. \quad (27)$$

Она равна 1 для равномерного распределения усилий или деформаций и принимает малые значения в случае неоднородного характера распределения величины f.

В рассматриваемой модельной постановке интерес представляет нагруженность коромысла и упругого основания, поэтому будем рассматривать две характеристики:

$$\Omega[M_y] = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \frac{\left(\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} M_y(\alpha)\, d\alpha \right)^2}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} [M_y(\alpha)]^2 d\alpha} \,; \quad (28)$$

$$\Omega[q] = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \frac{\left(\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} k(\alpha)\, w(\alpha)\, d\alpha \right)^2}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} [k(\alpha)\, w(\alpha)]^2 d\alpha} \,. \quad (29)$$

По их значениям можно определить, какая часть коромысла и упругого основания является нагруженной и воспринимает нагрузку при различных значениях угла поворота α_0 наклонной платформы.

Характеристики, определяемые соотношениями (22)-(24) и (28)-(29), позволяют совершить качественный анализ предложенной модели. При его проведении удобно варьировать не сами жесткости k_1, k_2 и $k(\alpha)$, а их безразмерные эквиваленты

$$\lambda_i = k_i \Big/ \left(\frac{EJ_{\text{упр}}}{r^3} \right),\ i = \overline{1,2}\,; \quad (30)$$

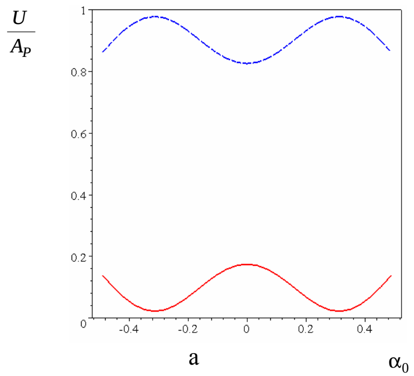
$$\lambda(\alpha) = k(\alpha) \Big/ \left(\frac{EJ_{\text{упр}}}{r^4} \right). \quad (31)$$

Все эти величины будут намного больше единицы, поскольку жесткость опор и упругого основания на растяжение-сжатие значительно превышает жесткость коромысла на изгиб. Их порядок следует оценивать, исходя из размеров и толщин различных элементов оригинальной конструкции, хотя, как отмечалось ранее, приведенная здесь модель лишь качественно соответствует жесткостным характеристикам опорных секций наклонной платформы.

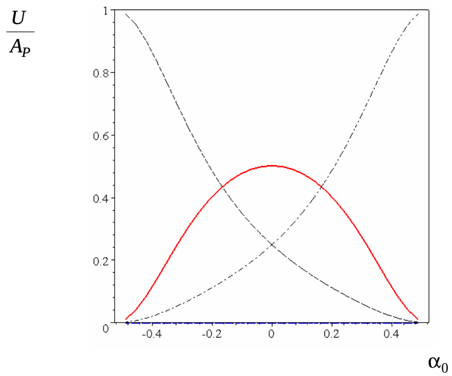
Таблица

$\lambda(\alpha) \equiv \bar{\lambda}$	100	0	100
$\lambda_1 = \lambda_2$	0	100	100

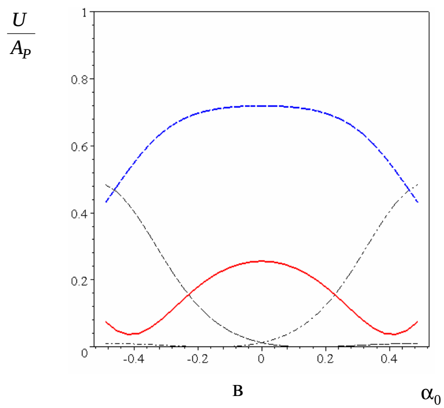
Качественный параметрический анализ модели. Влияние значения параметров элементов модели на упругие свойства всей конструкции демонстрируют несколько характерных примеров. В них раскрывается вклад упругого основания и опор в податливость рассматриваемой системы и зависимость характера распределения в ней усилий от соотношения величин жесткости коромысла, упругого основания и опор и от формы изменения жесткости основания вдоль всего коромысла (рис. 10-15).



