

**ВЕСТНИК  
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА "ХПИ"**

**Сборник научных трудов  
Тематический выпуск**

**19'2009**

**"Проблемы механического привода"**

Издание основано Национальным техническим университетом "ХПИ"  
в 2001 году

**Государственное издание**

Свидетельство Госкомитета  
По информационной политике Украины  
КВ № 5256 от 02.07.2001 г.

**КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ**

**Председатель**

Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ, *д.т.н., проф.*

**Секретарь**

К.А. ГОРБУНОВ, *к.т.н., проф.*

А.П. МАРЧЕНКО, *д.т.н., проф.*  
Е.И. СОКОЛ, *д.т.н., проф.*  
Е.Е. АЛЕКСАНДРОВ, *д.т.н., проф.*  
Т.С. ВОРОПАЙ, *д.ф.н., проф.*  
М.Д. ГОДЛЕВСКИЙ, *д.т.н., проф.*  
А.И. ГРАБЧЕНКО, *д.т.н., проф.*  
В.Д. ДМИТРЕНКО, *д.т.н., проф.*  
В.Г. ДАНЬКО, *д.т.н., проф.*  
В.Б. КЛЕПИКОВ, *д.т.н., проф.*  
П.А. КАЧАНОВ, *д.т.н., проф.*  
А.К. МОРАЧКОВСКИЙ, *д.т.н., проф.*  
П.Г. ПЕРЕРВА, *д.т.н., проф.*  
Н.И. ПОГОРЕЛОВ, *д.т.н., проф.*  
М.И. РЫШЕНКО, *д.т.н., проф.*  
В.Б. САМОРОДОВ, *д.т.н., проф.*  
В.П. СЕБКО, *д.т.н., проф.*  
В.Н. ТАРАН, *д.т.н., проф.*  
Ю.В. ТИМОФЕЕВ, *д.т.н., проф.*  
Н.А. ТКАЧУК, *д.т.н., проф.*

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**Ответственные редакторы**

В.С. ГАПОНОВ, *д.т.н., проф.*  
Н.А. ТКАЧУК, *д.т.н., проф.*

**Зам. ответственного редактора**

А.В. УСТИНЕНКО, *к.т.н., доц.*

**Ответственный секретарь**

В.А. БЕРЕЖНОЙ, *к.т.н.*

Н.Э. ТЕРНЮК, *д.т.н., проф.*

А.П. ЛЮБЧЕНКО, *д.т.н., проф.*

В.П. ШИШОВ, *д.т.н., проф.*

В.М. ГРИБАНОВ, *д.т.н., проф.*

Н.Л. УТУГОВ, *д.т.н., проф.*

В.Г. ХРОМОВ, *д.т.н., проф.*

С.В. ГУТЫРЯ, *д.т.н., проф.*

Б.В. МОТУЛЬКО, *д.т.н., проф.*

Б.И. КИНДРАЦКИЙ, *д.т.н., проф.*

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, *д.т.н.*

В.В. ШЕЛОФАСТ, *д.т.н., проф.*

А.С. КУНИВЕР, *д.т.н., проф.*

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, *д.т.н., проф.*

Х.С. САМИДОВ, *д.т.н., проф.*

М. БОШАНСКИ, *д.т.н., проф.*

А.И. ПАВЛОВ, *к.т.н., доц.*

В.Н. ВЛАСЕНКО, *к.т.н.*

Н.В. МАТЮШЕНКО, *к.т.н.*

В.В. МЕДВЕДЬ, *канд. пед. наук*

**АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ**

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21  
кафедра ТММ и САПР  
тел. (0572) 707-64-78

УДК 621.833

Вісник Національного Технічного університету "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу".  
Харків: НТУ "ХПИ". – 2009, №19. – 168 с.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПИ",  
протокол №8 від 26.06.2009**

©Національний технічний університет "ХПИ", 2009

**В.Н. ВЛАСЕНКО**, к.т.н., председатель ТК-47 "Механічні приводи", г. Киев  
**В.М. ФЕЙ**, гл. инженер АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев

### **РАБОТЫ ТК-47 ПО РАЗВИТИЮ НОРМАТИВНОЙ БАЗЫ МЕХАНИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ ОБЩЕМАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО И СПЕЦИАЛЬНОГО ПРИМЕНЕНИЯ**

ТК-47 працює з розвитку нормативної основи механічних приводів загального машинобудування і спеціального застосування.

The TC-47 works on development of normative base of mechanical drives of general engineering and special application.

В технический комитет Украины по стандартизации ТК-47 "Механічні приводи", созданный в 1994 г. с целью ускорения технического прогресса в области конструирования, изготовления и испытания механических приводов общемашиностроительного и специального применения, входит 23 коллективных члена. Выполнение функции секретариата технического комитета возложено на головную организацию Минпромполитики Украины в области редукторостроения научно исследовательский институт "Редуктор" (АОЗТ "НИИ "Редуктор").

За годы функционирования ТК-47 разработаны более 160 стандартов (ГКНД, ГОСТ, ДСТУ, ДСТУ ISO). Работа комитета осуществляется на основании годовых программ работ. На начальном этапе разработки велись по созданию стандартов вида ГОСТ (ДСТУ), затем акцент работ был смещен в сторону разработки национальных стандартов гармонизированных со стандартами ISO. В настоящий момент с нормативной базой ТК-47 можно ознакомиться на сайте <http://www.i.com.ua/-niiredut>.

Работы ТК-47 в 2008 г. проводились по следующим направлениям:

- расширение базы гармонизированных с ISO стандартов по номенклатуре ременных передач [1-14];
- методам испытаний [4, 5, 7, 12, 15-17];
- техническим регламентам [5, 18];
- расчетным методикам [10-19];
- нормативным документам по контролю качества продукции [20];
- информационному обеспечению [21].

При формировании программы работ на 2008 г. учитывались:

- степень обеспеченности уровня взаимозаменяемости и технической совместимости объекта стандартизации и его влияние на экономическую и техническую эффективность сотрудничества;

- значение стандарта для однозначного определения результатов испы-

тания и контроля качества продукции;

- степень связи стандартов с другими нормативными документами;
- способность стандарта реально или потенциально устранять технические барьеры в торговле.

Нормативная база условно разделена на следующие подгруппы:

- стандарты терминов и определений по механическим приводам;
- стандарты расчетных методик;
- стандарты основных параметров механических приводов;
- стандарты общих технических условий (технических регламентов);
- стандарты показателей качества продукции;
- стандарты методов и правил испытания механических приводов;
- общетехнические стандарты (на допуски и технические требования к геометрии поверхности; расчеты кинематики, КПД, геометрии и др.).

При значительном объеме нормативной базы гармонизированных стандартов и улучшения ее качественного состава (более половины вновь разработанных стандартов составляют гармонизированные стандарты ДСТУ ISO) следует отметить негативные тенденции:

- недостаточный уровень гармонизации стандартов на механические приводы с международными нормами (многие стандарты ISO до настоящего времени не имеют статуса ДСТУ ISO);

- специалистами научных организаций и вузов мало внимания уделяется работам по сравнительному анализу сходимости расчетных методик по ГОСТам и гармонизированным ДСТУ ISO;

- испытательные лаборатории, аккредитованные в системе СЕПРО, медленно внедряют методы испытаний по ДСТУ ISO и проводят переаккредитацию существующих лабораторий и аккредитацию новых в соответствии с требованиями ДСТУ ISO/IES 17025 "Общие требования к компетентности испытательных и калибровальных лабораторий".

Созданная в ТК-47 база стандартов по механическим приводам содержит необходимый научно-технический задел для разработки в рамках межгосударственного комитета по стандартизации МТК-96 "Механические приводы" межгосударственных стандартов (ГОСТ ISO) гармонизированных со стандартами ISO, однако финансирование работ по разработке межгосударственных стандартов в странах СНГ практически остановлено.

Учитывая определенную сложность с приобретением копий стандартов, АТЗТ "НИИ "Редуктор" оказывает содействие потребителям в получении электронной версии или копии на бумажном носителе стандартов из нормативной базы ТК-47. Запросы можно отправлять по электронным адресам: [niireductor@yandex.ru](mailto:niireductor@yandex.ru), [niiredut@I.com.ua](mailto:niiredut@I.com.ua).

**Список литературы:** 1. ДСТУ ISO 22 Передачі пасові. Плоскі приводні паси і відповідні шківи. Розміри і допуски. 2. ДСТУ ISO 22 Передачі пасові. Плоскі приводні паси і відповідні шківи. Розміри і допуски. 3. ДСТУ ISO 22 Передачі пасові. Плоскі приводні паси і відповідні шківи. Розміри і допуски.

4. *ДСТУ ISO 251* Стрічки конвеєрні з тканинним каркасом. Ширини і довжини. 5. *ДСТУ ISO 255* Пасові передачі. Шківні для клинових пасів (система, базована на заданій ширині). Геометрична перевірка канавок. 6. *ДСТУ ISO 282* Конвеєрні стрічки. Відбирання зразків для випробування. 7. *ДСТУ ISO 284* Конвеєрні стрічки. Електропровідність. Технічні умови і метод випробувань. 8. *ДСТУ ISO 433* Конвеєрні стрічки. Маркування. 9. *ДСТУ ISO 1120* Конвеєрні стрічки. Визначення сили механічних з'єднань. Статичний метод випробування. 10. *ДСТУ ISO 1604* Передачі пасові. Нескінченні широкі клинові паси для промислових приводів і профілі канавок для відповідних шківів. 11. *ДСТУ ISO 2790* Передачі пасові. Клинові паси для автомобільної промисловості і відповідні шківні. Розміри. 12. *ДСТУ ISO 3684* Конвеєрні стрічки. Визначення мінімальних діаметрів шківів. 13. *ДСТУ ISO 5285* Конвеєрні стрічки. Настанова зі зберігання і транспортування. 14. *ДСТУ ISO 5287* Пасові приводи. Вузькі клинові паси для автомобільної промисловості. Випробування на втому. 15. *ДСТУ ISO 5294* Синхронні пасові приводи. Шківні. 16. *ДСТУ ISO 9563* Пасові приводи. Електропровідність антистатичних нескінчених синхронних пасів. Характеристики і метод випробувань. 17. *ДСТУ ISO 14635-1* Передачі зубчасті. Методики випробувань FZG. Частина 1. Метод випробувань FZG A/8,3/90 для відносної навантажувальної здатності оливи з умови заїдання. 18. *ДСТУ ISO 14635-2* Передачі зубчасті. Методики випробувань FZG. Частина 2. Випробування зі ступінчастим навантаженням A10/16, 6R/120 для відносної навантажувальної здатності оливи надвисокого тиску з умови відсутності заїдання. 19. *ДСТУ ISO 14635-3* Передачі зубчасті. Методики випробувань FZG. Частина 3: Метод випробувань FZG A/2,8/50 для відносної навантажувальної здатності і характеристик зношування напіввіджиків мастил з умови відсутності заїдання. 20. *ДСТУ ISO 13691* Нафтова і газова промисловість. Редуктори зубчасті. 21. *ДСТУ ISO 23509* Передачі зубчасті конічні і гіпоїдні. Розрахунок геометрії. 22. *ДСТУ ISO 18653* Колеса зубчасті. Оцінювання приладів для вимірювання окремих зубчастих коліс. 23. *ДСТУ ISO 4863* Пружні муфти. Інформація, яка повинна надаватись користувачем та виробником.

Поступила в редколлегию 20.03.09

УДК 621.833

**В.Н. ВЛАСЕНКО**, к.т.н., г. Киев, директор АОЗТ "НИИ "Редуктор"

**В.П. ДИДКОВСКИЙ**, к.т.н., доц. кафедры инструментального производства НТТУ "КПИ", ММИ

**И.В. ДОБРОВОЛЬСКАЯ**, ст. кафедры инструментального производства НТТУ "КПИ", ММИ

### **СОВРЕМЕННЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ И ПРОИЗВОДСТВУ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЗУБЧАТЫХ РЕДУКТОРОВ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Сучасні вимоги до проектування і виробництва високошвидкісних зубчастих редукторів спеціального призначення.

Modern requirements to planning and production of high-speed toothed reducing gears of the special setting.

Совершенствование отечественного промышленного оборудования нефтеперерабатывающей и газовой промышленности на основе гармонизации технических требований с требованиями развитых стран Евросоюза будет способствовать повышению его конкурентоспособности.

Разработанный в АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев гармонизированный

стандарт [1] – базируется на накопленном знании и опыте производителей и потребителей зубчатых редукторов. Он разработан, чтобы удовлетворить требования нефтяной, нефтехимической и газовой промышленности, но его использование не ограничено этими отраслями. Стандарт содержит повышенные требования к высокоскоростным зубчатым редукторам специального применения, которые в значительной мере отличаются от требованиями к общепромышленным редукторам [2, 3] и другим специальным редукторам [4].

Стандарт [1] устанавливает:

- минимальные требования для закрытых, точных, косозубых и шевроновых, одно- и двухступенных мультипликаторов и редукторов с параллельными валами со скоростями шестерни 3000 об/мин либо больше, либо со скоростью на начальном кругу 25 м/с или больше, для применений специального назначения;

- метод определения нагружающей способности зубчатых передач, которые отвечают следующим критериям:

а) точность зубчатых колес:

- точность зубцов: степень точности 4 или лучший согласно с [5], для отклонения на одном шаге  $f_{pt}$  и для полного накопленного отклонения шага  $F_p$ ,

- полное отклонение напрямую зуба  $F_b$  между линиями зуба шестерни и колеса: степень точности 4 или лучший согласно с [5];

б) диапазон торцевого перекрытия:  $1,2 < \varepsilon_\alpha < 2,0$ ;

в) коэффициент осевого перекрытия  $\varepsilon_\beta \geq 1,0$ ;

г) угол наклона линии зуба:  $5 \leq \beta \leq 35^\circ$ ;

д) рабочие боковые поверхности зубцов шестерни или колеса обеспечены профильной модификацией, чтоб получить доброе сопрягающее распространение нагрузки зуба вдоль линии ущемления;

е) рабочие боковые поверхности зубцов шестерни или колеса модифицируются, если необходимо компенсировать деформации кручения и сгибания и, что необходимо для зубчатых передач со скоростями на начальном кругу, которые превышают 100 м/с, также для тепловых деформаций;

и) смазка зубчатых передач масляным дистиллятом без присадок, степень вязкости VG-32 или VG-46 [6];

к) материал зубцов зубчатых колес качества MQ или лучшей, согласно с [7].

Общие положения стандарта [1] предполагают что:

- оборудование (включая вспомогательное) должно разрабатываться и конструироваться для минимальной долговечности 20 лет и как минимум три года непрерывного действия;

- оборудование должно отвечать правилам испытаний [8] по максимальному допустимому звуковому уровню;

- оборудование должно разрабатываться так, чтобы действовать безопасно на установленной скорости размыкания. Если другое не согласовано,

роторы для турбинных ведомых зубчатых колес, должны разрабатываться так, чтобы действовать безопасно при мгновенных скоростях до 130% от номинальной скорости;

- характеристики зубчатых передач должны определяться на испытательном стенде и на их постоянном месте установки в пределах установленных приемных критериев;

- если другое не согласовано, редукторы не должны требовать период приработки на уменьшенных скоростях и нагрузках на месте установки;

- зубчатая передача должна разрабатываться так, чтобы выдержать все внутренние и внешние нагрузки (толчки и тому подобное).

Для каждого зубчатого зацепления редуктора значения напряжений должны рассчитываться на контактную и изгибную прочности, а также на сопротивление заеданию.

Рассчитанные значения напряжений не должны превышать допустимые расчетные значения напряжений, указанных в таблице 1.

Указанные коэффициенты для определения нагружающей способности предполагают, что рабочие боковые поверхности зубьев шестерни и колеса модифицируются, чтобы компенсировать как крутильные, так и изгибные деформации и, если необходимо для зубчатых передач со скоростями на начальном цилиндре свыше 100 м/с, также и тепловые деформации.

Некоторые распространенные комбинации твердости шестерни и колеса приведены в таблице 2.

Таблица 1 – Допустимые значения расчетных напряжений  $\sigma_{HAD}$ ,  $\sigma_{FAD}$ , Максимальные соотношения ( $L/d$ ) шестеренчатые

Материал	Твердость зуба	Допустимое значение расчетного напряжения		Максимальное соотношение $L/d$ шестерни	
		Контакта $\sigma_{HAD}$ Н/мм <sup>2</sup>	изгиба $\sigma_{FAD}$ Н/мм <sup>2</sup>	шевронные	косозубые
Стали с объемной закалкой	302 HB	525	250	2,2	1,6
	321 HB	542	256	2,2	1,6
	341 HB	560	263	2,2	1,6
	363 HB	580	270	2,2	1,6
Стали цементованные и поверхностно закаленные	58 HRC	760	350	2,0	1,6
Стали азотированные	58 HRC	660	270	2,2	1,6

Примечание. Для зубчатых передач, которые выдерживают полную нагрузку реверсивно в каждом цикле нагрузки, значение  $\sigma_{FAD}$  должно умножаться на коэффициент 0,7.

Таблица 2 – Комбинации твердости для шестерни и колеса.

Минимальная твердость колеса	Минимальная твердость шестерни
302 HBW	341 HBW
321 HBW	341 HBW
341 HBW	363 HBW
363 HBW	58 HRC <sup>a</sup>
58 HRC <sup>a</sup>	58 HRC <sup>a</sup>
58 HRC <sup>b</sup>	58 HRC <sup>a</sup>
58 HRC <sup>b</sup>	58 HRC <sup>b</sup>

a – цементируемая и поверхностно-закаленная сталь.  
b – сталь с газовым азотированием.

Зубья зубчатых колес должны окончательно обрабатываться или шлифоваться в сборе колеса с валом. Для окончательной обработки зубьев рекомендуется использовать один или несколько следующих процессов: шлифование, шевингование, хонингование, точное фрезерование.

Все зубья зубчатых колес, окончательно обработанных шевингованием или хонингованием должны изготавливаться методами фрезерования. Шеверы и хоны должны иметь взаимно простые числа зубьев с обрабатываемой деталью. Точность зубьев зубчатых колес и модификации профиля и угла наклона линии зуба должны быть согласованными с методами определения нагружающей способности зубчатой передачи.

Непокрытая поверхность зуба на нагруженных боковых поверхностях полностью обработанных зубчатых колес должна иметь шероховатость  $Ra$  0,8 мкм или лучшую, измеренную на начальном цилиндре согласно с [9].

Сопрягаемые зубчатые колеса должны рассматриваться, как соответствующий набор и должны проверяться на контакт на стенде для контактных проверок и в рабочем корпусе производителя. Комплекты зубчатых колес с не модифицированными направлениями линии зуба обычно дают около 80% контакта от ширины зубчатого венца.

Для окружных скоростей при максимальной непрерывной скорости выше 150 м/с, заготовки зубчатых колес должны выполняться совместно с их валами. Для окружных скоростей 150 м/с и меньше, заготовки могут выполняться совместно или отдельно от валов.

Материал используемый для колес и шестерен, должен быть ковальной или горячекатаной легированной сталью высокого качества, выбранного так, чтобы отвечать критериям для контактной и изгибной прочности зубьев. Качество материала зубцов зубчатых колес должно отвечать степени качества материала MQ или лучшему [7].

Термическая обработка должна выполняться после черновой механической обработки, чтоб достичь необходимых механических свойств согласно с [7].

После объемной закалки материалы зубчатых колес должны быть под-

вержены черновой механической обработке для приближения к окончательного контуру заготовки и термически обработаны, участок зубьев должен проверяться на соответствующую твердость. Для поверхностно-закаленных деталей окончательная твердость зубьев должна проверяться не разрушающимися методами.

Обеспечение высоких нагрузочных способностей и долговечности высокоскоростных редукторов [1] не возможно без обеспечения выполнения жестких требований к зубчатым передачам высокой точности и долговечности с применением специальных модификаций зубьев.

В Киевском политехническом институте на кафедре инструментального производства начаты работы по конструированию металлорежущего инструмента (червячной фрезы) для изготовления зубчатых колес таких высокоскоростных редукторов, с последующим изготовлением опытных зубчатых пар и проведение необходимого комплекса испытаний.

#### Общие выводы.

1. Разработка и внедрение национального стандарта [1] позволит гармонизировать технические требования по конструированию и изготовлению высокоскоростных зубчатых редукторов специального назначения для нефтеперерабатывающей и газовой промышленности.

2. Для выполнения требований к зубчатым колесам таких редукторов необходимо проведение комплекса конструкторских работ по созданию режущего инструмента с последующим изготовлением опытных образцов зубчатых колес и проведением их испытаний в рабочем диапазоне нагрузок.

**Список литературы:** 1. *ДСТУ ISO 13691* Нафтова і газова промисловість. Редуктори зубчасті високошвидкісні спеціального призначення. 2. *ГОСТ 16162* Редукторы зубчатые. Общие технические условия. 3. *ДСТУ ISO/TR 13593* Редуктори для промислового застосування. 4. *ДСТУ ISO 81400-4* Вітрові установки. Частина 4. Конструкція і технічні умови редукторів. 5. *ISO 1328-1:1995*, Cylindrical gears – ISO system of accuracy – Part 1: Definitions and allowable values of deviations relevant to corresponding flanks of gear teeth. 6. *ISO 3448:1992*, Industrial liquid lubricants – ISO viscosity classification. 7. *ДСТУ ISO 6336-5:2005* Розрахунок навантажувальної здатності циліндричних прямозубих і косозубих передач. Частина 5. Міцність і якість матеріалів. 8. *ДСТУ ISO 8579-1:2005* Правила приймання зубчастих передач. Частина 1. Правила випробування на шум. 9. *ДСТУ ISO/TR 10064-4*: Циліндричні зубчасті передачі – Практичні правила приймання – Частина 4: Рекомендації, що стосуються структури поверхні і перевірки плями контакту зубців.

Поступила в редколлегию 20.03.09

**P. TÖKÖLY**, Ing., PhD. student, Institute of Transport Technology and Engineering Design, Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology, Bratislava, SR

**M. GAJDOŠ**, Ing., PhD. student, Institute of Transport Technology and Engineering Design, Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology, Bratislava, SR

**M. BOŠANSKÝ**, Assoc. Prof., PhD., Institute of Transport Technology and Engineering Design, Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology, Bratislava, SR

### EFFECT OF TOOTH SHAPE TO SIZE OF CONTACT STRESS NONINVOLUTE GEARING

В статье описывается влияние формы зуба с размером контактной напряженности. В геометрических параметрах выпукло-вогнутой передач можно изменить форму зубьев, которая может быть достигнута за счет сокращения размеров контактных напряжений. Важную роль играет сокращение радиусов кривизны, которая существенно влияет на размер этих напряжений. Приравниваясь два места вокруг самого начала (точка В) и конца (точка D) на линии зацепления, которые находятся в непосредственной близости от этих точек представлены одно и двухпарным зацеплением.

The article describes the effect of the tooth shape to the size of the contact stress. Using the geometrical parameters convex-concave gearing can change the tooth profile, which can be achieved by reducing the size of the contact stress. Important role played by reduced radii of curvature, which significantly affect to the size of these stress. Comparative two places around the beginning (point B) and end (point D) on the line of action.

**Introduction.** Gear transmission, as the most important member of mechanical transmission, for its function must meet demanding requirements in terms of geometric, material, manufacturing and operational conditions for a given operating load. Generally require gearing the following features: long life, low noise, positive mesh and slip rates, increased carrying capacity and wear resistance. Some of these properties can be achieved by selecting non-standard type of gearing and an appropriate choice of geometrical parameters. For non-standard type of gearing can be considered such a tooth profile whose geometry is different from the standard profile ( $\alpha=20^\circ$ ,  $h_a^*=1m_n$ ,  $r_f=0,38m_n$ ), or whose shape of involute is modified.

On the Institute of Transport Technology and Engineering Design the grant 1/0189/09 deals mainly with non-standard convex-concave (K-K) gearings [1, 2, 3,4, 5, 6, 7] and partly HCR gearings (High Contact Ratio) which has a coverage factor which is contact ratio  $\varepsilon_\alpha \geq 2$ .

Convex-concave (C-C) gearing is characterized as a gearing, the tooth flank which forms a curve composed of two arcs with convex and concave part as inflex point in pitch point C. This gearing arises if path of contact is S-shaped (Fig. 1). Existing studies C-C gearing have shown that compared with involute gearing touch the lower contact pressures [8] as well as keenly process slip conditions [9] which implies

the possibility of using ecological lubricant with lower viscosity, respectively lubricant without EP (extreme pressure) ingredients.

In carrying out strength analysis noninvolute type of gearing is not well-defined procedures and standards as to for involute gearing, so it is appropriate to use in their strength design of modern numerical methods (FEM – finite element method). Size of the contact stress are dealt with the software environment, enabling the program ANSYS to simulate and provide results that are not normally get established calculation methods, which proved to be a need for a solution with non-standard C-C gear.

The aim of this paper is to carry out strength analysis of two pairs of C-C gearing (KK-1, KK-3), which are different geometric parameters of the profile tooth curves. Will be considered the two areas (area where are mesh one pair teeth: 1PZ and where are mesh two pairs of teeth: 2PZ) two characteristic points on the line of action – points B and D (Fig. 2).

**Material and methodology.** Limiting factor for most types of mechanical transmission is the contact stress combined with carrying capacity and durability of functional areas. When generating carrying members of mechanical gearing transmissions occur to the mutual contact of the relatively small area. The influence of load leads to distortions in the surface layers and have a touch on the desktop. The calculation of pressure is based on the Hertz formula derived from the power relationship between two circular cylinders with parallel axes of rotation, with a radius and width gearing  $b$ . Evenly distributed force  $F$  raises in the point of contact elastic deformation, which leads to a thin rectangle contact area. Spreading pressure is parabolic and its maximum value is given by:

$$\sigma_H = p_{\max} = \sqrt{\frac{\frac{F}{b} \cdot \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)}{\pi \cdot \left( \frac{1-\mu_1}{E_1} + \frac{1-\mu_2}{E_2} \right)}}, \quad (1)$$

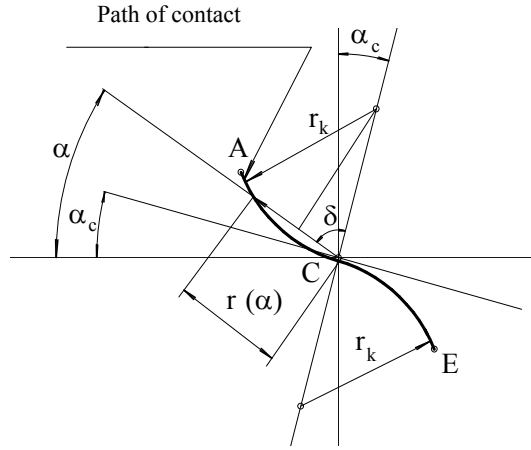


Fig. 1 – S shaped line of action C-C gearing

where  $E_1, E_2, \mu_1, \mu_2$  are elastic constants of materials of each cylinder.

For  $\mu_1=\mu_2=0,3$  is possible formula (1) modify the shape:

$$\sigma_H = p_{\max} = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_H}{b \cdot \rho_H}}, \quad (2)$$

where  $E_H$  [MPa] is modulus of elasticity reduced by Hertz,

$$E_H = \frac{2E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}. \quad (3)$$

$\rho_H$  is radius of curvature reduced by Hertz:

$$\rho_H = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (4)$$

As seen from the formula (2), the size of contact pressure has affects to the tooth profile together meshing wheel, which is in the relationship represented by reduced radius of curvature  $\rho_H$ . On this basis, it can be concluded that reducing of the size of contact pressures may be achieved by such a change in the shape of the tooth, which will increase the reduced radius of curvature of the teeth flanks in gearing. For the size of a radius of curvature at a specific point, make a formula (5) [8] – Fig. 3:

$$\rho_{1,A} = m r + \frac{2r_1 r_k \sin \alpha \cos(\alpha - \alpha_c)}{2r_k \cos(\alpha - \alpha_c) - r_1 \cos \alpha}, \quad (5)$$

$$\rho_{2,A} = \pm r + \frac{2r_2 r_k \sin \alpha \cos(\alpha - \alpha_c)}{2r_k \cos(\alpha - \alpha_c) - r_2 \cos \alpha}$$

While the upper sign applies to the points over the top of path of contact (over the x axis) and the lower sign applies to the points below the axis of x. Then reduced the radius of curvature  $\rho_H$  for C-C gearings will be [8]:

$$\rho_H = \frac{\left\{ \frac{r_1 r_2 \sin^2(2\alpha - \alpha_c)}{\cos^2(\alpha - \alpha_c)} - 2r_k \operatorname{tg}(\alpha - \alpha_c) [r_k \sin(\alpha - \alpha_c) \pm (r_1 + r_2) \sin(2\alpha - \alpha_c)] \right\}}{(r_1 + r_2) \sin \alpha}, \quad (6)$$

$r_{1,2}$  – centred of pinion and wheel;  $r_k$  – radius of curve path of contact ( $h$ =top

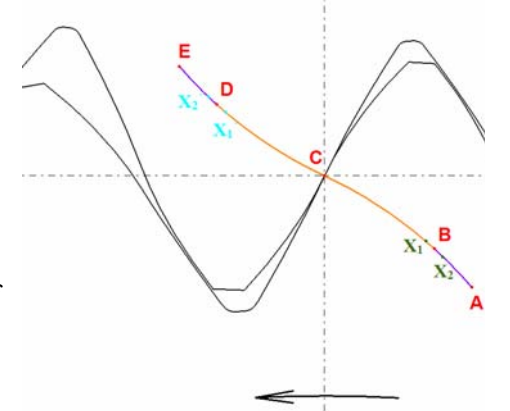


Fig. 2 – Line of action with specific points in which is realized strength analysis

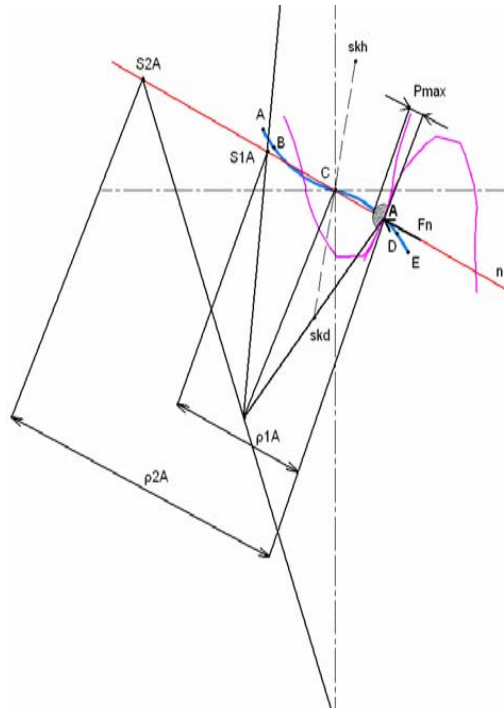
radius,  $d$ =bottom radius);  $\alpha$  – rake angle of path of contact in anywhere mesh point;  $\alpha_c$  – rake angle of path of contact in point C.  
The normal force expressed by the formula:

$$F_N = \frac{F_t}{\cos \alpha} \quad (7)$$

For the size of pressure force  $F$  is necessary get on the resulting force in the gearing  $F_n$ . In the area of meshing one pair of teeth is true equality  $F=F_n$ , but in the area of meshing two pairs of teeth force  $F_n$  is the distribution between the two pairs of teeth static uncertain, but for simplicity it is assumed that:  $F=0.5F_n$  [10].

On the basis of formulas (1) to (7) is possible at any moment to express the size of the scope of contact pressure meshing sides of the teeth as a function of position contact point on the line of action, while in role of position coordinate leaving the radii of curvature respectively. reduced radius of curvature. This procedure is possible expressed by analytical equations applied to noninvolute types of gearing only in the event of a plane model (2D), where there is no problem detect size of contact stress. It is preferable to use a three-dimensional model (3D), which has a comparison with the 2D model of the advantage that it is possible to depict and see the course of the

contact pressure in the longitudinal direction. In addition to finding the maximum pressures can also depict the resulting distortions arising from the contact forces in the direction of path of contact, which is important for estimating the life of gearing. Possible is also the course of finding the resulting relative stiffness of gearing depending on the position of the point on the path of contact, which is essential for the dynamic calculations of drives to the possible use of this type of gearing. In this 3D model is clearly demonstrated the advantages or disadvantages of the gearing modifications to the size of the contact pressures, or the influence of other inaccuracies.



**Experimental methods.** For an accurate analysis of C-C gearing were in AutoCAD using AutoLISP macro generated first plane 2D models of gears by the following parameters: top and bottom radius of path of contact –  $r_{kh}$ ,  $r_{kd}$ ; rake angle of path of contact in point C –  $\alpha_c$ ; normal module gearing –  $m_n$  and number of teeth –  $z_1$ , respectively.  $z_2$ . Thus was created by four gears with the parameters listed in Table. 1.

For each wheel there are two pairs of gearings, which is then adjusted, so that for strength calculation model was used only part of gear transmission, which is suitably replace the entire gearing. Areas in which it was executed strength calculation can be see in Fig. 2. It is the vicinity of beginning (point B) and end (point D) where is in mesh one pair teeth, while turning in the direction (in opposite the direction) loads the value by the  $0.5^\circ$  we get points  $X_1$  and  $X_2$  ( $X_2$ , and  $X_1'$ ). Points  $X_1$  and  $X_1'$  represent area where one pair of teeth mesh (1PZ) and points  $X_2$  and  $X_2'$  represent area where two pairs of teeth mesh (2PZ).

Table 1 – Characteristic of models C-C gearings

Type of gearing	$Z_1$	$Z_2$	$m_n$	$\alpha_c$	$r_k$	$\alpha$
	[-]	[-]	[mm]	[°]	[mm]	[-]
KK-1	27	40	4	25	15	1,15468
KK-3					21	1,20977

The geometric model of C-C gearing was constructed as the dextrorotatory system with two teeth segments (for the pinion) respectively. of three teeth (for wheels). Height of segment, amount the rim of pinions and wheel and from dedendum circle has a value 3.5 times the module gearing. Thus prepared a model has impact on the overall reduction in computing time performed strength analysis.

To construct a geometric model were used from the library of ANSYS-elements type of PLANE 42 and SOLID 45th With free networking was developed planar model of a network in the tooth. This model was subsequently elongate function "Extrudo", thereby creating a solid 3D model of the gearing. This will create in the contact mapped network, which in the transverse direction contained 40 nodes (Fig. 4). The size element in the lateral tooth profile, where there is active to create a contact or where the contact expect was 0.05 mm. Other side curve C-C gearing has size elements set to 0.5 mm. For the transient curve of the tooth and on the addendum circle distance elements was 0.25 mm, and the size of elements towards the active lateral area of the tooth was temper. The rest of the gearing on the rim wheel and pinions has element value set to 1 mm.

Contact areas were defined by the contact elements CONTA 174 and TARGED 170 and depending on (1PZ) respectively. (2PZ) were defined the contact area, too. For a description of the material used for the manufacture of

pinion and wheel were chosen a linear, elastic and isotropic material with modulus of elasticity value  $EX=2.1e5$  MPa and the Poisson number  $NUXY=0.3$ .

Contact surfaces were defined using the contact boundary conditions are defined as follows: rim of pinions was firmly connected via the contact elements CONTA 175 and TARGED 170 bond RIGID with established NOD in the beginning of the global coordinate system. In made NOD was allowed rotation around its axis of rotation (Z axis) and was granted torque 285 Nm. Rim of wheel had taken all the degrees of freedom, thereby was created fix body.

In the analyzed gearing during the meshing were evaluated two most commonly used hypothesis of equivalent stress: the hypothesis of maximum shearing stress (Sint) and hypothesis HMH (SEQV) and to determine the size of the contact stress (CONTPRES).

**Results and discussion.** Already on the basis of a comparison of geometric parameters (Table 1, Fig. 5) of the C-C gearing can be seen that the constant parameters ( $z_1, z_2, m_n, C$ ) the effect of the radius of curvature path of contact ( $r_k$ ) are also growth factor of the contact ratio ( $\epsilon_a$ ) [8] – Fig. 6. Together with the growth of radius of curvature decreases reduced radius of path of contact C-C gearing (Fig. 7). Specifically, the value of the results of strength analysis, which were examined reduced tension under hypothesis of maximum shearing stress and

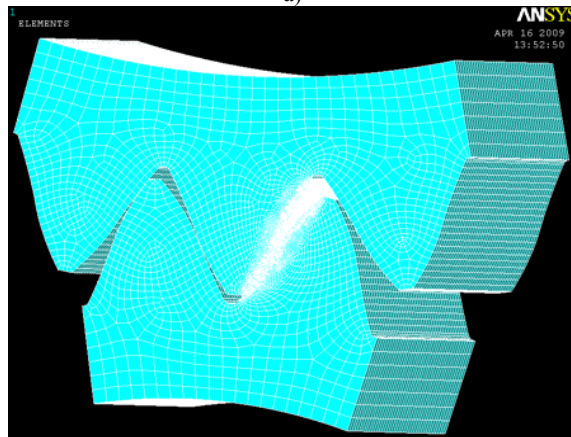
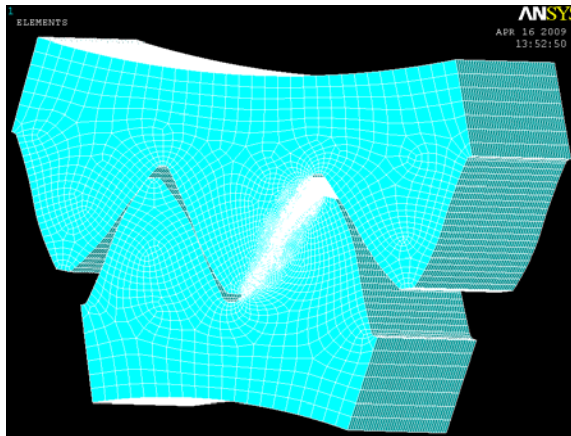


Fig.4 – Discretization of three-dimensional model C-C1 gearing:  
a) 1PZ, b) 2PZ

under the HMH hypothesis, as well as the size of the contact stress are shown in Table 2.

From the table of results it is evident that as to the size of reduced stress and the size of the contact pressure, is better gearing C-C-1. The results are more favorable than in the vicinity of point B, both in the vicinity of point D. The results confirmed by the Fig. 7, where the reduced radius of curvature of gearing C-C-1 is greater than in the C-C-2.