а



б



в

Рис.10. Энергия упругой деформации коромысла (——— U_r), основания (- - - - - U_f) и опор (– – – – – U_{s1}, ‐ ·‐ – · U_{s2}), отнесенная к работе нагружения для первого (а), второго (б) и третьего (в) набора параметров

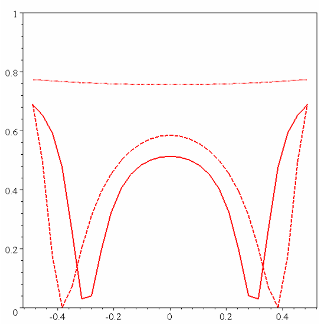


Рис.11. Мера равномерности распределения изгибающего момента коромысла $\Omega[M_y]$ для первого (——), второго (⋯⋯) и третьего (- - - -) набора параметров

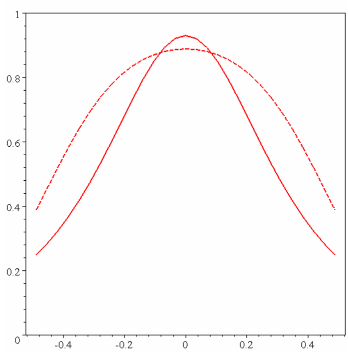
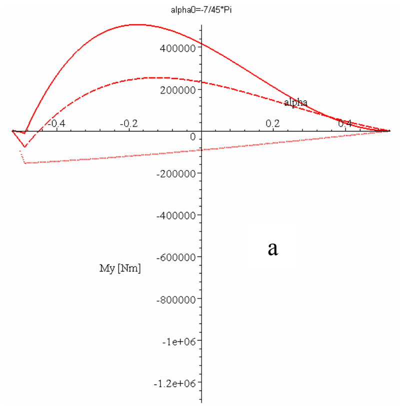
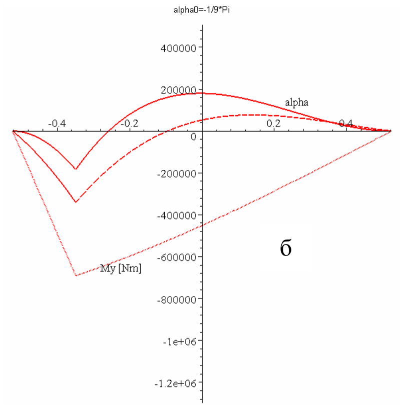


Рис.12. Мера равномерности распределения сжимающих усилий в основании $\Omega[q]$ для первого (——) и третьего (- - - -) набора параметров





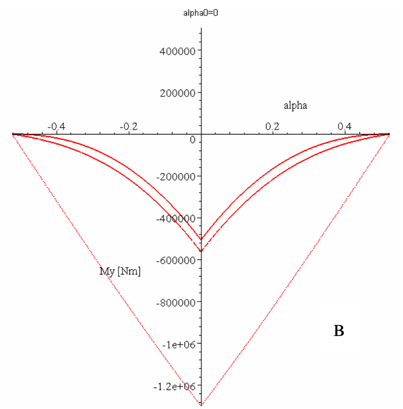
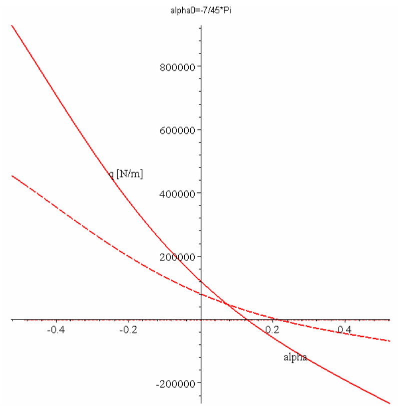