Graphical representation of all the results of the equivalent stress according to the HMH hypothesis for one pair teeth mesh in the vicinity of point B and point D for the gearing of C-C-1 is in Fig. 8. Fig. 9 are graphical results one pair teeth mesh gearing C-C-2. For better visibility of the course and distribution of colors was limited maximum stress in the range from 0 to 250 MPa. From Fig. 8a) and 9a), we see that the layout of stress is almost identical for both considered gearing in a given location. Pinion (bottom segment) is almost at the beginning of one pair teeth mesh and stress is spreading from contact point towards which the normal force acts in the place of contact. At this point, is the second most heavily weighted local area dedendum of pinion and the dedendum of wheel. This also applies to Fig. 12a) and 13a).

Vicinity of point D is shown in in Fig. 8b), 9b) and 12b). 13b) – is ending of one pair teeth mesh area, where the sizes of all the reduced stress as well as the contact pressures are less than it is in the vicinity of point B, almost at the beginning of one pair teeth mesh. The stress in the surrounding parts of gearing is spreading in the direction of normal forces and again second the most weighted place are the two dedendum both gearing.

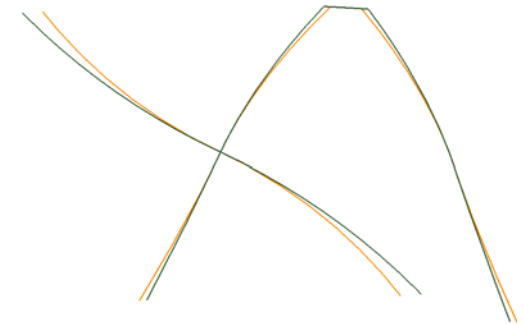


Fig. 5 – Effect of change of radius of curvature of path of contact ( $r_k$ ) to shape ones and profile curve of the tooth (orange: C-C-1, green: C-C-2)

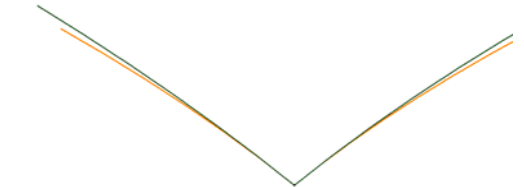


Fig. 6 – Effect of change of radius of curvature of path of contact ( $r_k$ ) to contact ratio ( $\epsilon_a$ ) (orange: C-C-1, green: C-C-2)

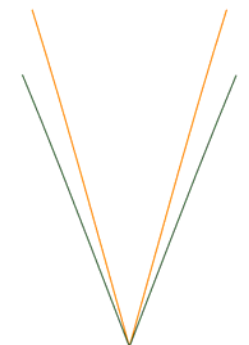


Fig. 7 – Effect of change of radius of curvature of path of contact ( $r_k$ ) to reduced radius of curvature ( $\rho_H$ ) (orange: C-C-1, green: C-C-2)



Table 2 – Result of stress analysis in designated pint of meshing

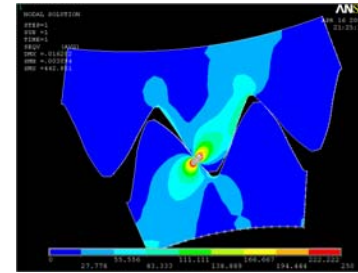
Type of gearing	results	Vicinity of point B [MPa]		Vicinity of point D [MPa]	
		X <sub>1</sub> (1PZ)	X <sub>2</sub> (2PZ)	X <sub>1</sub> (1PZ)	X <sub>2</sub> (2PZ)
KK-1	SEQV	442,851	348,813	416,48	325,618
	SINT	466,022	366,27	440,396	342,493
	CONTPRES	2429	1972	2326	1785
KK-2	SEQV	458,835	408,19	446,252	384,921
	SINT	488,404	436,599	469,452	399,792
	CONTPRES	2530	2229	2434	2108

In the two pair teeth mesh in the vicinity of point B (Fig. 10a), 11a), 14a) and 15a)) achieved all reduced and the contact stress lower value, as it is in one pair teeth mesh. It's understandable, since the normal operation of force is located on the two teeth. The greatest stress are in the contact area near the point B, where contact occurs and is the place where the approaching two pair teeth mesh in transition to one pair teeth mesh (in Fig. 2 is it between points A and B).

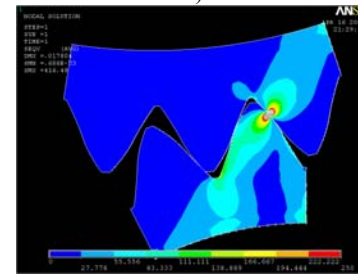
Second two pair teeth mesh area, near the place of D (Fig. 10b), 11b), 14b) and 15b)) is compared with the previous most congested in the addendum of pinion, but here all the stress has reached lower values, as in previous two pair teeth mesh area. Naturally, there is also stress distribution between the two teeth. This stress distribution is almost similar in two pair teeth mesh areas, where the important role played geometric parameters of gearing.

**Conclusion.** Article was designed to assess the size reduced and the contact stress in two pairs C-C gearings. Individual gearings to distinguish between the change in radius of curvature path of contact (see tab. 1). Judged were two nearby areas of the two characteristic points of path of contact, with both points into the one pair teeth mesh and two pair teeth mesh. Final results are displayed in the tab. 2 and show that the change in radius of curvature is growing contact ratio, but also decreases the size of the reduced radius of curvature, resulting in an increase in contact pressure in the gearing. In this example it is evident that suggest C-C gearing is not easy, because by changing the geometry can improve some parameters of gearing, but other parameters worsen. It is therefore necessary to make a compromise between the proposed geometry, depending on the functional parameters.

The work was elaborated within the solution of grant projects VEGA 1/3184/06, 1/0189/09.

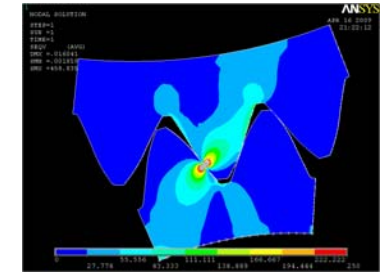


a)

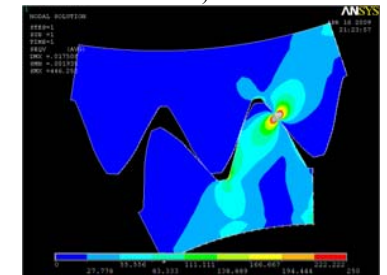


b)

Fig. 8 – Equivalent stress by the hypothesis HMH (SEQV) for C-C-1 (1PZ): a) X<sub>1</sub>, b) X<sub>1</sub>'

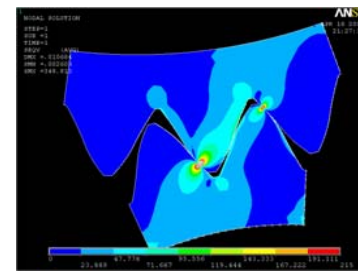


a)

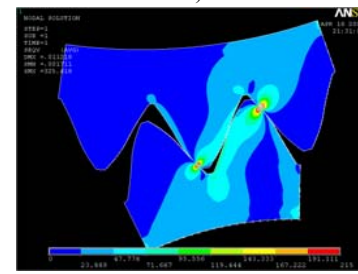


b)

Fig. 9 – Equivalent stress by the hypothesis HMH (SEQV) for C-C-2 (1PZ): a) X<sub>1</sub>, b) X<sub>1</sub>'

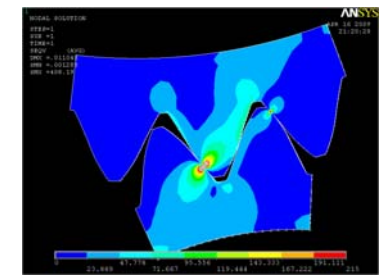


a)

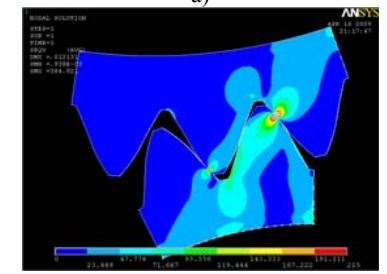


b)

Fig. 10 – Equivalent stress by the hypothesis HMH (SEQV) for C-C-1 (2PZ): a) X<sub>2</sub>, b) X<sub>2</sub>'

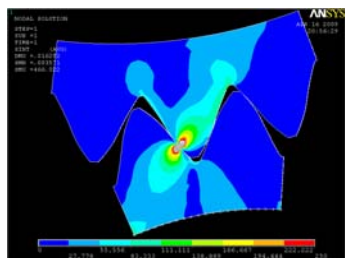


a)

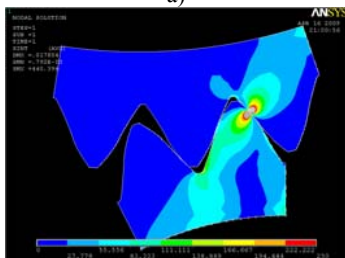


b)

Fig. 11 – Equivalent stress by the hypothesis HMH (SEQV) for C-C-2 (2PZ): a) X<sub>2</sub>, b) X<sub>2</sub>'

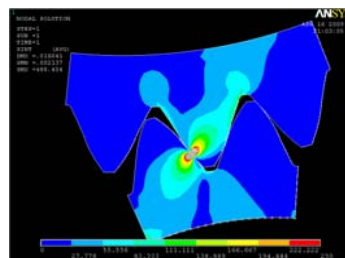


a)

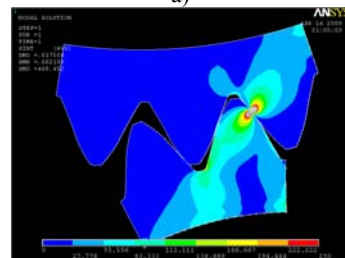


b)

Fig. 12 – The Equivalent stress by hypothesis of maximum shearing stress (Sint) (SINT) for C-C-1 (1PZ): a) X1, b) X1'

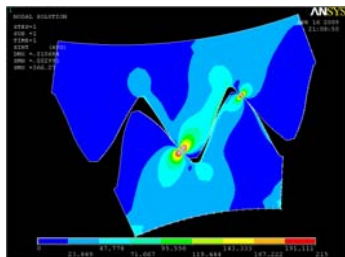


a)

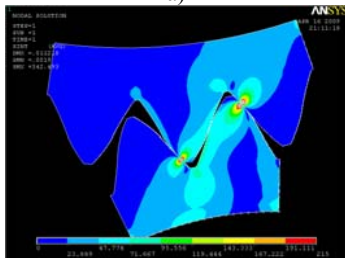


b)

Fig. 13 – The Equivalent stress by hypothesis of maximum shearing stress (Sint) (SINT) for C-C-2 (1PZ): a) X1, b) X1'

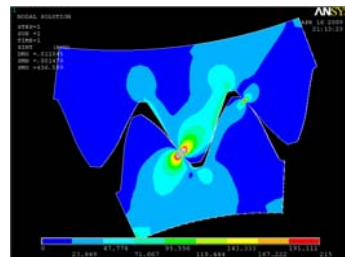


a)

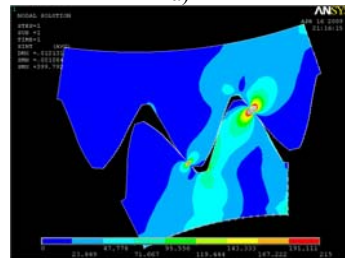


b)

Fig. 14 – The Equivalent stress by hypothesis of maximum shearing stress (SINT) for C-C-1 (2PZ): a) X2, b) X2'



a)



b)

Fig. 15 – The Equivalent stress by hypothesis of maximum shearing stress (SINT) for C-C-2 (2PZ): a) X2, b) X2'

**Bibliography:** 1. *Bošanský M., Vereš M.* K-K ozubenie ako možnosť zvýšenia únosnosti na dotyk, (C-C gearing as possibility of increasing the load capacity on the contact). 2. *Bošanský M., Vereš M.* Teória čelného rovinného ozubení (Theory of frontal plain tooththing). – STU Bratislava, 1999. 3. *Orokocký R., Bošanský M., Vereš M.* Vplyv geometrických parametrov na sklzové pomery v konvexno – konkávnom ozubení, (The influence of geometrical parameters on slip conditions in convex – concave gearing). – Praha, 2003. 4. *Bošanský M., Valent A., Vereš M., Nemčeková M.* Možnosti zvýšenia únosnosti ozubení vhodnou voľbou povrchovej úpravy zubov // Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie Nové trendy v konštruovaní a v tvorbe technickej dokumentácie 2004. – Nitra 2005. – S.28-31. 5. *Bošanský M., Vereš M.* The convex-concave gearing as a possibility of increasing the load capacity of gearing to the contact // Visnik Nacionálneho Technického universitetu "CHPI". Zbirk naukovych prac tematičnij bypusk "Problemi mehaničnogo privedu" – Charkiv: NTU "CHPI". – 2007, No21 – S.209–221. 6. *Fedák M., Bošanský M., Tokoly P., Gajdoš M.* Použitie technológie PVD v povrchovej úprave ozubených súkolesí // VI ročník konferencie VRSTVY A POVLAKY 2007. – Rožnov pod Radhoštěm: CR, 2007 – S.35–38. 7. *Fedák M., Bošanský M.* Možnosti zvýšenia únosnosti ozubených kolies metódou povlakovania // Zborník prednášok 48 Medzinárodná konferencia Katedier časti strojov a mechanizmov.– Smolenice, 12-14 September 2007. – Vydavateľstvo STU v Bratislave. – S.50–55. 8. *Bošanský M.* Voľba geometrických parametrov konvexno-konkávneho ozubení z hľadiska povrchového poškodenia zuba (The choice of geometric parameters of convex-concave gearing from the point of the surface damage of tooth): Habilitačná práca (Habilitation thesis). – Bratislava, 1997. 9. *Orokocký R.* Zvyšovanie odolnosti ozubených prevodov v interakcii s ekologickými mazivami (The increasing of endurance of gearings in interaction with ecological lubricants): Doktorandská dizertačná práca (Doctoral dissertation). – Bratislava, 2004. 10. *Bolek A., Kochman J., a kol.* Technický průvodce 6 – Části strojů, 2. – Svazek, SNTL, Praha, 1990.

Поступила в редакцію 20.04.09

УДК 621.01; 621.833; 621.852

*Д.А. БАБИЧЕВ*, аспирант каф. МСП ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет)  
*Д.Т. БАБИЧЕВ*, д. т. н., профессор каф. "Детали машин" ТюмГНГУ  
*А.А. СЕРЕБРЕННИКОВ*, д. т. н., зав. кафедрой МСП ТюмГНГУ  
*Е.Б. ПАНФИЛОВА*, ассистент каф. ПТ ТюмГАСУ (Архитектур. строит. ун-т)

## УНИВЕРСАЛЬНОЕ ПЛОСКОЕ ЗАЦЕПЛЕНИЕ И ТИПОВЫЕ ПЛОСКИЕ ПРОФИЛИ

Описано плоские универсальные зацепления, у системы координат и движений которого можно вписать высшую пару и утворюючі їхні ланки з будь-якого плоского механізму: зубчастого, кулачкового, із планетарним рухом, зубчато-кулачкового й інших. Запропонована система типових плоских профілів: від геометричних примітивів, до профілів зубчастих вінців зі зламами. Дані математичні моделі.

Plane universal gearing was described, in system co-ordinates and moving of which can inscribed highest couple and created them link of any plane gear: caged, cammed, caged-cammed and etc. Suggested system of standard flat profiles: from geometrical primitives to profiles of gear rings with fracture. Made mathematical models.

**Введение.** Главные задачи классической теории зубчатых зацеплений (ТЗЗ) [1, 2]: 1. Найти сопряженную поверхность (задача формообразования); 2. Найти передаточную функцию и условия касания поверхностей (задача

контакта). При решении этих задач [1, 2 и др.] для конкретных зацеплений: вводят подходящие системы координат; записывают уравнения производящих или контактирующих поверхностей; получают методами ТЗЗ расчетные уравнения; переключают их на компьютеры. В [3] использован иной подход, реализованный на ЭВМ: разработать обобщенное зацепление с набором типовых поверхностей, в системы координат которого можно вписать любое рабочее или технологическое зацепление; создать универсальную программу для такого зацепления. В настоящей статье, являющейся дальнейшим развитием работы [4], реализуется этот подход применительно к плоским механизмам. Создаваемые при этом математические модели и компьютерные программы могут использоваться для анализа и синтеза любых плоских технологических зацеплений, а также высших пар из всех видов плоских механизмов: зубчатых, кулачковых, с планетарным движением, рычажно-кулачковых и др.

**1. Универсальное плоское зацепление.** На рисунке 1 показано универсальное плоское зацепление (УПЗ), предложенное в [4]. В нем две неподвижные системы координат: 1)  $X_0Y_0$  – мировая, связанная с монитором и бумажным носителем и 2)  $X_1Y_1$  и  $X_2Y_2$  – дополнительная, связанная со стойкой механизма. И две подвижных:  $X_1Y_1$  и  $X_2Y_2$  – связанных с двумя зацепляющимися звеньями 1 и 2 соответственно.

Производящий элемент, т.е. известный профиль, может находиться на любом из звеньев 1 и 2. Этому способствует одинаковость характера движения обоих звеньев. В зацеплении до шести движений: четыре поступательных

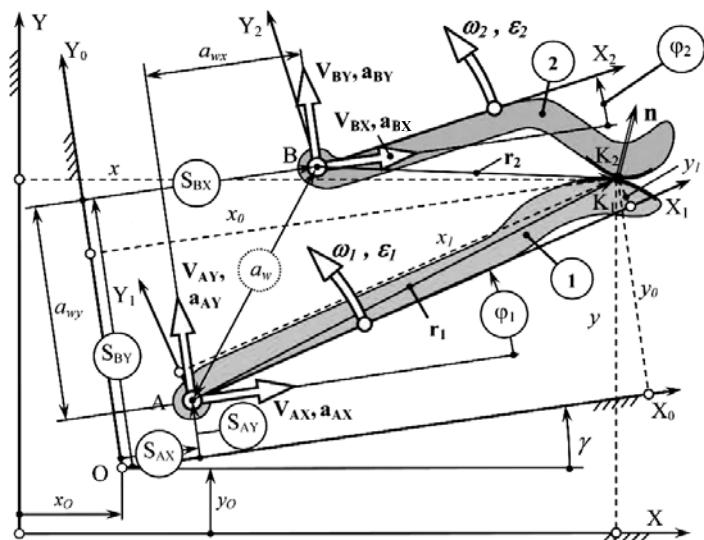


Рисунок 1 – Движения и системы координат в плоском универсальном зацеплении


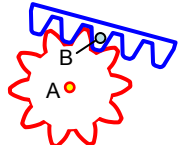
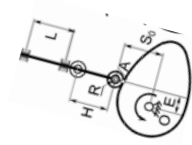
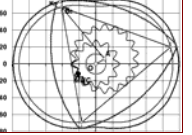
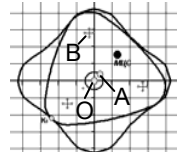
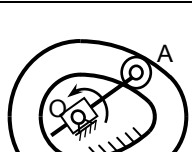
и два вращательных. На характер движения звеньев не накладывается никаких ограничений – скорости движения  $V_{AX}, V_{AY}, \omega_1, V_{BX}, V_{BY}, \omega_2$  могут быть: постоянными или переменными во времени, положительными, отрицательными или равными нулю. В частности, одно из зацепляющихся звеньев может быть и неподвижным. В зацеплениях с одним параметром огибания все параметры движения есть функции одной переменной – времени  $t$ . В двухпараметрических зацеплениях – это функции двух переменных, например: параметра огибания  $\varphi_1$  и перемещения  $S$  при подводе-отводе инструмента. Для УПЗ в [4] приведены расчетные формулы: по преобразованию координат; для нахождения относительных скоростей и ускорений; для вычисления скорости и ускорения внедрения; для расчета кривизны и величины шероховатости (волнистости) формируемой поверхности. Получены и проанализированы уравнения зацепления для одно и двухпараметрического огибания. (Заметим, что все плоские зацепления в определенное время становятся двухпараметрическими [5, 6]: в них появляется два независимых движения в плоскости механизма – обкат и подвод-отвод двух звеньев, образующих зацепление. А огибающая двухпараметрического семейства профилей есть линия возможного среза части зуба при подводе-отводе инструмента).

В таблице 1 даны примеры "привязки" к этому зацеплению ряда механизмов.

**2. Типовые плоские профили.** В основе любой графической системы – набор геометрических примитивов: точка, прямая, круг и т.п. Профиль зуба всегда набор отрезков линий и изломов. Поэтому, геометрические примитивы для зацеплений должны быть отрезками простых линий. В качестве таковых для УПЗ взяли лишь отрезки линий, для которых можно в качестве криволинейной координаты использовать длину дуги  $S$ . Это: логарифмическая спираль, а также кривые, получаемые перекатыванием друг по другу линий, в которых можно использовать  $S$  в качестве криволинейной координаты. Из них отобрали: **а)** обыкновенную циклоиду (получают качением круга по прямой); **б)** обыкновенную эпи-гипоциклоиду (получают качением одного круга по другому); **в)** эвольвенту окружности (развертка круга, получаемая перекатыванием прямой по окружности); **г)** эвольвенту развертки круга (назовем ее двукратная эвольвента, или короче – двухэвольвента круга); **д)** трехэвольвенту, т.е. эвольвенту двухэвольвенты и т.д. – см. рисунок 2.

В задачах анализа формообразования и контакта движущихся тел надо находить не отдельные участки профилей зубьев, а весь профиль. Поэтому в УПЗ применяем и более сложные типовые элементы, состоящие из большого числа геометрических примитивов, в том числе и изломов. Они представлены на рисунке 3 и будут наряду с геометрическими примитивами кратко рассмотрены ниже. Рассмотрение начнем с критерия изменчивости кривизны.

Таблица 1 – Примеры механизмов в универсальном плоском зацеплении

Название и схема механизма	Инженерные параметры	Параметры универсального зацепления
Цилиндрическая передача 	$a_{вх} = 100,$ $z_1 = 8,$ $z_2 = 12,$ $n_1 = 1000,$ $\gamma = 30^\circ.$	$S_{AX} = S_{AY} = S_{BY} = 0, S_{BX} = a_{вх};$ $V_{AX} = V_{AY} = V_{BX} = V_{BY} = 0;$ $a_{AX} = a_{AY} = a_{BX} = a_{BY} = 0;$ $\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}, \omega_2 = -\frac{\omega_1 \cdot z_1}{z_2}.$
Реечная передача 	$a_{вы} = 50, z_1 = 10,$ $r_{wl} = 50,$ $n_1 = 60,$ $\gamma = -20^\circ.$	$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}, V_{BX} = -\omega_1 \cdot r_{wl},$ $\varphi_1 = \varphi_{10} + \omega_1 \cdot t,$ $S_{BX} = S_{AX} + a_{вх0} + V_{BX} \cdot t.$ Остальные параметры = 0
Кулачковый механизм 	$S, E, H, r_{rol}, L,$ $S = S_0 + S(\varphi_1),$ $\gamma = 75^\circ.$	$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}, V_{BY} = \frac{dS(\varphi_1)}{dt},$ $\varphi_1 = \varphi_{10} + \omega_1 \cdot t, S_{BY} = S_{AY} + S_0 + S(\varphi_1)$ Остальные параметры = 0
Двигатель Ванкеля 	$OA, AB, R, n_{OA};$ $i = \frac{\omega_{OA}}{\omega_{AB}} = 3.$	$S_{AX} = OA \cdot \cos \varphi_{OA}, \varphi_1 = \frac{\varphi_{OA}}{i} + \varphi_{10}$ $S_{AY} = OA \cdot \sin \varphi_{OA};$ $V_{AX} = -\omega_{OA} \cdot S_{AY}, \omega_{OA} = \frac{\pi \cdot n_{OA}}{30}$ $V_{AY} = \omega_{OA} \cdot S_{AX};$
Винтовой зубойный двигатель 	$OA, AB, R, n_{OA};$ $i = \frac{\omega_{OA}}{\omega_{AB}} = -4.$	$a_{AX} = -\omega_{OA}^2 \cdot S_{AX}, \omega_1 = \frac{\omega_{BA}}{i}.$ $a_{AY} = -\omega_{OA}^2 \cdot S_{AY};$ Остальные параметры = 0
Фрагмент кулачкового рычажного механизма 	$r_{rol},$ $OA = F(\varphi_{OA}),$ $V = \frac{dF(\varphi_{OA})}{dt},$ $a = \frac{dV}{dt}.$	$V_{AX} = V \cdot \cos \varphi_{OA} - \omega_{OA} \cdot S_{AY},$ $V_{AY} = V \cdot \sin \varphi_{OA} + \omega_{OA} \cdot S_{AX};$ $a_{AX} = a \cdot \cos \varphi_{OA} - \omega_{OA}^2 \cdot S_{AX} - 2 \cdot \omega_{OA} \cdot V \cdot \sin \varphi_{OA},$ $a_{AY} = a \cdot \sin \varphi_{OA} - \omega_{OA}^2 \cdot S_{AY} + 2 \cdot \omega_{OA} \cdot V \cdot \cos \varphi_{OA}.$

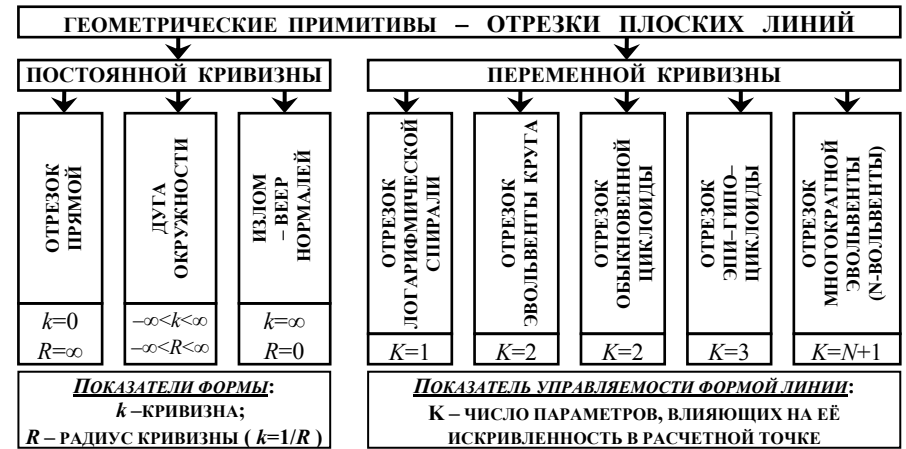


Рисунок 2 – Виды типовых геометрических примитивов

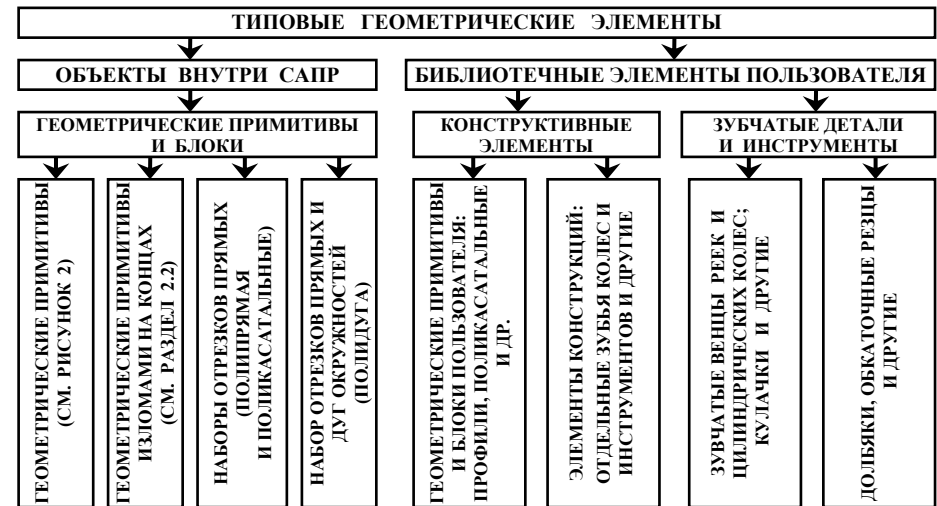


Рисунок 3 – Виды типовых геометрических элементов

**2.1. Критерий изменчивости кривизны кривой.** Форма отрезка кривой зависит лишь от того, каков закон изменения кривизны вдоль этого отрезка, т.е. от функции кривизны  $k=k(S)$  или радиуса кривизны  $R=R(S)$ . В качестве показателя изменчивости кривизны в отдельной точке кривой, основываясь на работе [6], взяли отношение дифференциалов эволют (а также эволют эволют и т.д.) к дифференциалу дуги на исходной кривой – см. рисунок 4:

$$\Delta R = \dot{R} = \frac{dR}{dS} = \frac{dS_1}{dS}, \Delta\Delta R = \ddot{R} = \frac{dR_1}{dS} = \frac{dS_2}{dS}, \Delta\Delta\Delta R = \overset{\cdot\cdot\cdot}{R} = \frac{dR_2}{dS} = \frac{dS_3}{dS}, \dots \quad (1)$$

В [6] показано, что производные зависят от радиусов кривизны кривой и эволют:

$$\Delta R = \frac{dR}{dS} = \frac{R_E}{R}, \Delta\Delta R = \frac{dR_E}{dS} = \frac{R_{EE}}{R}, \dots \Delta^n R = \frac{dR_{E^{n-1}}}{dS} = (-1)^{n+1} \cdot \frac{R_E^n}{R}, \quad (2)$$

где  $R_E$  – радиус эволюты кривой,  $R_{EE}$  – радиус эволюты эволюты кривой, и т.д.

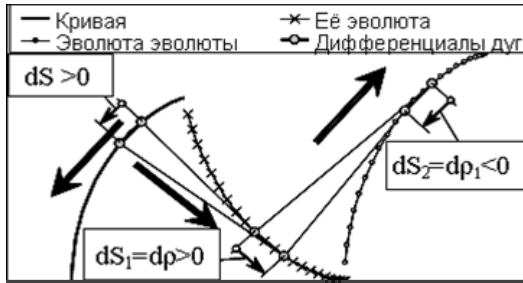


Рисунок 4 – Критерий изменчивости кривизны

для нахождения параметров типовых линий через эти показатели.

**2.2. Единые параметры для геометрических примитивов.** Для всех геометрических примитивов, показанных на рисунке 2, используем одни геометрические параметры. Учитывая специфику геометрических задач анализа и синтеза зацеплений: **а)** все параметры линий разделены на 4 группы – положение, размер, формы и границ; **б)** положение отрезка и его границ задаем, опираясь на расчетную точку, расположенную на этой линии (для стыкуемых линий расчетная точка – место такого стыка). Это позволяет одним и тем же набором данных задать отрезок любого примитива. Т.е. пользователь, изменив лишь название линии, получает такой же по размерам и расположению отрезок, но другой формы. И новый отрезок имеет в расчетной точке касание с максимально возможным прилеганием к прежнему отрезку (с совпадением – если это возможно –  $R, \Delta R, \Delta\Delta R, \dots$ ).

На рисунке 5 приведена система единых параметров для отрезков плоских линий с изломами на их концах ( $C$  – расчетная точка;  $A$  – излом и начало отрезка;  $B$  – конец отрезка и излом). Криволинейная координата направлена от  $A$  к  $B$ . Здесь:

• Четыре параметра положения:  $x_C, y_C, \psi_C, p_T$ . Где  $p_T$  – признак положения тела:  $p_T=1$ , если при движении по отрезку в направлении его криволинейной координаты тело детали окажется справа; иначе  $p_T=-1$ .

• Два размерных параметра:  $Mod$  – аналог модуля и  $u_{AB}$  – длина отрезка (для изломов  $u_{AB} > 0$  – излом выпуклый  $u_{AB} < 0$  – вогнутый).

• Три параметра границ:  $u_C$  – линейное расстояние расчетной точки  $C$  от точки  $A$  начала отрезка (для излома это будет некоторый угол, не больший угла излома);  $u_A, u_B$  – значения углов излома.

• Один обязательный параметр формы – имя линии – и параметры кривизны:  $R$  или  $k, \Delta R, \Delta\Delta R$  и т.д. (их число зависит от вида линии).

Особая роль отводится размерному параметру  $Mod$  – аналогу модуля: все линейные параметры всех линий задаются в долях  $Mod$  (таких параметров не много – на рисунке 5 их три: длина  $u_{AB}$ , граница  $u_C$  и радиус кривизны  $R$ ). Для всех геометрических примитивов набор единых параметров в точности такой же, но отсутствуют два параметра изломов  $u_A$  и  $u_B$ .

Единые параметры типовых линий позволяют создать типовой интерфейс ввода параметров всех геометрических примитивов и геометрических блоков.

**2.3. Математические модели геометрических примитивов.** При построении таких моделей используем три вида параметров: **1.** Пользовательские (инженерные) – их пользователю удобнее всего задать при вводе данных об известных профилях; **2.** Единые – описаны в разделе 2.2; **3.** Базовые – наиболее удобные при вычислениях для геометрических примитивов: координат точек, касательных, нормалей и кривизн, когда задана криволинейная координата.

Математические модели для каждого типового примитива включают формулы: **1.** Для вычисления единых параметров через пользовательские. **2.** Для вычисления базовых параметров через единые. **3.** Для вычисления через базовые параметры и криволинейную координату: **а)** координат  $x, y$  текущей точки; **б)** ортов касательной  $\tau_x, \tau_y$  и нормали  $n_x, n_y$  в этой точке ( $\tau$  – всегда в сторону роста криволинейной координаты,  $n$  – направлен из тела детали наружу); **в)** радиуса кривизны  $R$  и кривизны ( $R > 0$  для выпуклого тела). При

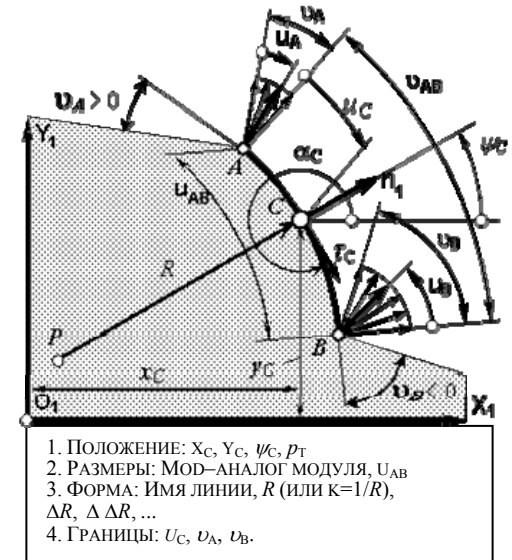


Рисунок 5 – Единые параметры типового отрезка плоской линии с изломами

1. ПОЛОЖЕНИЕ:  $x_C, y_C, \psi_C, p_T$
2. РАЗМЕРЫ: МОД-АНАЛОГ МОДУЛЯ,  $u_{AB}$
3. ФОРМА: Имя линии,  $R$  (или  $k=1/R$ ),  $\Delta R, \Delta\Delta R, \dots$
4. ГРАНИЦЫ:  $u_C, u_A, u_B$ .

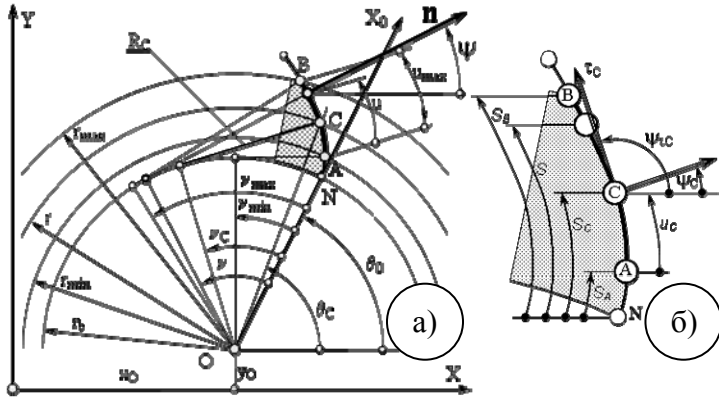


Рисунок 6 – Параметры отрезка эвольвенты окружности:  
а – базовые параметры; б – единые параметры

Таблица 2 – Влияние признаков на отрезок эвольвенты

$K_T$ $K_R$ $K_{RR}$	ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ НА ЭВОЛЬВЕНТЕ И НА ЗУБЕ КОЛЕСА
+1 +1 +1	
+1 +1 -1	
+1 -1 +1	
+1 -1 -1	
-1 +1 +1	
-1 +1 -1	
-1 -1 +1	
-1 -1 -1	

этом рассмотрен вопрос о проверке исходных данных на их непротиворечивость, и о данных по умолчанию.

В качестве примера приведем математическую модель отрезка эвольвенты, показав на нём примененные единые, базовые и пользовательские параметры.

На рисунке 6 показан отрезок АВ эвольвенты круга и его базовые и единые параметры. Кроме того есть ещё четыре параметра – признака (из них независимых три):  $K_T$  – где тело (1 – справа от АВ, -1 – слева от АВ);

$K_R$  – выпуклости тела (1 – выпукло, -1 – вогнуто);  
 $K_{RR}$  – роста искривленности (1 – падает, -1 – растет);  
 $K_B$  – ветви эвольвенты (1 – левая, -1 – правая).

Три двоичных признака дают 8 вариантов их сочетаний и, соответственно, 8 вариантов расположения отрезка эвольвенты в расчетной точке С, показанные в таблице 2.

**2.3.1. Базовые формулы для эвольвенты** получим, опираясь на рисунок 6а.

1. Координаты точки на эвольвенте, орт нормали и орт касательной к ней:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= r_b \cdot (\cos v + v \cdot \sin v), & y_0 &= K_B \cdot r_b \cdot (\sin v - v \cdot \cos v); \\ n_{x0} &= \sin v, & n_{y0} &= -K_B \cdot \cos v; & \tau_{x0} &= K_B \cdot \cos v, & \tau_{y0} &= \sin v \end{aligned} \right\} (3)$$

2. Длина дуги, радиус кривизны, и скорость его роста:

$$S = 0.5 \cdot r_b \cdot v^2; \quad R = r_b \cdot v; \quad \Delta R = \frac{r_b}{R}. \quad (4)$$

3. Натуральное уравнение эвольвенты. Оно связывает длину дуги S (отсчитываемую от основной окружности) и радиус кривизны R эвольвенты в этой точке:

$$2 \cdot r_b \cdot S - R^2 = 0. \quad (5)$$

Это натуральное уравнение (5) получено из (3) и (4) исключением  $v$ , и позволяет вычислять любой из трех параметров, если заданы два других.