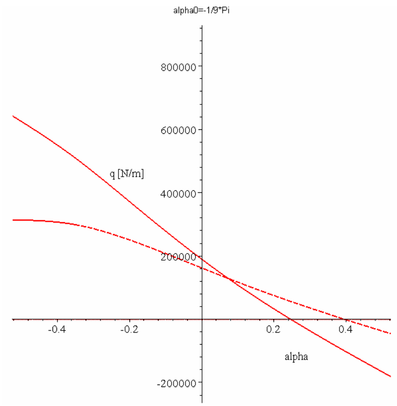
Рис.13. Распределение изгибающего момента M_y в крайнем положении платформы (а) и при углах наклона $\alpha_0 = -\pi/9$ (б), $\alpha_0 = 0$ (в) для первого (——), второго (⋯⋯) и третьего (- - - -) набора параметров

В первом примере рассмотрим три варианта значений параметров жесткости $\lambda(\alpha)$ и λ_i, $i=\overline{1,2}$, представленных в таблице. Первый набор соответствует ситуации, когда в системе присутствует только упругое основание постоянной относительной удельной жесткости $\bar{\lambda}$, второй – случаю нулевой жесткости основания и наличия опор на концах коромысла, в третьем наборе оба упругих элемента присутствуют одновременно.

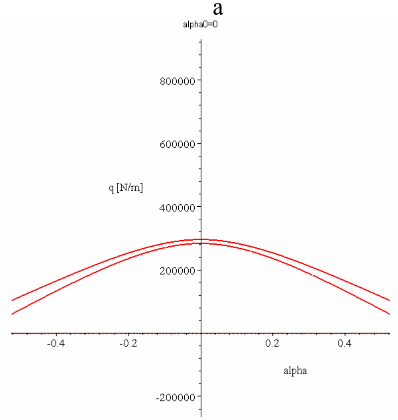
Из представленных ниже на рис. 10 диаграмм видно, что включение в систему боковых опор приводит к большей деформированности коромысла, а в отсутствие поддерживающего упругого основания возникают значительные прогибы коромысла при малых углах наклона платформы. Вместе с этим следует заметить, что в ситуации, когда коромысло поддерживается только упругим основанием, изменение относительной энергии деформации этих двух элементов наименьшее. При этом, однако, коромысло оказывается практически ненагруженным в промежуточных положениях приложения контактного усилия.



а



б



в

Рис.14. Распределение усилия q в крайнем положении платформы (а) и при углах наклона $\alpha_0=-\pi/9$ (б), $\alpha_0=0$ (в) для первого (——), второго (┈┈) и третьего (----) набора параметров