**2.3.2. Уравнения связи единых и базовых параметров эвольвенты.**

1. Три формулы связи параметров получаем из натурального уравнения эвольвенты (5):

$$\left. \begin{aligned} a) & R_C = \sqrt{2 \cdot r_b \cdot S_C}; & б) & S_C = \frac{R_C}{2 \cdot r_b}; & в) & r_b = \frac{R_C^2}{2 \cdot S_C}. \end{aligned} \right\} (6)$$

Другие формулы получаем, используя рисунок 6:

2. Угол развернутости эвольвенты  $v_C$  в базовой точке С:  $v_C = \frac{|R_C|}{r_b}$ . (7)

3. Угол разворота  $\theta_0$ :  $\theta_0 = \psi_{TC} - K_B \cdot v_C + \text{if } K_B < 0 \text{ then } \pi \text{ else } 0$ . (8)

4. Положение центра основной окружности – координаты  $x_O, y_O$  точки О:

$$\left. \begin{aligned} x_{O0} &= r_b \cdot (\cos v_C + v_C \cdot \sin v_C), & y_{O0} &= K_B \cdot r_b \cdot (\sin v_C - v_C \cdot \cos v_C); \\ x_O &= x_C - (x_{O0} \cdot \cos \psi - y_{O0} \cdot \sin \psi), & y_O &= y_C - (y_{O0} \cdot \cos \psi + x_{O0} \cdot \sin \psi) \end{aligned} \right\} (9)$$

5. Дуговые длины  $S_A$  и  $S_B$  – расстояния точек А и В от основной окружности:

$$\left. \begin{aligned} \text{If } K_{RR} > 0 \text{ then } \Delta u &= 0 \text{ else } \Delta u = u_{\max}; \\ S_A &= S_C - \Delta u - K_{RR} \cdot u_C; & S_B &= S_A + K_{RR} \cdot u_{\max} \end{aligned} \right\} (10)$$

6. Углы развернутости эвольвенты в начале и конце отрезка (в точках А и В):

$$v_A = \sqrt{\frac{2 \cdot S_A}{r_b}}; \quad v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot S_B}{r_b}}. \quad (11)$$

**2.3.3. Вычисление параметров текущей точки через базовые параметры.**

1. Дуговое расстояние S текущей точки С от начала эвольвенты (от точки N)

$$\text{If } u < 0 \text{ then } u = 0 \text{ else if } u > u_{\max} \text{ then } u = u_{\max}; \quad S = S_A + u_{\max} + K_{RR} \cdot u. \quad (12)$$

2. Угол развернутости эвольвенты в текущей точке (угловую криволинейную координату  $\nu$ ) определяем, исходя из первой формулы (4):

$$\nu = \sqrt{\frac{2S}{r_b}}. \quad (13)$$

3. Координаты текущей точки в системе XY находим, используя формулы (3) и уравнения преобразования координат (рисунок 6):

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= r_b (\cos \nu + \nu \cdot \sin \nu); \\ y_0 &= K_B \cdot r_b \cdot (\sin \nu - \nu \cdot \cos \nu) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} x &= x_O + x_0 \cdot \cos \theta_0 - y_0 \cdot \sin \theta_0; \\ y &= y_O + y_0 \cdot \cos \theta_0 + x_0 \cdot \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (14)$$

4. Орт касательной и орт нормали в текущей точке:

$$\left. \begin{aligned} \theta_\tau &= \psi + K_B \cdot \nu + \text{if } K_S < 0 \text{ then } \pi \text{ else } 0; \\ \psi_\tau &= \theta_0 + K_B \cdot \nu + \text{if } K_{RR} < 0 \text{ then } \pi \text{ else } 0; \\ \tau_x &= \cos \psi_\tau, \quad \tau_y = \sin \psi_\tau; \quad n_x = -K_T \cdot \tau_y, \quad n_y = K_T \cdot \tau_x \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

5. Радиус кривизны профиля и скорость изменения радиуса кривизны в текущей точке находим исходя из базовых формул (4):

$$R = -K_R \cdot r_b \cdot \nu; \quad \Delta R = K_{RR} \cdot \frac{r_b}{|R|}. \quad (16)$$

*Замечание:* Пользователь может пожелать, чтобы  $\Delta R$  в расчетной точке было равно заданному значению. В этом случае  $r_b$  следует вычислить по формуле:

$$r_b = |R \cdot \Delta R|. \quad (17)$$

**2.3.4. Пользовательские параметры для отрезка эвольвенты.** Эвольвента часто используется в качестве основного профиля зубчатых колес. В этом случае: **1.** центр основной окружности совпадает с осью вращения зубчатого колеса и с центром системы координат XYZ, связанной с этим звеном; **2.** пользователю при задании эвольвенты удобнее указать параметры колеса (модуль и т.п.), а не тот десяток основных параметров, который используется при задании произвольно расположенной эвольвенты. Поэтому для задания отрезка эвольвенты на эвольвентных зубчатых колесах лучше использовать иные – пользовательские – системы параметров. Пользовательских систем параметров может быть несколько: **а)** главная пользовательская, **б)** рабочие пользовательские. В качестве главной пользовательской системы для задания отрезка профиля на эвольвентных зубчатых колесах предложен набор из 9-ти параметров, представленных на рисунке 7: **а)** 4 диаметра ( $d$  – делительный или расчетный,  $d_b$  – основной,  $d_a$  – вершин,  $d_l$  – граничных точек); **б)** 2 пара-

метра для расчетного диаметра ( $S$  – толщина зуба,  $\alpha^*$  – угол профиля); **в)**  $\varphi$  – угол поворота зуба на колесе; **г)** 2 параметра-признака ( $K_Z$  – какой зуб:  $K_Z = 1$  – внешний,  $K_Z = -1$  – внутренний;  $K_B$  – какая ветвь эвольвенты:  $K_B = 1$  – правая спираль, т.е. левая ветвь эвольвенты,  $K_B = -1$  – левая спираль, т.е. правая ветвь эвольвенты). Вычисление основных параметров через главные пользовательские делается по следующим формулам, полученным по рисунку 7:

**1.** Полярный угол базовой точки C (см. рисунок 7):  $\theta_c = \varphi - K_Z \cdot K_B \cdot \frac{S}{d}. \quad (18)$

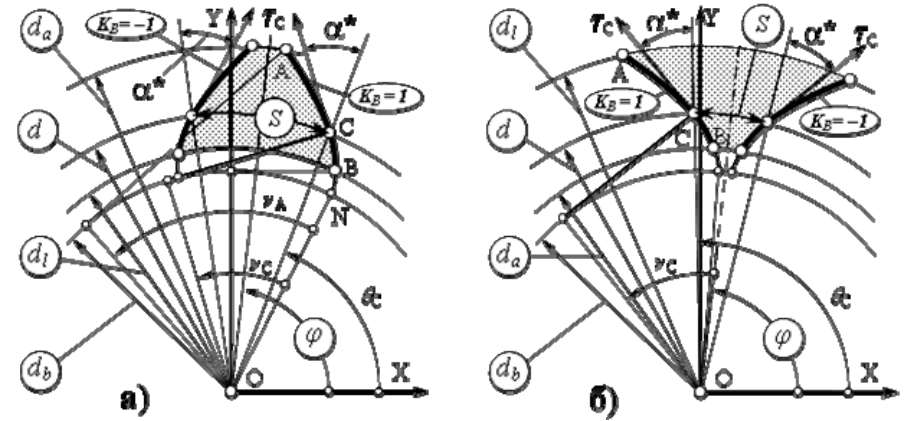


Рисунок 7 – Главные пользовательские параметры отрезка эвольвенты:

а – колесо с внешними зубьями ( $K_Z = 1$ ) б – колесо с внутренними зубьями ( $K_Z = -1$ )  
в кружочках – девять главных пользовательских параметров

**2.** Основные параметры положения отрезка эвольвенты – см. рисунок 7:

$$x_C = 0.5 \cdot d \cdot \cos \theta_C; \quad y_C = 0.5 \cdot d \cdot \sin \theta_C; \quad \theta_{TC} = \theta_C + K_B \cdot \alpha. \quad (19)$$

**3.** Основные параметры формы (геометрии в расчетной точке):

$$R_C = 0.5 \cdot K_Z \cdot \sqrt{d^2 - d_b^2}; \quad r_b = 0.5 \cdot d_b. \quad (20)$$

**4.** Основные параметры размеров и границ отрезка (Принимаем, что начало отрезка эвольвенты в ее ближней к центру точке):

$$K_{RR} = 1; \quad u_{\max} = \frac{|d_a^2 - d_l^2|}{4 \cdot d_b}; \quad u_0 = \frac{|d^2 - (\min(d_a, d_l))^2|}{4 \cdot d_b}. \quad (21)$$

На основе *главной пользовательской системы* параметров эвольвентного участка зуба можно строить *рабочие пользовательские системы*, например,

для колес: **а)** обрабатываемых инструментами реечного типа; **б)** обрабатываемых долбяками; **в)** спроектированных в обобщающих параметрах; и другие. Приведем в качестве примера *рабочую пользовательскую систему* для колес, обрабатываемых инструментами реечного типа с задаваемыми параметрами исходного контура. В такую рабочую систему могут войти следующие параметры (обозначения стандартные): **а)** параметры зубчатого колеса:  $m, z, x, \Delta y$ ; признак какая ветвь эвольвенты –  $K_B$  и угол положения зуба –  $\varphi$ ; **б)** параметры исходного контура:  $\alpha, h_a^*, h_l^*$ .

Вычисление *главных пользовательских* параметров через *рабочие пользовательские* делаем по формулам, полученным из рисунка 7:

$$\left. \begin{aligned} K_Z = 1; \quad \alpha^* = \alpha; \quad h^* = h_l^* - h_a^* - x; \quad S = 0.5\pi \cdot m + 2x \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha; \\ d = m \cdot z; \quad d_b = d \cdot \cos \alpha; \quad d_a = m \cdot \left( z + 2 \cdot \left( h_a^* + x - \Delta y \right) \right); \end{aligned} \right\} \quad (22a)$$

$$d_l = \sqrt{d_b^2 + \left( d \cdot \sin \alpha - \frac{2 \cdot m \cdot h^*}{\sin \alpha} \right)^2} = m \cdot \sqrt{z^2 - 4 \cdot h^* \cdot \left( z - \frac{h^*}{\sin^2 \alpha} \right)}. \quad (22б)$$

Заметим, что формула для  $d_l$  дает расстояние до точки сопряжения эвольвенты с переходной кривой без учета подрезания. Уточненные зависимости не приводим, т.к. наша задача не описать реальную подсистему анализа геометрии эвольвентных передач, а лишь проиллюстрировать, как, не затрагивая основное ядро универсальной системы анализа геометрии зацеплений, подстраивать свой пользовательский интерфейс. При этом, демонстрируется, что подстройку проще всего делать именно через главные пользовательские параметры, т. к. потребуется лишь формулы для вычисления этих общепринятых и понятных величин через вновь вводимые рабочие параметры, менее общие и универсальные, но более удобные для решения определенного класса задач анализа геометрии зацеплений.

**2.3.5. Проверка исходных данных.** При вводе исходных данных их следует проверять на непротиворечивость друг другу. А также вычислять и брать по умолчанию не введенные данные. Логика организации таких вычислений для всех типовых отрезков похожа, и не очень простая. Чтобы ее сделать безошибочной, разработаны специальные таблицы, в том числе и для отрезка эвольвенты. Их здесь не приводим из-за громоздкости и необходимости пространственных пояснений к ним. В таблицах: **а)** хранятся формулы для вычисления одних исходных данных через другие; **б)** представлены все возможные сочетания задания исходных данных; **в)** содержатся действия, выполняемые для каждого из этих сочетаний. Типовые действия: **а)** принять по умолчанию или вычислить исходные данные, которые не были введены; **б)** выявить излишне введенные данные и вычислить их через другие данные; **в)** пояснить пользователю, почему и как изменены исходные данные.

**2.4. Полилинии и их уравнения.** Полилиния это набор отрезков линий одного типа, но с параметрами отрезков и изломов в местах их стыковки, изменяющимися по заданным законам. С точки зрения пользователя полилиния ведет себя так, как будто это один отрезок некоторой сложной линии. Главные причины введения полилиний: **1.** Для рассмотренных ниже полилиний уравнения зацепления, которые надо решать при нахождении огibaющего профиля, линейны относительно криволинейной координаты. **2.** Полилинии встречаются в реальных зацеплениях. Так профиль эвольвентного колеса, шлифованного методом двух подач, не эвольвента, а набор отрезков прямых, касательных к ней. **3.** Использование полилиний существенно упрощает работу пользователя при задании профилей зубьев, особенно сложных. **4.** При синтезе оптимальных профилей требуется весь участок профиля описать одним уравнением. И так, чтобы некоторые из варьируемых параметров этого профиля плавно влияли на его геометрию (в том числе и на кривизну всех частей профиля). Всем этим требованиям и отвечают полилинии.

Наибольший интерес представляют два вида полилиний: а) полипрямая – набор отрезков прямых (ломаная линия); б) полидуга – набор дуг окружностей (как с изломами между отрезками, так и без них).

**2.4.1. Полидуги и их уравнения.** Для полидуги записываем уравнения *не координат точек* на ней:  $x = x(u), y = y(u), z = z(u)$ , как это принято в математике, а задаём уравнениями тройку параметров, *определяющих её форму и размеры*:

$$R_i = M \cdot R(i, p), \quad L_i = M \cdot L(i, p) \quad (i = 1..n); \quad \nu_i = \nu(i, p) \quad (i = 0..n), \quad (23)$$

где:  $R, L$  – радиус кривизны (можно задавать и кривизну  $k$ ) и длина  $i$ -той дуги окружности (отрезка прямой);  $\nu$  – угол излома в стыке соседних участков полидуги;  $M$  – главный размер (аналог модуля);  $n$  – число отрезков в полидуге (число возможных изломов равно  $n+1$ );  $p$  – параметр управления формой полидуги (плавно изменяемый или целочисленный).

Форма задания линий уравнениями (23) стала возможной, благодаря четкому делению параметров типовых линий по их действию: размер, форма, положение – см. раздел 2.2. И теперь плавное изменение *одного параметра*  $p$  может дать плавное изменение кривизны *всех или отдельных участков* этой полидуги.

На рисунке 8 приведены примеры полидуг. На рисунке 8а – набор из пяти полидуг, описываемых одними уравнениями, но с разными параметрами, указанными в подписи к рисунку. На двух из этих линий показаны положения центров кривизны, а на одной из них (в центре) изображена и сетка нормалей.

На рисунке 8б – исходный контур для нарезания эвольвентных колес. У него правая половина профиля задана уравнениями:

$$\text{Параметры контура:} \quad h_a^* = 1, \quad h_l^* = 2, \quad c_0^* = 0.25, \quad \alpha = 20^0; \quad \text{Кол} = 3. \quad (24a)$$



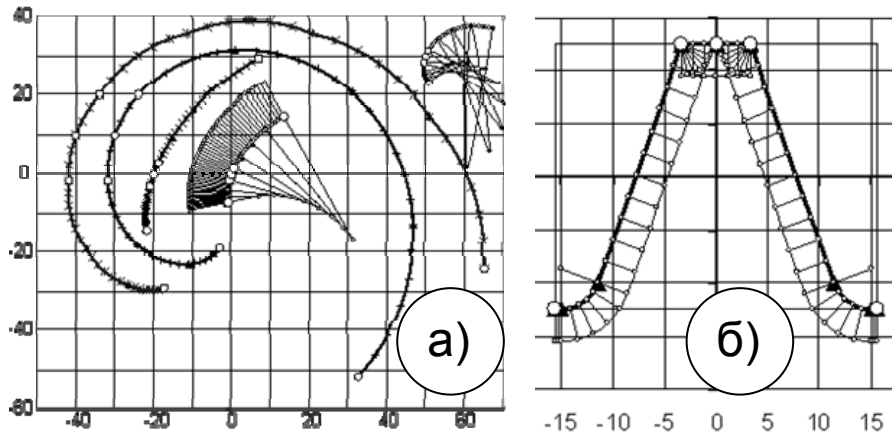


Рисунок 8 – Примеры полидуг:

а – Полидуги по уравнению:  $R_i = Mod \cdot (1 - \Delta R \cdot i)$ ;  $L_i = \pi \cdot L_0 \cdot R_i$ ;  $Излом_i = \alpha_0$ .

- ОБЩИЕ ПАРАМЕТРЫ:  $\Delta R = -0.2$ ,  $L_0 = 0.05$ ,  $\alpha_0 = 0$ ;  $Mod = 20$ ,  $x_c = y_c = 0$ ,  $\psi_c = 70^\circ$
- КВАЗИЭВОЛЬВЕНТА:  $Mod = 40$ ,  $x_c = -20$
- СПИРАЛЬ:  $L_0 = 0.05$ ;  $Mod = 40$ ,  $x_c = -20$ ,  $y_c = 0$
- СПИРАЛЬ С ИЗЛОМАМИ:  $L_0 = 0.25$ ,  $\alpha_0 = -10^\circ$ ;  $Mod = 30$ ,  $x_c = -40$ ,  $y_c = 10$ .
- КВАЗИЭВОЛЬВЕНТА С ИЗЛОМАМИ:  $\alpha_0 = 10^\circ$ ;  $x_c = 50$ ,  $y_c = 30$ .

б – Исходный контур рейки со щетками и веерами нормалей

Размеры и положение:  $Mod = 10$ ;  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = (h_a^* + c_0) \cdot Mod$ ,  $Наклон = 0$ . (24б)

Уравнение профиля:  $излом_i = \{0.5 \cdot \pi - \alpha, 0, 0\}$  ( $i = 1 \dots 3$ ) (24в)

$$kriv_i = \left\{ 0, 0, \frac{1}{c_0^* \cdot (1 - \sin \alpha)}, 0 \right\} \cdot \frac{1}{Mod} \quad (i = 0 \dots 3) \quad (24г)$$

$$L_i = \left\{ \frac{\pi}{2} - 2 \cdot h_a^* \cdot tg \alpha, \frac{h_i^*}{\cos \alpha}, \frac{0.5 \cdot \pi - \alpha}{Mod \cdot kriv_2}, \frac{\pi}{4} - (h_i^* - h_a^*) \cdot tg \alpha - \frac{\cos \alpha}{Mod \cdot kriv_2} \right\} \cdot Mod \quad (24д)$$

**2.4.2. Полипрямые и поликасательные.** Задаем их одним из двух методов: координатами угловых точек (так их представляем в ЭВМ) и в виде уравнений (24), но без указания кривизны. Поликасательная к отрезку эвольвенты – на рисунке 9. На нем видно отличие поликасательной от эвольвенты: щетка нормалей к эвольвенте "плавная", а к поликасательной – "кусочная": чередуются щетки параллельных нормалей (на отрезках) с веерами (в изломах).

**2.4.3. Профиль зуба и зубчатого венца.** При построении их математических моделей используем два типа криволинейных координат: непрерывные (вычислительные) и дискретные (изобразительные). В качестве непрерывных берем единые нормированные с пределами: для зуба №1 –  $u = (0-1)$ ; для зуба

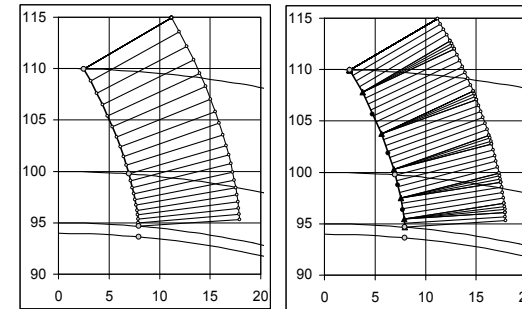


Рисунок 9 – Эвольвента и ее поликасательная

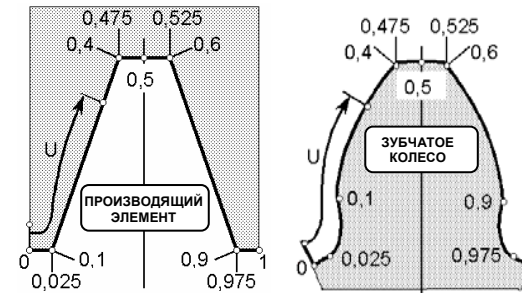


Рисунок 10 – Нормированные криволинейные координаты для первого зуба

и математические модели, описанные выше и изложенные в [4], реализуются в настоящее время в компьютерной программе анализа формообразования и контакта тел, движущихся плоскопараллельно.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел, М.: Мосстанкин, 1999. – 494с. 3. Бабичев Д.Т., Плотников В.С. О разработке комплекса программ для численного исследования зацеплений на ЭВМ. // Механика машин, вып. 45. – М.: Наука. 1974. – С.36–43. 4. Бабичев Д.А., Бабичев Д. Т. Универсальное плоское зацепление // Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения // Сб. докл. научно-технич. конференции с международным участием.– Ижевск, 2008. – С.162–168. 5. Бабичев Д.Т. О применении многопараметрических огибаний при компьютерном моделировании процессов формообразования в рабочих и технологических зацеплениях // Теория и практика зубчатых передач: Сб. докл. научно-технической конференции с международным участием.– Ижевск, 2004. –с.302–315. 6. Бабичев Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений: Автореф. дисс... докт. техн. наук. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2005. – 47с.

Поступила в редколлегию 10.04.09

**В.А. БЕРЕЖНОЙ**, ст.преп. каф. НГГ НТУ "ХПИ"  
**Н.В. МАТЮШЕНКО**, к.т.н., доц. каф. НГГ НТУ "ХПИ"  
**А.В. ФЕДЧЕНКО**, к.т.н., ст.преп. каф. НГГ НТУ "ХПИ"

### **О ВЛИЯНИИ НА ДИНАМИКУ ЗУБЬЕВ В ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПРЯМОЗУБОЙ ПЕРЕДАЧЕ**

Розглядаються динамічні процеси в евольвентному прямозубому зацепленні. Приведено шляхи зниження динамічних навантажень у прямозубій передачі. Складено загальну динамічну модель для модифікованої прямозубої передачі.

Considered dynamic processes in spur gears. Brought way of reducing the dynamic loads in spur gears. Formed dynamic model for modified of spur gears.

Неотъемлемой составной частью подавляющего большинства машин является привод, включающий в себя зубчатые передачи. Являясь одним из наиболее распространенных видов механических передач, зубчатые передачи во многом определяют габариты, вес, передаваемую мощность, а также ряд других показателей, от которых зависят эксплуатационные свойства и экономическая эффективность создаваемых машин.

Современные механизмы с зубчатыми передачами работают при повышенных скоростях и нагрузках, в связи с чем возрастает их динамическая напряжённость. Цилиндрическое эвольвентное прямозубое зацепление является характерным источником возникновения колебаний, поэтому процессам возбуждения колебаний в механизмах с прямозубыми передачами и посвящается данное теоретическое исследование [1, 2].

Во время работы прямозубых колес в их зацеплении возникают динамические процессы, величина и характер которых определяется не только передаваемой мощностью, но и рядом других факторов. Поэтому при поиске способов снижения виброакустической активности цилиндрических эвольвентных прямозубых передач необходимо базироваться на общих законах теории колебаний и чётко представлять основные причины, определяющие характер и интенсивность вибраций, возникающих в зацеплении. Динамические процессы в эвольвентных прямозубых передачах, порождающие колебательную энергию, условно могут быть подразделены на три группы: динамическое соприкосновение профилей зубьев в процессе пересопряжения, вызываемое упругими деформациями зубьев, упругими деформациями тела зубчатых колес и их опор, а также неточностями изготовления и монтажа зубчатого венца; динамическое взаимодействие профилей зубьев, вызванное колебательным состоянием упругой системы (в целом), в которую входит зубчатая передача; динамическое взаимодействие профилей зубьев, вызванное неравномерностью нагрузки или неравномерным режимом работы двигателя [3].

В настоящее время можно выделить два перспективных направления воздействия на динамические процессы в зубчатых передачах [4, 5].

Первым является естественный и эффективный путь снижения виброактивности прямозубых передач за счёт повышения точности изготовления зубчатых колёс. Так увеличение точности изготовления прямозубых колёс высокооборотных цилиндрических эвольвентных двухступенчатых редукторов с пятой до четвертой степени понижает общие уровни вибраций редукторов в среднем на 6 дБ, или же уменьшение величины циклической погрешности зубчатых колёс турбинных редукторов на 1 мкм позволяет снизить уровень вибраций и шума передачи примерно на 1 дБ. Однако при использовании этого направления следует учитывать, что интенсивность вибраций зависит не только от величины и частоты слагаемых погрешностей прямозубых зацеплений, но и от сочетания погрешности конкретного вида и её величины с конструктивными динамическими характеристиками всего агрегата и с режимами его работы. Более того, реализация этой разработки в условиях производства весьма трудоёмка и может быть снижена лишь до определённых пределов.

Перспективным для быстроходных и тяжело нагруженных прямозубых передач представляется второе направление, прежде всего это поиски оптимальных конструктивных решений узлов и машин в целом, обеспечивающих "отстройку" системы несущих частей от резонансных состояний путём виброизоляции, вибродемпфирования, виброгашения. Одним из путей поиска в этом направлении является применение в передачах колёс с модифицированными зубьями. Наличие модифицированных зубьев позволяет в значительной мере регулировать жёсткость прямозубой передачи с целью снижения виброактивности привода. В настоящее время ведётся поиск приемлемых решений конструкции таких прямозубых колёс, но имеются лишь отдельные примеры реализации этого направления в условиях производства. Главные трудности практического использования модифицированных прямозубых передач заключаются в том, что теоретические и экспериментальные работы по этой проблеме к настоящему времени значительно отстают от разнообразных, часто оригинальных решений, приводимых в патентных описаниях.

Первая динамическая модель прямозубого зацепления была предложена Петрусевичем А.И. более 50 лет назад. Впоследствии другими авторами: Айрапетовым Э.Л., Генкиным М.Д., Давыдовым И.Ш., Ковалёвым Н.А. и др. были разработаны более совершенные модели, которые основываются в основном на упрощённых моделях с многочисленными допущениями и абстракциями. Постоянное совершенствование теоретических исследований динамических систем прямозубых передач приводит исследователей к составлению систем линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, отражающих в полной мере состояние редукторной системы. Как известно, такие системы не имеют решения с помощью элементарных средств.

Бурное развитие вычислительной техники в последнее время создало все предпосылки для разработки таких математических моделей различных зубчатых систем, которые учитывали бы достаточно полно реальную действительность. Таким образом, численное исследование колебательных процессов, происходящих в цилиндрических эвольвентных прямозубых передачах, также стало реальной задачей. Такой подход позволяет исследовать влияние скоростных режимов, допустимых погрешностей угла наклона линии зуба, жесткости опор и присоединенных валов, параметров исходного контура не только для стандартных прямозубых зацеплений, но и для их модифицированных аналогов.

Как известно, для цилиндрических зубчатых колёс с параллельными осями контактные линии расположены на цилиндрах строго определённого радиуса. Эти соображения и легли в основу построения математической модели модифицированной прямозубой передачи [6].

В общем виде зубчатая передача представляет собой четырёхмассовую схему:  $I_1$  – первая масса, т.е. момент инерции ведущего органа, приведённый к ведущему валу;  $c_1$  – крутильная жёсткость ведущего вала (жёсткости соединительных муфт приводятся к ведущему валу);  $I_{ш}$  – момент инерции шестерни;  $I_к$  – момент инерции колеса;  $I_4$  – момент инерции исполнительного органа, приведённый к ведомому валу;  $c_4$  – крутильная жёсткость ведомого вала;  $c'_{ш}, c''_{ш}, c'_к, c''_к$  – жёсткости соответственно левой и правой опор вала шестерни и колеса;  $c^3_{ш}, c^3_к$  – функции жёсткости зуба соответственно шестерни и колеса по фазе зацепления. Для полной адекватности данной модели действительности можно считать, что опора зубчатых колёс в различной фазе зацепления будет иметь различные упругие перемещения, вызывая перекос осей и, как следствие, концентрацию нагрузки.

Геометро-кинематическая модель четырёхмассовой системы определяется восемью обобщёнными координатами:  $\varphi_1, \varphi_2$  – углы поворота ведущей и ведомой присоединённых масс соответственно;  $\varphi_{ш}, \varphi_к$  – углы поворота шестерни и колеса соответственно;  $x_{ш}, x_к$  – вертикальные перемещения центров масс соответственно шестерни и колеса;  $\psi_{ш}, \psi_к$  – углы галопирования шестерни и колеса.

В нашей задаче моделирования упругих характеристик зубьев осуществляется с помощью пружинок, один конец которых неподвижно закреплён на зубе шестерни, а второй упирается в контур сопряжённого зуба в точке на линии зацепления. В процессе движения зубчатых колёс жёсткость пружинок меняется по закону, который определяется отдельно в каждой фазе зацепления, от входа пары зубьев в зацепление до выхода из него. Учёт модификации зубьев в динамической системе осуществляется путём замены функций жёсткости  $c^3_{ш}, c^3_к$ , на значения жёсткостей  $c^3_{мш}, c^3_{мк}$ , полученных для модифицированных колёс. Функции жёсткостей стандартных и модифицированных передач определяются на основе решения краевой задачи теории упругости для

объектов сколь угодно сложной граничной поверхности в объёмной постановке с помощью метода конечных элементов [7].

Проведённые исследования показывают, что одноступенчатая модифицированная прямозубая эвольвентная цилиндрическая передача может быть представлена вышеописанной динамической моделью четырёхмассовой системы, определяемой восемью обобщёнными координатами, что даёт возможность разработать соответствующую математическую модель в виде системы дифференциальных уравнений с учётом кинематического возбуждения (погрешности основного шага) и параметрического возбуждения (изменяющаяся жёсткость) при рассмотрении каждой отдельной пары и при их пересопряжении.

Таким образом, учитывая важность и перспективу применения цилиндрических эвольвентных прямозубых передач, проведение исследований динамических процессов, возникающих при работе передачи, а также изучение влияния на ее динамику жесткости зацепления, погрешности угла наклона, ряда других геометрических и кинематических характеристик приобретает особую важность и значение, что делает данное направление актуальной научно-технической задачей, стоящей перед исследователями и учеными.

**Список литературы:** 1. *Петрусевич А.И.* Детали машин. – М.: Машгиз, 1953. – 705с. 2. *Вулгаков Э.Б.* Зубчатые передачи с улучшенными свойствами; Обобщенная теория и проектирование. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 3. *Заблонский К.И.* Жесткость зубчатых передач. – Киев: Техніка, 1968. – 262с. 4. *Арефьев В.А.* Снижение вибраций быстроходных зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1975. – № 4. – С.25–27. 5. *Берестнев О.В., Жук И.В., Неделькин А.Н.* Зубчатые передачи с повышенной подавливаемостью зубьев. – Минск.: Наука и техника, 1993. – 184с. 6. *Кириченко А.Ф., Воронцова Д.В., Бережной В.А.* Геометро-кинематическая модель динамики прямозубых эвольвентных передач с учётом модификации зубьев // Вестник науки и техники. Национальный техничний университет "Харьковский политехнический институт", ТОВ "Харьковский дом науки и техники" – Харьков: ТОВ "ХДНТ", 2006. – Вып.1-2 (24-25). – С.11–17. 7. *Кириченко А.Ф., Бережной В.А., Воронцова Д.В.* Метод определения вида и параметров модификации прямозубых цилиндрических зубчатых колёс на стадии проектирования // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – Харків: НТУ "ХПИ", 2006. – Вип.22. – С.28–36.

*Поступила в редакцию 20.04.09*

**Д.О. ВОЛОНЦЕВИЧ**, д.т.н, зав. каф. КГМ НТУ "ХПІ"  
**В.І. СЕРИКОВ**, канд. техн. наук, с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ"  
**О.О. КУДЕЛЯ**, магістр каф. КГМ НТУ „ХПІ“  
**О.В. БОНДАРЕНКО**, аспірант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПІ"

### ДО ПИТАННЯ ПРО ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ДВОХ І ТРЬОХ ПРОМІЖНИХ ВАЛІВ У СПІВВІСНИХ НЕПЛАНЕТАРНИХ КОРОБКАХ ПЕРЕДАЧ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ЇХ ДОВЖИНИ

В роботі розглянуто питання побудови залежностей відносної ваги та розмірів класичних співвісних автомобільних коробок передач від кількості проміжних валів для п'ятиступеневих коробок передач, які працюють з одним двигуном, в однакових експлуатаційних умовах при однакових вимогах до ресурсу (пробігу) машини.

In report the problem of building of relations of the relative mass and dimensions of gear-boxes from additional shafts quantity for five-stage gearboxes that works with one engine in identical conditions of car mileage requirements is solved.

В автомобілебудуванні відомі конструкції автобусних співвісних непланетарних коробок передач з двома і, навіть, з трьома проміжними валами, розташованими по різні боки від вхідного валу [1]. Необхідність в розробці таких коробок передач виникла в тих випадках, коли підприємство-виготовлювач з якихось причин не могло використовувати планетарні коробки передач, а загальна компоновка машини вимагала достатньо великої кількості передач при обмеженій довжині коробки. Наявність двох або трьох проміжних валів при збереженні міжосьової відстані дозволяє зменшити ширину зубчастих вінців та підшипників. Використання подібних схем дозволяє збільшити строк служби коробок передач за більших значень передаваної потужності, але загальна кількість деталей, матеріалоемність та вага коробки передач в цьому випадку зростають. Також збільшуються вимоги до точності виготовлення зубчастих коліс і отворів у картері, щодо їхнього взаємного розташування. Це пояснюється підсумовуванням двох або трьох потоків потужності без використання диференціального механізму.

В науково-технічній літературі досліджень з цього питання знайдено не було.

В роботі було поставлено задачу побудувати залежності відносної ваги та розмірів коробки передач від кількості проміжних валів для п'ятиступеневих коробок передач, які працюють з одним двигуном в однакових експлуатаційних умовах і при однакових вимогах до пробігу машини.

За основу для дослідження була обрана класична п'ятиступенева механічна коробка передач вантажного автомобіля "КамАЗ" з одним проміжним валом без вхідного подільника (рисунок 1).

Початковими параметрами для розрахунку були: умовний пробіг автомобіля – 500000 км, час роботи на кожній з передач в залежності від середньої швидкості руху автомобіля (50 км/год), відповідно першій – 50 годин; другій – 150 годин; третій – 700 годин; четвертій – 2000 годин; п'ятій – 7100 годин; імовірність безвідмовної роботи кожної з передач – 95% [2].

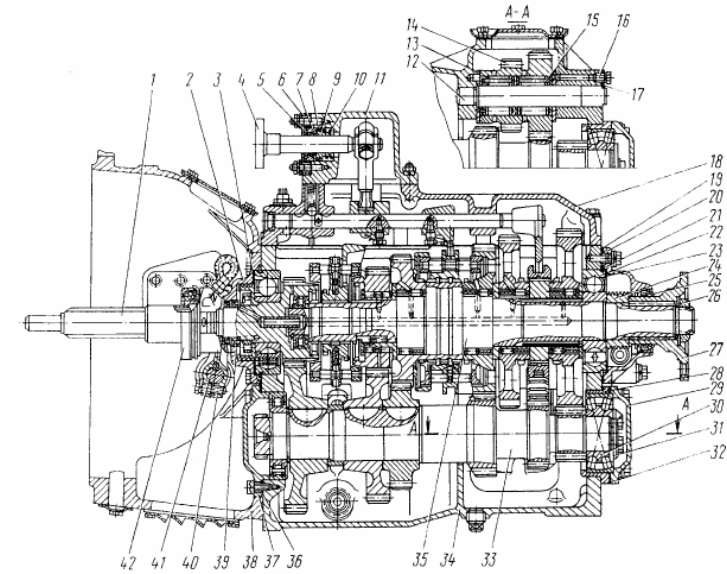


Рисунок 1

Спочатку був проведений перевірений розрахунок реальної коробки передач для заданої потужності двигуна та існуючих геометричних параметрах зубчастих зачеплень.

Був обчислений діючий момент та кількість циклів навантаження для кожної передачі.

Вихідним параметром був час безвідмовної роботи передачі, який далі порівнювався з потрібним.

Далі, схематично будувалася коробка передач із двома проміжними валами, розташованими діаметрально протилежно один до одного відносно вхідного та вихідного валів.

Усі вхідні дані та допоміжні коефіцієнти залишалися незмінними за винятком коефіцієнта, що враховує кількість сполучених деталей у зачепленні та потужності, яка передається крізь зубчасті колеса. В ідеальному випадку вона повинна була б зменшитися вдвічі, але до уваги брався й такий параметр, як нерівномірність розподілу навантаження між проміжними валами, який при помірних вимогах до виготовлення деталей дорівнює 0,75.

Оскільки діючий момент зменшується, є можливість зменшувати ширину зубчастих вінців до тих пір, доки виконуються вимоги по пробігу автомобіля на заданій передачі.

В результаті декількох поступових обчислень, наприклад, ширина зубчастого вінця другої передачі зменшилася з 44 мм в одновальній коробці до 35 мм в двохвальній. Відповідно, третьої – з 40 мм до 36 мм, четвертої – з 30 мм до 20 мм.

Далі, схожим чином проводилися обчислення для коробки з трьома проміжними валами відносно коробки передач з одним проміжним валом. В результаті ширини зубчастих вінців другої передачі зменшилися з 44 мм до 27 мм, третьої – з 40 мм до 21 мм, четвертої – з 30 мм до 15 мм.

Маючи дані по зменшенню ширини зубчастих вінців, з'являється можливість побудувати приблизний графік (крива L на рис. 2) залежності довжини коробки передач від кількості проміжних валів (у відсотках від розмірів реальної коробки).