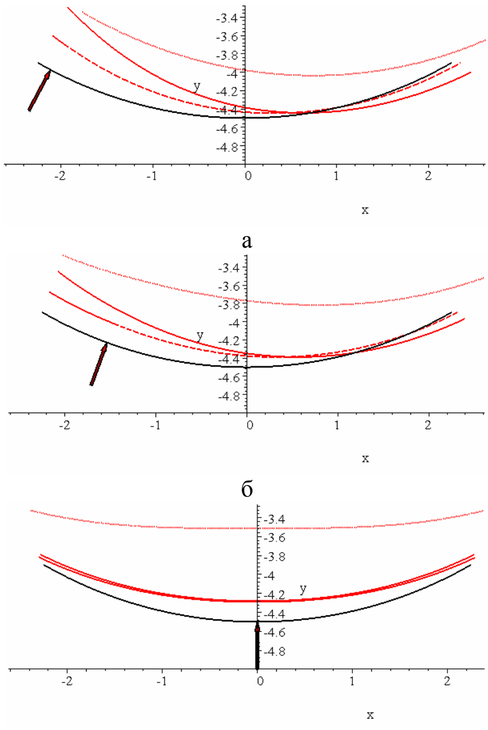


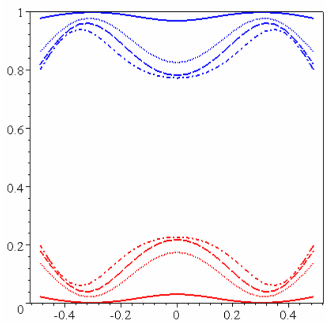
Рис.15. Деформированная ось коромысла в крайнем положении платформы (а) и при углах наклона $\alpha_0 = -\pi/9$ (б), $\alpha_0 = 0$ (в) для первого (——), второго (············) и третьего (- - - -) набора параметров (перемещения масштабированы

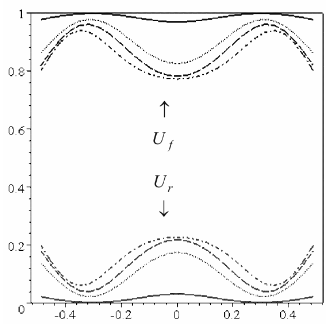
Небольшие по величине изгибные деформации коромысла в этих ситуациях приобретают локальный характер, что можно заметить на диаграммах зависимости величины $\Omega[M_y]$ от угла наклона (рис. 11), а также по приведенной на рис. 13 эпюре изгибающего момента M_y для $\alpha_0 = -\pi/9$. В остальных положениях наклонной платформы, в которых коромысло оказывается более нагруженным, моменты M_y распределены более равномерно, что подтверждается большими значениями характеристки $\Omega[M_y]$ (см. рис. 11).

Результаты для третьего набора параметров качественно повторяют полученные для первого варианта. Внесение в конструкцию опор дают только количественные изменения: в целом величина прогибов при этом уменьшается (рис. 15), тогда как ось коромысла становится при этом более изогнутой (рис. 13). Вместе с этим линейные опоры снимают часть нагрузки с основания при наклоне платформы, в результате чего распределение усилий q становится более равномерным (рис. 12). В целом видно, что упругое основание регуляризует распределение усилий в опорной секции и позволяет более равномерно по сравнению со вторым вариантом, в котором коромысло опирается только на линейные опоры, нагрузить эту часть конструкции по всей ее длине в различных положениях платформы.

Следующий пример показывает, как величина удельной жесткости основания $k(\alpha)$ влияет на степень равномерности усилий в коромысле и во нем самом (рис. 16-21). В его рамках рассматриваются четыре различных значения безразмерного параметра удельной жесткости основания

$\lambda(\alpha) \equiv \bar{\lambda} = [10, 100, 200, 400]$. Жесткость опор принимается здесь нулевой.





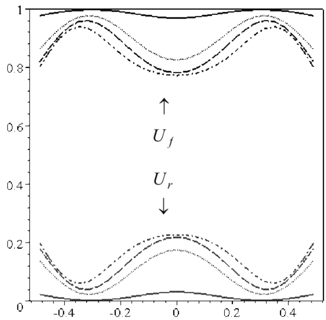


Рис.16. Энергия упругой деформации коромысла и основания, отнесенная к работе нагружения при значениях $\bar{\lambda}$ = 10 (——), 100 (⋯⋯), 200 (– – – –), 400 (–·–·–)

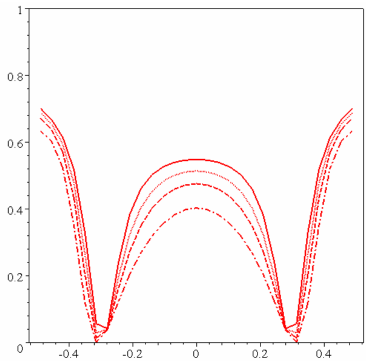


Рис.17. Мера равномерности распределения изгибающего момента коромысла $\Omega[M_y]$ при значениях $\bar{\lambda}$ = 10 (——), 100 (⋯⋯), 200 (– – – –), 400 (–·–·–)