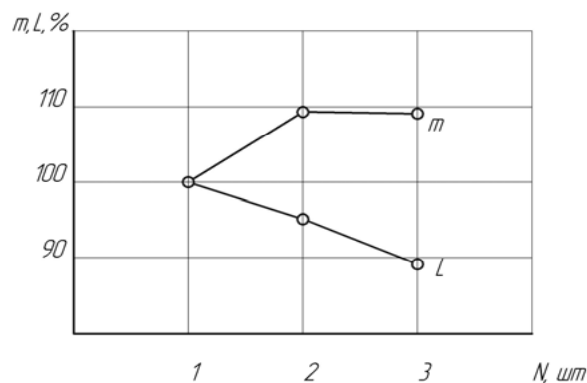


Рисунок 2

Масовий показник оцінювався таким чином: спочатку обчислювалася маса картера, яка для реальної коробки склала 27 кг, для коробки з двома проміжними валами – 32,5 кг, для коробки з трьома проміжними валами – 21 кг (зменшення ваги можна пояснити значним скороченням довжини картера та його більш раціональною формою трикутника).

Далі оцінювалася вага інших змінних частин коробки – валів та шестерень. Значного зростання ваги не відбулося через те, що із подвоєнням, а потім і потроєнням кількості шестерень та валів їхні ширини вінців та діаметри зменшувалися. Так, наприклад, маса усіх шестерень реальної коробки склала 53,5 кг, коробки з двома проміжними валами – 61,7 кг, з трьома проміжними валами – 63,5 кг.

Маси валів було оцінено за середнім діаметром та довжиною (маємо на увазі, що довжина валу зменшена на суму ширин зубчастих вінців через те що,

маса шестерень розраховувалася як маса повних циліндрів та те, що у коробках з двома і трьома проміжними валами кількість проміжних валів спочатку подвоюється а потім і потроюється). Результати зведено до таблиці 1.

Таблиця 1 – Параметри вхідних, проміжних та вихідних валів коробок передач

	$l_{вх}$	$l_{пром}$	$l_{вих}$	$d_{вх(сер)}$	$d_{пром(сер)}$	$d_{вих(сер)}$	$m_{вх}$	$m_{пром}$	$m_{вих}$
	М			М			КГ		
Реальна коробка	0,38	0,408	0,394	0,072	0,072	0,09	12	13	19
Коробка з двома проміжними валами	0,38	0,385	0,371	0,072	0,072	0,09	12	12,3	18,4
Коробка з трьома проміжними валами	0,38	0,357	0,343	0,072	0,072	0,09	12	11,4	17

Можна знайти загальну масу змінних частин для усіх трьох коробок. Приймаємо, що маса інших деталей залишається незмінною. Знайдемо її, знаючи масу усієї коробки та масу змінних частин. Розрахуємо повну масу всіх коробок. Результати зведемо до таблиці 2.

Таблиця 2 – Маса коробок передач

	Змінна маса, кг	Незмінна маса, кг	Загальна маса, кг
Реальна коробка	124,5	125,5	250 (100%)
Коробка з двома проміжними валами	149,2	125,5	274,7(109,8%)
Коробка з трьома проміжними валами	147,7	125,5	273,2(109,2%)

Загальна маса реальної коробки складає 250 кг, коробки з двома проміжними валами – 274,7 кг, з трьома проміжними валами – 273,2 кг.

**Висновок:** використання коробок передач із декількома проміжними валами є доречним, коли треба виконати жорсткі умови до компоновки машини, але, безумовно, для остаточних висновків необхідно проводити додаткові економічні розрахунки.

**Список літератури:** 1. Проектирование трансмиссий автомобилей: Справочник / Под общ. ред. А.И. Гришкевича. – М.: Машиностроение, 1984. – 272с. 2. Колесные и гусеничные машины высокой проходимости: в 10-ти томах / Под общ. ред. Е.Е. Александрова. – Т.3: Трансмиссии. – Кн.1. Ступенчатые трансмиссии: расчет и основы конструирования / Д.О. Воловцевич, В.В. Епифанов, В.К. Белов. – Харьков: ХГПУ, 1996. –202с.

Надійшла до редакції 10.04.09

**І.С. ГРИЦАЙ**, д.т.н., професор, зав. кафедри ТМБ НУ „Львівська політехніка”  
**Я.М. ЛИТВИНЯК**, к.т.н., доцент. каф. ТМБ НУ „Львівська політехніка”

### **СИНУСОЇДАЛЬНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ ЯК АЛЬТЕРНАТИВА ТРАДИЦІЙНИМ ПЕРЕДАЧАМ ТА НОВИЙ МЕТОД ЇХ - ВИГОТОВЛЕННЯ**

Дана характеристика синусоїдальних зубчатих колес і передач, особливості їх побудови і переваги порівняно з традиційними передачами. Описано новий універсальний висококоefficientний спосіб нарізання синусоїдальних профілів, забезпечуючий виготовлення більшості відомих типів зубчатих колес одним інструментом на одному станку.

The sine type gears and transmissions takes many advantages in the comparison with the standard transmissions. The new universal high-efficiency method of sine curve cogs cutting, providing makes the most known types of gear-wheels by one instrument on one machine-tool, is described.

**Актуальність проблеми.** Зубчаті колеса і передачі, як обов'язкові компоненти сучасних механізмів і машин, належать до найпоширеніших деталей машинобудування, які виготовляють великими обсягами незважаючи на те, що протягом останнього часу галузь їх розповсюдження дещо звужилася. Зменшується використання традиційних зубчастих передач у верстатобудуванні, де є тенденція до максимального спрощення передач і скорочення кількості їх ланок. У приводах металорізальних верстатів зубчасті передачі витісняються електродвигунами, кроковими та лінійними електродвигунами, керованими мікропроцесорними системами управління верстатом, пасовими передачами для передач обертання від головного двигуна прямо на шпindel. В окремих випадках в приводах шпindelів і системах подач використовують спрощені зубчасті передачі з обмеженою кількістю зубчастих коліс. Такі нововведення дали змогу забезпечити безвібраційну і безшумну роботу шпindelів на частотах обертання 30000 – 100000 хв.<sup>-1</sup> (в окремих випадках – до 180000 хв.<sup>-1</sup>), а також прискорені переміщення їх робочих елементів зі швидкістю до 100 м/хв. і прискорень до 30 м/с<sup>2</sup> навіть за великих габаритів і мас рухомих частин [1].

Проте, такі рішення можливі лише для машин, що живляться від стаціонарного джерела енергії. Тому в рухомих засобах – автомобілях, літаках, гелікоптерах, суднах, комбайнах, будівельних і гірничих машинах та ін. редуктори і короби зміни швидкостей на найближчу перспективу залишаються безальтернативними.

**Особливості традиційних передач.** Серед відомих зубчатих передач за застосуванням і розповсюдженням домінують евольвентні передачі, які використовують переважно в швидкісних і ділільних приводах. В порівнянні з більшістю відомих передач вони мають певні переваги, зокрема: несприйнятливність до коливання міжцентрової відстані, сталість передавального відно-

шення, можливість висотного і кутового корегування зубців; відносна технологічна універсальність, що полягає у використанні одного модульного - інструменту для нарізання коліс з різною кількістю зубців.

Разом з тим, евольвентному зачепленню, передачам і технології виготовлення зубчастих коліс властиві істотні недоліки, яких не вдалося позбутись, незважаючи на багаточисельні наукові дослідження, що були виконані за тривалий час їх використання. Ці недоліки полягають у наступному:

1. Радіус кривизни евольвентних профілів, величина якого істотно впливає на контактну міцність зубців і вантажну здатність передачі, залежить від діаметра колеса і кута зачеплення. Для передавання підвищеного навантаження потрібно збільшувати радіуси кривизни профілів зубців, чого можна досягти або збільшенням кута зачеплення, або ж збільшенням зовнішнього діаметра зубчастого колеса. Проте, корегування профілів несуттєво підвищує вантажну здатність передачі, а збільшення діаметрів зубчатих коліс призводить до збільшення габаритів трансмісії.

2. Контакт зубців в евольвентному зачепленні передачі лінійний, внаслідок чого похибки виготовленні і монтажу валів, похибки відхилення напруги зубців при виготовленні, геометричні неточності в процесі складання передач, а також пружні деформації валів і підшипникових вузлів під час роботи редукторів призводять до нерівномірного розподілення навантаження на ширині зубців і до збільшення контактних напружень.

3. Обмеження числа зубців шестерні, кількість яких без підрізання не може бути меншою ніж 17. Як наслідок, ряд передавальних відношень цієї передачі обмежений, тому лімітується значення мінімальної частоти обертання та величина вихідної потужності зубчастої передачі.

Сучасні трансмісії, які передають значні обертові моменти, працюють в умовах підвищених силових і теплових навантажень при неухильному зростанні швидкостей, тому ці недоліки погіршують експлуатаційні характеристики передач. Зокрема, при інтенсивній експлуатації і роботі на граничних режимах спостерігають підвищення рівня шуму, зниження плавності роботи тощо.

4. Точність евольвентних зубчастих передач регламентують три групи норм точності та норми бокового зазору в передачі, при чому, в кожній із норм існує значна кількість показників, що значно ускладнює технологію та ставить високі вимоги до процесів виготовлення евольвентних зубчастих коліс і передач.

5. Недоліком евольвентних зубчатих коліс і передач є значна працездатність їх виготовлення, істотні витрати матеріальних засобів для нарізання і чистової обробки зубців. Для реалізації цих процесів необхідна широка номенклатура спеціальних складних і дорогих верстатів та дорогих різальних інструментів – модульних черв'ячних фрез, шеверів, зубчастих хонів, черв'ячних або тарілчастих шліфувальних кругів тощо. Внаслідок цього - зубчасті деталі машин, верстати та пристрої для їх виробництва належать до найдорожчих, а в парку технологічного устаткування машинобудівних під-

приємств зубообробні верстати за кількістю займають друге місце після обладнання для деталей класу тіл обертання.

Відомі зубчасті передачі, в яких застосовується зачеплення Новікова, використовуються лише для важко навантажених тихохідних передач і не є альтернативою евольвентному зачепленню. Цим силовим передачам також властиві істотні недоліки. Так, вони можуть бути тільки косозубими, з шириною вінця не меншою від шести модулів; мають підвищену чутливість до монтажних перекосів і зміни міжцентрової відстані; технологічно складні: черв'ячна фреза виготовляється тільки для одного модуля. Зубчасті колеса Новікова не піддаються викінчувальним методам оброблення, тому точність таких коліс невисока, а ці передачі є низькошвидкісними. Внаслідок нерівномірного розподілу навантаження по ширині вінця передача Новікова працює з більшим шумом, ніж евольвентна косозуба передача. Крім цього, у передачі Новікова навантажувальна здатність лімітується зламною міцністю зубців, тому ці колеса застосовують за відсутності перевантажень і ударних навантажень.

**Нове у вирішенні проблеми.** Досвід виготовлення та експлуатації зубчастих передач з різноманітними зачепленнями спонукає до створення нових видів швидкісних і силових зубчастих коліс і передач. Передачею, яка має всі підстави стати альтернативою евольвентній передачі та передачі Новікова, а у багатьох випадках замінити їх, є синусоїдальна зубчаста передача. В цій передачі профілі зубців окреслені синусоїдальними кривими. Особливості цього профілю та відмінності синусоїдального зачеплення від евольвентного можна побачити на рисунку 1, де для порівняння наведено відповідні зубчасті колеса однакових еквівалентних модулів.

Розробники цієї передачі, проф. Гавриленком В.А. та інж. Анікінін С.В. підтвердили задовільний коефіцієнт перекриття і збереження основного закону зачеплення – постійності передавального відношення та виявили такі переваги синусоїдального зачеплення перед евольвентним зачепленням [2]:

- нижча швидкість удару в зачепленні, і, як наслідок, значно нижчий (на 4 – 6 децибелі) рівень шуму;
- нижчий питомий тиск на поверхнях зубців, які перебувають в контакті;
- нульове значення коефіцієнта ковзання в полюсі та в крайніх точках активного профілю, що зумовлює збільшення зносостійкості зубців.

Крім цього, будова синусоїдальних зубців і умови їх контакту в зачепленні зумовлюють такі переваги синусоїдальної передачі над евольвентною.

1. Ніжка синусоїдального зубця окреслена синусоїдою, яка відіграє роль галтелі, внаслідок чого значно зменшується концентрація напружень в основі зубця. Товщина синусоїдальних зубців від головки зубця до його западин монотонно збільшується, чим забезпечується вища міцність синусоїдальних зубців на згин. Завдяки цьому синусоїдальна передача в 1,5 – 2,0 рази має більшу вантажну здатність, тобто здатність до передачі більших обертових моментів. При передачі однакової потужності синусоїдальні колеса можуть мати в

1,5 рази менший модуль, ніж евольвентні. Тому механізми, редуктори, коробки передач та інші складові синусоїдальних трансмісій на 20 – 30% можуть мати менші габарити, а отже, меншу масу, та менші витрати у виготовленні. В той же час, при однакових з евольвентною передачею габаритах та модулем, синусоїдальна передача може передати більшу потужність.

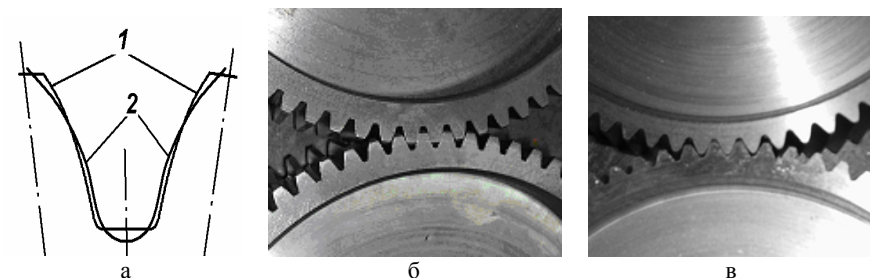


Рисунок 1 – Схема евольвентного (1) і синусоїдального (2) профілів, (а) евольвентне (б) і синусоїдальне (в) зубчасті колеса однакового модуля ( $m = 4,5$  мм)

2. В синусоїдальній передачі на всій довжині лінії контакту випукла поверхня одного зубця взаємодіє з ввігнутою поверхнею спряженого профілю. Плавне переспряження зубців, при якому у передачі взаємодія робочих поверхонь відбувається не по лінії, як це спостерігається в евольвентному зачепленні, а по поверхні, призводить до зменшення контактних напружень. Як наслідок – збільшується вантажна здатність передачі, зменшується тиск і контактне тертя. Внаслідок цього синусоїдальна передача має вищу зносостійкість та кращу експлуатаційну якість.

3. При однакових з евольвентною передачею габаритах і меншому модулі синусоїдальна передача має більшу кількість зубців і вищий коефіцієнт торцевого перекриття, що додатково забезпечує їй підвищену навантажувальну здатність і вищу плавність роботи.

4. В синусоїдальній передачі число зубців шестерні може бути дуже малим, мінімальна кількість зубців ( $z_{\min}$ ) може бути рівною 6, в той час як в евольвентній передачі  $z_{\min}=17$ . Це дає змогу виконувати передачі з набагато - більшим передавальним відношенням, ніж в евольвентній, та при незначних габаритах всієї конструкції. До того, навіть при малій кількості синусоїдальних зубців вони, на відміну від евольвентних, не мають підрізання, тому поняття "корегування" профілю зуба в синусоїдальному зачепленні відсутнє.

Як бачимо, синусоїдальні колеса і передачі мають ряд важливих переваг в порівнянні з традиційними евольвентними передачами. Вони поєднують в собі можливості використання як швидкісних і ділильних так і силових передач з підвищеною навантажувальною здатністю передачі більших обертових моментів і енергій.

**Перешкоди промислового використанню синусоїдальних передач. У**

70-х роках ХХ ст. синусоїдальні зубчасті колеса виготовляли та використовували на Московському автозаводі ім. Ліхачова. Це дозволило перевірити і підтвердити на практиці перелічені вище переваги цих передач.

В той час нарізання синусоїдальних коліс здійснювали черв'ячною фрезою з синусоїдальним початковим контуром рейки. Ця технологія не виправдала себе і виявилась неефективною через складність профілювання синусоїдальних фрез і формування їх криволінійних різальних лез, втрату початкової форми, розмірів та геометрії фрези після перешліфування. Складність у виготовленні, збереженні геометричних параметрів під час перезагострення і затилування, висока вартість виготовлення черв'ячних фрез з синусоїдальним початковим контуром стали основними перешкодами широкому впровадженню синусоїдальних передач.

**Створення альтернативної технології.** На кафедрі технології машинобудування Національного університету "Львівська політехніка" досліджуються способи зубонарізання синусоїдальних зубчастих коліс, які альтернативні способу зубофрезерування черв'ячними фрезами, з метою використання переваг та доведення до широкого практичного використання синусоїдальних зубчастих передач. Результати отримані на основі використання принципу отримання побудови синусоїди, як поєднання проекції зворотньо-поступального руху виробничої інструментальної поверхні при точковому контакті з обертовим рухом заготовки зубчастого колеса. Спосіб нарізання зубців, що використовує цей принцип, базується на зубофрезеруванні в умовах обкочування та неперервного ділення і реалізований на стандартному зубофрезерному верстаті. Різальним інструментом є стандартна дискова фреза, зубці якої шліфуються по вершині і по бокових поверхнях з певним профільним кутом.

Нарізання прямозубих і косозубих синусоїдальних коліс здійснюється при використанні налагодження кінематичних ланцюгів зубофрезерного верстата, аналогічних типовим налагодженням, що застосовуються для циліндричних евольвентних зубчастих коліс. Дисковій фрезі одночасно з неперервним обертовим рухом різання додатково надають зворотньо-поступове переміщення в площині, перпендикулярній до осі обертання фрези. Для цього фрезу встановлюють із зміщенням її геометричної осі відносно кінематичної осі технологічної оправки (ексцентрично). Величина ексцентриситету  $e$  пов'язана з модулем, кутом зачеплення евольвентної передачі та деякими параметрами різальної частини дискової фрези [2–8].

Схема взаємодії дискової фрези з заготовкою циліндричного зубчастого колеса у цьому методі зображена на рисунку 2. Дискова фреза, разом з рухомою інструментальною системою координат  $S_1(x_1, y_1, z_1)$ , переміщається по колу радіусом  $e$  навколо осі  $O$ , та одночасно обертається навколо осі  $O_1$ . Точки  $O$  та  $O_1$  в торцевій площині інструмента є проекціями осі технологічної оправки та осі інструмента.