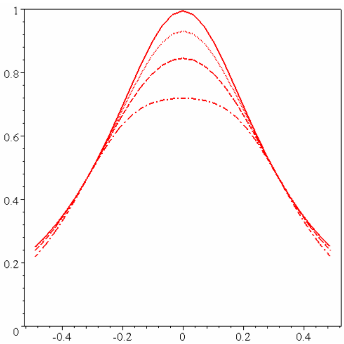
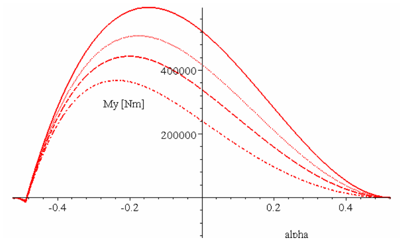
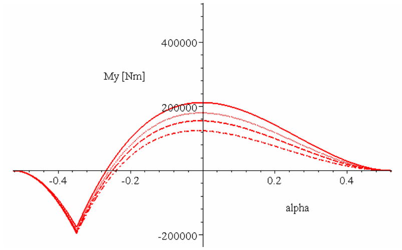


Рис.18. Мера равномерности распределения сжимающих усилий в основании $\Omega[q]$ при значениях $\bar{\lambda}$ = 10 (——), 100 (⋯⋯), 200 (– – – –), 400 (–·–·–)

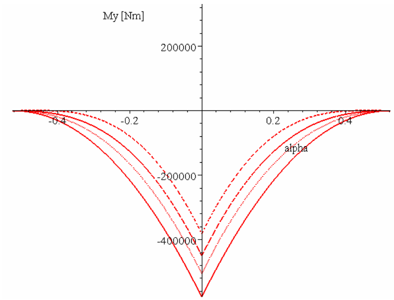
Из представленных ниже результатов видно, что с изменением податливости основания характер распределения моментов и усилий и степень их неоднородности качественно не меняются. Общая закономерность заключается в том, что с уменьшением жесткости основания, усилия в нем распределяются более равномерно (рис. 16), оставаясь в среднем на постоянном уровне. В то же время более податливое основание позволяет больше изгибаться коромыслу (рис. 19), тогда как более жесткое основание препятствует его изгибу и создает в нем изгибающие моменты разного знака.



а

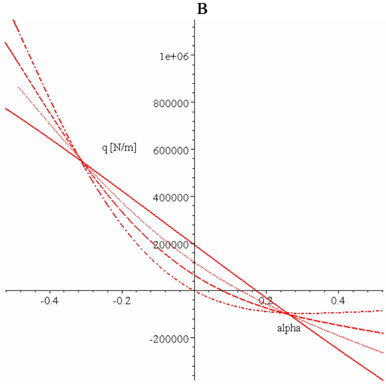


б



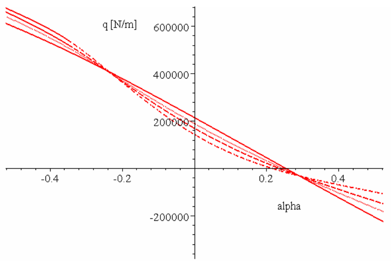
в

Рис.19. Распределение изгибающего момента M_y в крайнем положении платформы (а) и при углах наклона $\alpha_0 = -\pi/9$ (б), $\alpha_0 = 0$ (в) при значениях $\bar{\lambda}$ = 10 (———), 100 (⋯⋯), 200 (– – – –), 400 (–·–·–)

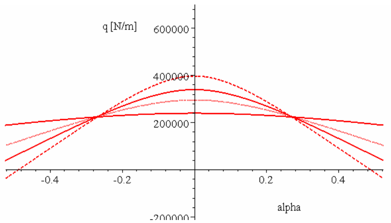


а

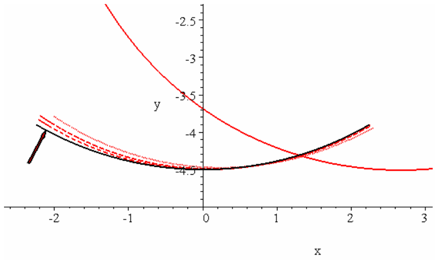
Рис.20. Распределение усилия q в крайнем положении платформы (а) и при углах наклона $\alpha_0 = -\pi/9$ (б), $\alpha_0 = 0$ (в) при значениях $\bar{\lambda}$ = 10 (———), 100 (⋯⋯), 200 (– – – –), 400 (–·–·–)



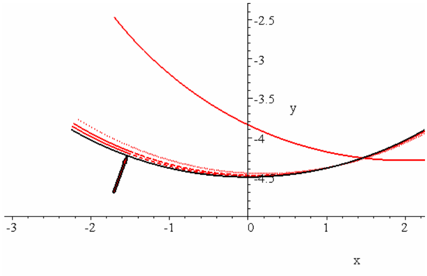
б



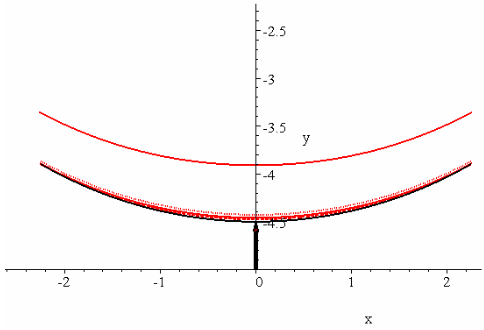
в



а



б



в

Рис.21. Деформированная ось коромысла в крайнем положении платформы (а) и при углах наклона $\alpha_0 = -\pi/9$ (б), $\alpha_0 = 0$ (в) при значениях $\bar{\lambda}$ = 10 (———), 100 (⋯⋯), 200 (– – – –), 400 (–·–·–)

В результате этого мера однородности распределения их $\Omega[M_y]$ для четвертого значения коэффициента жесткости оказывается ниже, чем для других значений $\bar{\lambda}$ (рис. 17). Равномернее в случае более податливого основания оказываются распределенными и усилия в его слоях (рис. 18). При $\bar{\lambda}$ = 10 эпюра $q(\alpha)$ в горизонтальном положении наклонной платформы становится почти прямой горизонтальной линией (рис. 20), и значение характеристики неоднородности $M[q]$ при $\alpha_0 = 0$ приближается к 1 (рис. 18).

И все же порядок величины жесткости основания является не единственным его параметром, влияющим на упругие свойства системы. Важно еще и то, как эта удельная жесткость распределена по всей протяженности опорной секции. Заключающий пример приводится для

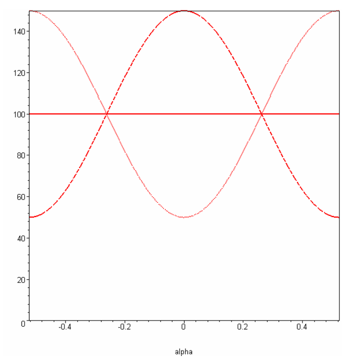


Рис.22. Распределения удельной жесткости: $\lambda^{(1)}(\alpha)$ (———), $\lambda^{(2)}(\alpha)$ (⋯⋯), $\lambda^{(3)}(\alpha)$ (– – – –)

того, чтобы показать, как неоднородность жесткости основания, при сохранении ее порядка, может влиять на нагруженности элементов рассматриваемой конструкции (рис. 23-25).

Рассматриваются 3 варианта распределения жесткости:

1. $\lambda^{(1)}(\alpha) \equiv \bar{\lambda} = 100$;
2. $\lambda^{(2)}(\alpha) = \bar{\lambda}(1 - 1/2\cos 6\alpha)$;
3. $\lambda^{(3)}(\alpha) = \bar{\lambda}(1 + 1/2\cos 6\alpha)$.

В отличие от постоянной $\lambda^{(1)}(\alpha)$ функции $\lambda^{(2)}(\alpha)$ и $\lambda^{(3)}(\alpha)$ меняют свое значение на интервале $[\alpha_1, \alpha_2]$ (рис. 22), но в среднем имеют общее с ней значение. Второй вариант качественно соответствует случаю основания, в центральной части которого жесткость меньше, чем на краях, а третий – обратной ситуации.

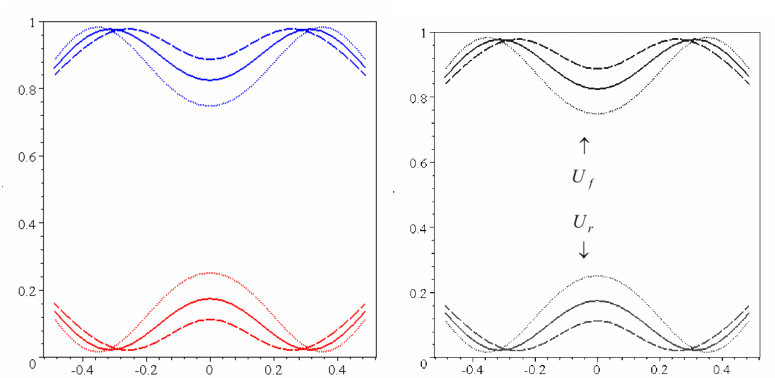


Рис.23. Энергия упругой деформации коромысла и основания, отнесенная к работе нагружения для $\lambda^{(1)}(\alpha)$ (——), $\lambda^{(2)}(\alpha)$ (·········), $\lambda^{(3)}(\alpha)$ (- - - -)

Усиление основания (2-й рассматриваемый вариант) на краях коромысла приводит к уменьшению перемещений в крайних положениях наклонной платформы. При α_0, близких к α_1 или α_2, эти перемещения в отсутствии опор, которые бы удерживали край коромысла, имеют максимум на краях секции, которому соответствует максимум усилия в крайних слоях упругого основания. Одновременно с этим положительные изгибающие моменты в центральной части коромысла оказываются меньшими по сравнению с другими двумя типами распределений. Однако при малых углах наклона платформы для этого варианта жесткости основания получаются экстремальные отрицательные изгибающие моменты, распределенные равномернее, чем в других случаях (рис. 24).

По-другому сказывается усиление основания в центральной его части. В крайних положениях наклонной платформы в этом случае нагруженный край коромысла слабо поддерживает основание, в результате чего значительно изгибается. В этом состоянии коромысло запасает наибольшую энергию упругой деформации. Вместе с этим при малых поворотах платформы, наоборот, изгибные деформации относительно малы и сосредоточены в месте приложения контактной нагрузки.

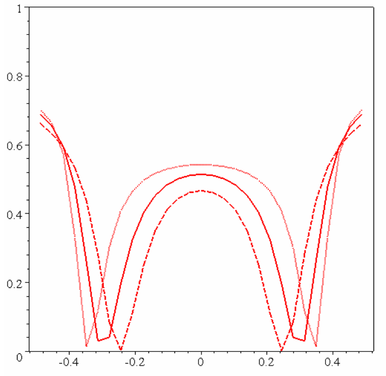


Рис.24. Мера равномерности распределения изгибающего момента коромысла $\Omega[M_y]$ для $\lambda^{(1)}(\alpha)$ (———), $\lambda^{(2)}(\alpha)$ (·········), $\lambda^{(3)}(\alpha)$ (- - - - -)

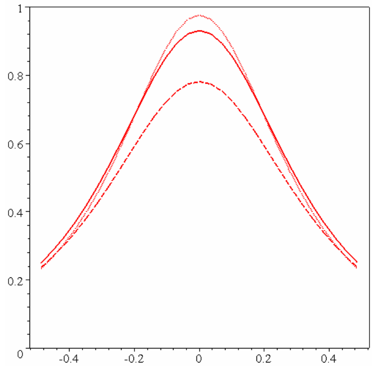


Рис.25. Мера равномерности распределения сжимающих усилий в основании $\Omega[q]$ для $\lambda^{(1)}(\alpha)$ (———), $\lambda^{(2)}(\alpha)$ (·········), $\lambda^{(3)}(\alpha)$ (- - - - -)

Заключение. Анализ приведенной в работе качественной модели опорной секции механизма наклона плавильной печи позволяет сделать вывод о том, что величина и соотношение между параметрами жесткости ее элементов значительно влияет на степень равномерности ее нагруженности, распределение рабочих усилий и их максимальные значения. Отмечены следующие закономерности:

- внесение в конструкцию боковых опор малой жесткости позволяет равномернее нагрузить коромысло и снизить возрастающие усилия в основании при больших углах наклона;
- увеличение податливости основания позволяет добиться более равномерного распределения усилий во всех положениях наклонной платформы;
- за счет переменной по длине коромысла жесткости основания можно обеспечить высокую однородность загруженности коромысла и основания при малых углах наклона платформы, несколько меньших размеров дуги оси коромысла.

Эти результаты применимы при планировании многовариантных расчетов средствами конечноэлементного инженерного анализа. При выборе варьируемых параметров и их значений можно руководствоваться обнаруженными с помощью качественной модели характером их влияния на упругие свойства опорной секции и путем изменения геометрических размеров и конфигурации отдельных ее элементов добиваться повышения ее прочности и несущей способности.

Список литературы: **1.** *Полищук Т.В., Пеклич М.М., Ткачук Н.Н.* Кинематический и силовой расчет механизма наклона плавильной печи // Механіка та машинобудування. – 2007.– № 1. – С.100-106. **2.** *Полищук Т.В., Ткачук Н.Н.* К вопросу о кинематическом и силовом анализе механизма наклона плавильной печи // Вестник НТУ „ХПИ”. Тематический выпуск „Машиноведение и САПР”. – Харьков: НТУ „ХПИ”. – 2007. – Вып. 29. – С.122-131.

Поступила в редколлегию ***21.12.07***

УДК 539.3

А.Н. ТКАЧУК, НТУ „ХПИ”

ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОУПРУГИХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕМЕНТОВ ПРЕСС-ФОРМ ДЛЯ ЛИТЬЯ ПОД ДАВЛЕНИЕМ С УЧЕТОМ ФАЗОВЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ В ОТЛИВКЕ

Робота присвячена розробці методів дослідження термопружних контактних задач елементів прес-форм для литва під тиском з урахуванням фазових перетворень у виливку. Розглядається зв'язана термопружна постановка задачі у вигляді системи диференціальних рівнянь в частинних похідних і нерівностей. Пропонується методи зведення диференціальної постановки задачі до варіаційних нерівностей і методи дискретизації отриманих варіаційних нерівностей.

This work is devoted development of methods of research of thermoelastic contact tasks of press mold elements for casting under pressure taking into account phase transformations in moulding. The connected thermoelastic target setting is examined as a system of differential equations in partials and inequalities. The methods of reduction of differential setting into variation inequalities and methods of digitization of got variation inequalities are offered.

Введение. Интенсификация режимов работы всех типов машин, в том числе технологических, привело к увеличению эксплуатационных нагрузок и температур, а также повышенному деформированию элементов этих машин. Наличие в конструкции большого числа сопряжений приводит к необходимости рассматривать задачу контактного взаимодействия элементов технологических машин. Действующие на элементы технологических машин нагрузки определяются происходящими в обрабатываемой детали физико-механическими процессами. Для деталей, формуемых из жидкого фазового состояния, ключевую роль играют явления кристаллизации и теплообмена. В свою очередь, интенсивность теплообмена между элементами машины зависят от состояния контакта (величина зазора или контактного давления). В связи с этим приходим к необходимости решения задачи контактного взаи-