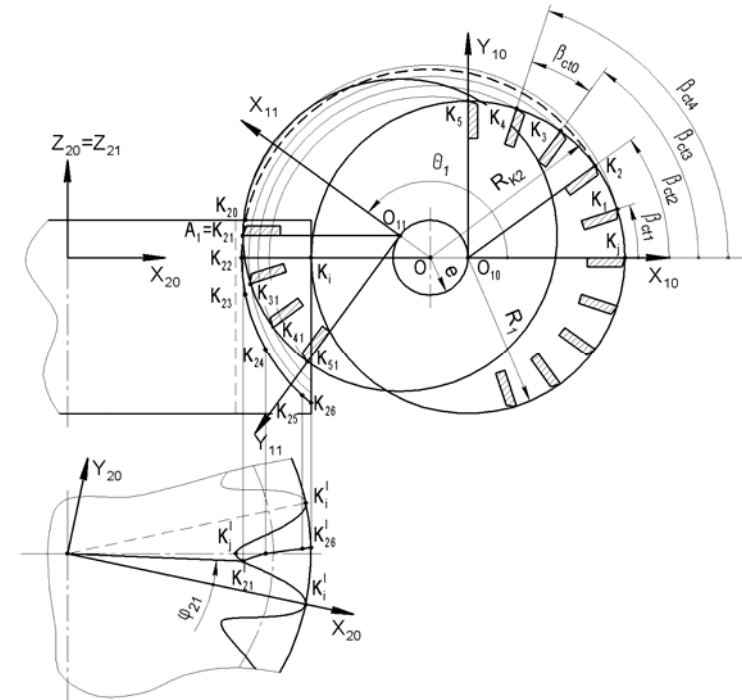


Рисунок 2 – Схема нарізання синусоїдальних зубців способом неперервного ділення при коловому русі дискового інструмента з ексцентриситетом

Кожна вершина зубця інструмента  $K_1, K_2, \dots, K_i, \dots, K_j$  в центральній торцевій площині інструмента відносно центра обертання технологічної оправки  $O$  рухається по круговій траєкторії певного радіуса. Відстані від вершини відповідного зубця до осі дискового інструмента та до осі технологічної оправки, або до точок  $O_1$  та  $O$  – різні, тобто,  $R_1 \neq R_{K_j}$ . Радіуси  $R_{K_j}$  колових траєкторій вершин зубців інструмента радіуса  $R_1$  в його торцевій площині залежать від ексцентриситету  $e$ , кутової координати першого зубця  $\beta_{ct1}$ , центрального кута  $\beta_{ct0}$  між сусідніми зубцями і порядкового номера  $Z_{ctj-1}$  зубця інструмента та визначаються за виразом  $R_{K_j} = \sqrt{e^2 + R_1^2 + 2 \cdot e \cdot R_1 \cdot \cos(\beta_{ct1} + (Z_{ctj-1}) \cdot \beta_{ct0})}$ .

Відносні траєкторії руху вершин кожного зубця  $K_1, K_2, \dots, K_i, \dots, K_j$  дискової фрези різні. Розрахунки показують, що профіль зубців зубчастого колеса не залежить від радіуса  $R_1$  дискової фрези, тобто однаковий синусоїдальний профіль зубців колеса можна отримати дисковими інструментами з різним зовнішнім діаметром. Геометричні параметри зубців синусоїдальних зубчастих коліс



визначаються в основному двома факторами – ексцентриситетом  $e$  дискової фрези та ширини  $2\delta$  головного різального її ребра.

Процес нарізання синусоїдального колеса на стандартному зубофрезерному верстаті дисковою фрезою зображено на рисунку 3.

Розроблена конструкція технологічної інструментальної оправки, яка дозволяє плавно регулювати величину ексцентриситету  $e$  в достатньо широких межах (для коліс середніх модулів – в інтервалі 0,5–5 мм). Плавна зміна ексцентриситету  $e$  забезпечує отримання відповідного модуля, що дає змогу на одному зубофрезерному верстаті однією дисковою фрезою нарізати зубчасті колеса різних модулів, а зміною профільного кута фрези – нарізати колеса з певним кутом зачеплення передачі.



Рисунок 3 – Нарізання синусоїдального зубчастого колеса дисковою фрезою на універсальному зубофрезерному верстаті при неперервному обкочуванні

Використання дешевих і конструктивно простих дискових фрез замість складних і дорогих модульних черв'ячних фрез, а також заміна великої кількості черв'ячних фрез різного модуля однією дисковою фрезою і одним верстатним пристроєм дає змогу в десятки разів зменшити витрати на різальні інструменти, скоротити собівартість процесу зубонарізання і ціну зубчастих коліс.

**Технологічні можливості нового методу зубонарізання.** Новий метод і технологія зубонарізання набагато продуктивніший і ефективніший, ніж обробка черв'ячною фрезою. Участь більшої кількості зубців та лез в процесі різання, ніж це є в модульних черв'ячних фрезах, зумовлює високу плавність роботи і покращення динаміки процесу різання, відсутність ударних навантажень, дає можливість використовувати більшу осьову подачу і підвищити продуктивність зубообробки в 2-3 рази.

Цим методом і дисковою фрезою з певним кутом профілю можна нарізати також звичайні евольвентні зубчасті колеса, а установкою двох дискових

фрез відносно міжосьової лінії (центра заготовки) можна нарізати синусоїдальні зубці точкового зачеплення (аналогічно зачепленню Новикова).

Оскільки синусоїдальні зубці, завдяки своїй формі менше піддаються термічним деформаціям, для передач з невисокою точністю можна виключити зубошліфування. Разом з тим, оскільки форма дискового шліфувального круга та дискової фрези є ідентичні, то шліфування синусоїдальних зубчастих коліс принципово нічим не відрізняється від зубофрезерування та може виконуватися за тією ж кінематичною схемою на зубошліфувальному верстаті, який працює за методом неперервного (центроїдного) обкочування.

Універсальність розробленого нового методу підтверджується можливістю застосування для нарізання практично усіх відомих зубчастих коліс:

- шевронні колеса мають у декілька разів менший зазор між шевронами, ніж це можливо при нарізанні таких коліс черв'ячною фрезою (рисунок 4, б);
- для нарізання конічних коліс необхідні одночасно дві подачі – вертикальна подача фрези і горизонтальна подача стола з заготовкою. Синусоїдальні конічні прямозубі колеса (рисунок 4, в) по всій твірній мають однакову висоту зуба, але змінний модуль і кут зачеплення. Синусоїдальні конічні косозубі колеса нарізаються комбінуванням вертикальної і горизонтальної подачі з підключенням диференціала верстата. За своїми якісним і експлуатаційним показникам – рівнем шуму, плавністю зачеплення, навантажувальною здатністю, довговічністю ці колеса не поступають конічним евольвентним зубчастим колесам і повністю можуть їх замінити;
- синусоїдальні колеса з криволінійними (гвинтовими) зубцями, як циліндричні, так і конічні (в тому числі гіпоїдні), можна нарізати на тому ж верстаті з додатковою різцевою голівкою в обертовому пристрої, що має можливість повертатись навколо осі шпинделя на певний кут. Особливий інтерес викликають циліндричні колеса з дуговими зубцями, нарізані як нульові (форма "Зерол"), які можуть застосовуватись замість циліндричних шевронних або коліс з арковими зубцями;
- глобоїдальні черв'ячні колеса. Глобоїдальні черв'ячні передачі завдяки великому куту охоплення колеса черв'яком та підвищеній навантажувальній здатності і можливості самогальмування широко використовують у приводах підйомно-транспортних машин і механізмів, насамперед у редукторах приводу ліфтів. У порівнянні зі звичайним способом нарізання глобоїдальних черв'ячних коліс глобоїдальною черв'ячною фрезою розроблений спосіб має істотні переваги: відсутнє підрізання бокових поверхонь зубців біля вершини; відсутня залежність товщини нарізуваних зубців від повторних переточувань дискової фрези, зменшується кількість проходів; спрощується налагодження верстата. Глобоїдальне черв'ячне колесо, нарізане за допомогою даного способу відображене на рисунку 4, д.

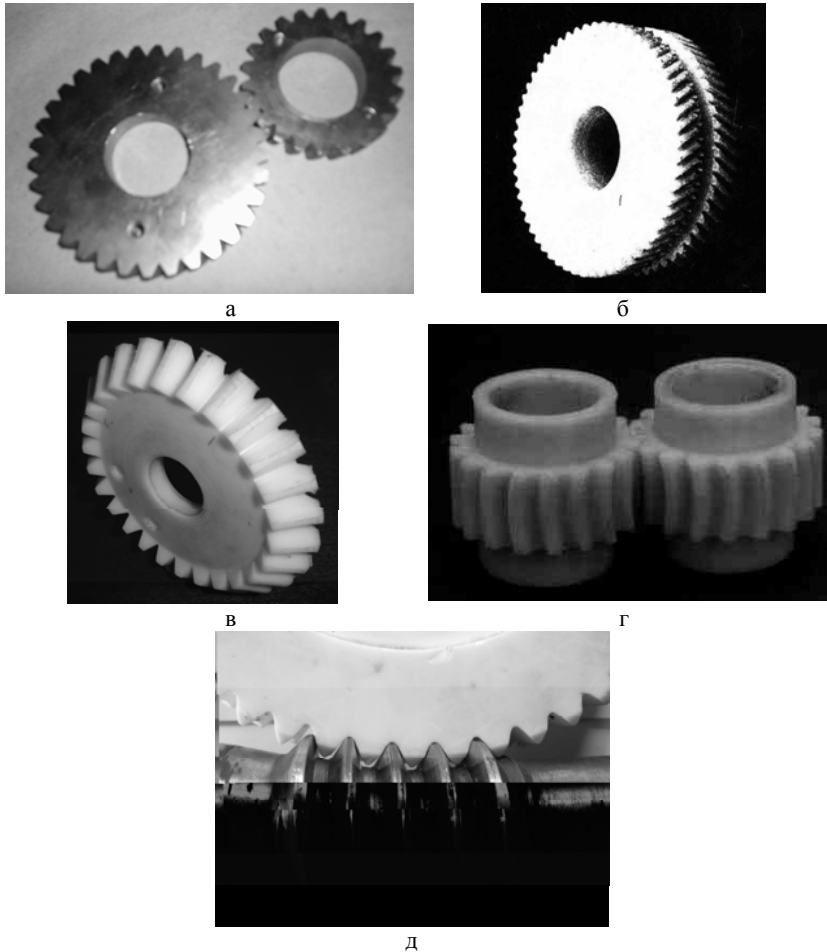


Рисунок 4 – Прямозубі циліндричні колеса (а); шевронне колесо (б); конічне колесо (в); циліндричні колеса з гвинтовими зубцями (г); глобоїдальне черв'ячне колесо (д) з синусоїдальними зубцями, що нарізані на одному зубофрезерному верстаті в умовах обкочування однією дисковою фрезою

### Висновки.

1. Синусоїдальні передачі порівняно з традиційними евольвентними передачами мають на 20–30% вищу вантажну здатність, на 15–18% нижчий рівень шуму, більшу працездатність і довговічність. Використання цих передач замість традиційних евольвентних дозволяє зменшити до 30% масу і габарити редукторів транспортного, автомобільного, сільськогосподарського машинобудування і підвищити їх експлуатаційну якість.

При однакових габаритах з евольвентними, синусоїдальні передачі дозволяють підвищити величину потужності, що передається приводами машин.

2. Широке використання синусоїдальних передач стало можливим завдяки новому високоефективному методу і новій технології їх нарізання. Цей метод характеризується унікальною універсальністю за технологічним обладнанням, різальним інструментом та спорядженням: дає змогу на одному стандартному зубофрезерному верстаті з допомогою однієї дискової фрези нарізати практично усі відомі типи зубчастих коліс: циліндричні, конічні, черв'ячні (у т.ч. глобоїдальні) і шевронні, прямо-і косозубчасті (у т.ч. гіпоїдні), з прямолінійними і гвинтовими зубцями як з евольвентним, так і синусоїдальним профілем. Крім того, однією дисковою фрезою можна нарізати колеса не тільки з різною кількістю зубців, але й колеса різних модулів.

3. Новий метод нарізання та чистової обробки синусоїдальних зубчастих коліс дає змогу в 1,5-2 рази підвищити продуктивність зубонарізання, скоротити потребу в дорогому спеціальному зубообробному обладнанні і інструментах, у декілька разів зменшити витрати і собівартість процесу зубообробки та відповідно ціну редукторів, коробок передач тощо. Розроблений метод створює реальні передумови для найширшого застосування синусоїдальних передач в трансмісіях сучасних машин та заміни у багатьох випадках традиційних евольвентних передач.

4. Можливість виготовляти нові глобоїдальні черв'ячні колеса на заміну спрацьованих і непридатних до подальшого використання глобоїдальних черв'ячних коліс та ремонтувати редуктори приводу ліфтів дозволяє вирішити важливу народногосподарську проблему, яка існує в житлово-комунальному господарстві України.

**Список літератури:** 1. Мелехов Р.К., Грицай І.С. Сучасне металорізальне обладнання з ЧПК та інструментальні системи: Навч. посібник / під ред. І.С.Грицай. – Львів: вид-во "Растр-7", 2008. – 240с. 2. Аникін Ю.В. "Синусоїдальное зацепление". – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1975. – 56с. 3. Спосіб нарізування синусоїдальних зубчастих коліс. Пат. на корисну модель №24957 // Грицай І.С., Кук А.М., Посполітак В.А., заявка № u2007 01105 від 02.02.2007, опубл. 25.07.2007, бюл. №11. 4. Спосіб нарізання циліндричних синусоїдальних зубчастих коліс. Пат. на корисну модель №24173 // Грицай І.С., Кук А.М., Франт Ю.В., заявка № u2007 00138 від 04.01.2007, опубл. 25.06.2007, бюл. №9. 5. Грицай І.С. Підвищення технічного рівня передач приладів на основі зубчастого зачеплення синусоїдального профілю // 36. Тези допов. 6-ї науково-технічної конференції "Приладобудування 2007: стан і перспективи", 24-25 квітня 2007 р., м.Київ. – С.108–109. 6. Грицай І.С., Ступницький В.В. Дослідження синусоїдальних зубчастих передач // Підприємство-транспортна техніка – 2007. – №4(24). – С.55–64. 7. Литвиняк Я.М. Закономірності формування перетинів зрізів під час нарізання прямозубих зубчастих коліс дисковим інструментом методом обкочування // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні й приладобудуванні". – Львів, 2008. – №613. – С.31–38. 8. Литвиняк Я.М., Грицай І.С., Махоркін Є.М. Підвищення технологічної гнучкості операцій формування зубців циліндричних зубчастих коліс в автоматизованому виробництві // Автоматизація виробничих процесів в машинобудуванні та приладобудуванні. Міжгалузевий збірник наукових праць. – 2008, вип.42. – С.157–163.

Поступила в редколлегию 10.04.09

**Ю.С. ЕЛИСЕЕВ**, д.т.н., проф., Генеральный директор ФГУП "ММПП "Салют"  
**В.И. ДЗЮБА**, Генеральный директор ЗАО "МСЗ-САЛЮТ"  
**П.П. БОНДАРЕНКО**, директор НПЦ "Машиностроитель" в ФГУП "ММПП "Салют"  
**В.А. ЯКОВЛЕВ**, Главный конструктор ФГУП "ММПП "Салют"  
**В.Л. ДОРОФЕЕВ**, д.т.н., проф., ведущий конструктор ФГУП "ММПП "Салют"

### **В ФГУП "ММПП "САЛЮТ" ГОТОВИТСЯ К ПРОИЗВОДСТВУ СТАНОК 5843Ф4 ДЛЯ ВЫСОКОТОЧНОГО ШЛИФОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПРОФИЛЬНЫМ КРУГОМ, В ТОМ ЧИСЛЕ С ЗАЦЕПЛЕНИЕМ М.Л. НОВИКОВА**

Приведены технические характеристики станка 5843Ф4 для шлифования высокоточных зубчатых колес с зацеплением М.Л.Новикова 3÷4 степени точности. Описана система по назначению геометрических параметров зубчатых колес с зацеплением М.Л.Новикова. Приведены протоколы измерения зубчатых колес, изготовленных на станках ФГУП "ММПП "САЛЮТ" с профильной обработкой.

The paper considers technical data of 5843F4 machine for high-precision (3÷4 accuracy grade of gears) grinding of gears with Novikov mesh. System of geometrical dimensions setting for gears with Novikov mesh is described. The paper gives test record sheets for gears manufactured at FSUE MMPP Salut machines with profiled processing.

В 1998 году в составе научно-производственного центра газотурбостроения России – ФГУП "ММПП "Салют" организовано станкостроительное производство. Располагая мощной научной и производственной базой ФГУП "ММПП "Салют" разрабатывает и производит разнообразную высокотехнологическую продукцию от самых мощных в мире авиационных двигателей пятого поколения типа Д27 для самолетов АН-70 до прецизионных зубошлифовальных станков. После создания станкостроительного подразделения ФГУП "ММПП "Салют" стал единственным в России предприятием, которое разрабатывает и изготавливает различные типы зубошлифовальных станков. Это станки для шлифования колес 4-5 степени точности типа 5М841, 5843, которые широко применяются в станкостроении и железнодорожном машиностроении. Эти станки имеют специальную систему формообразования, применение которой позволяет изготавливать зубчатые передачи с существенно более низким шумом по сравнению со станками, имеющими например непрерывную систему формообразования. Завод изготавливает станки типа МШ350 и 5893 для шлифования долбяков, шеверов и измерительных зубчатых колес третьей степени точности – они применяются в инструментальной и станкостроительной промышленности. Выпускаются станки для шлифования протяжек и прошивок и зубчатых колес 3-4 степени точности типа МШ397. Кроме этого ФГУП "ММПП "Салют" выпускает кругло- и внутришлифовальные станки, а также специальные станки.

При разработке зубошлифовальных станков приходится учитывать тенденцию развития зубчатых передач. В прежние годы, например зубчатое зацепление М.Л. Новикова, рассматривалось как упрощенная замена эвольвентного зацепления, которое требует высокой точности изготовления. Общепринятым было утверждение о том, что зацепление М.Л. Новикова вполне работоспособно и при низкой точности изготовления и зубошлифование колес с зацеплением М.Л. Новикова не требуется. По этой причине разрабатывать зубошлифовальные станки, специально предназначенные для зацепления М.Л. Новикова, было не рентабельно.

В настоящее время в связи с ростом заказов машиностроителей на малозумные высокоточные зубчатые колеса для высокоскоростных и высоконагруженных передач возникла потребность разработать зубошлифовальные станки для закаленных колес с зацеплением М.Л. Новикова. Отличительной особенностью этих станков является компьютерное управление, встроенная измерительная система и гибкая система управления геометрией зубчатых колес. На станках нового типа, таких как **5843Ф4** можно обрабатывать не только колеса с зацеплением М.Л. Новикова, но и эвольвентные зубчатые колеса, колеса с продольной и профильной модификацией и другими типами зацеплений.

Таблица 1 – Технические характеристики станка **5843Ф4**

Наибольший диаметр, мм	1000
Наименьший диаметр, мм	40
Наибольший модуль, мм	12
Угол наклона зубьев, °	±35
Степень точности колес по ГОСТ 1643-81	3÷4

В станке 5843Ф4 применяется метод копирования, при котором шлифовальный круг профилируется по контуру зуба. Станок 5843Ф4 будет оснащен прецизионными измерительными и управляющими системами, выпускаемыми ведущими фирмами мира.

Как традиционные, так и современные системы обеспечения высокой точности зубошлифования предприятием были отработаны на станке 5А868Д. Например, после зубошлифования зубчатого колеса с внутренним зацеплением  $m=6$ ,  $z=75$  на станке 5А868Д, представленной на московской выставке Металлообработка 2008, погрешности не превышали 4 степени точности по ГОСТ 1643-87, а по большинству показателей точности соответствовали 1...2 степени точности. Таким образом, по ряду показателей точности зубошлифовальные станки ФГУП "ММПП "САЛЮТ" позволяли получить столь высокую точность, которая даже не нормируется ГОСТ 1643-81. См. таблицу.

Таблица 2 – Показатели точности станка 5А868Д

		Значение	Степень точности
Отклонение окружного шага, мкм	fp max	2.1	2
Разность соседних шагов, мкм	fu max	3.5	3
Накопленная погрешность шага, мкм	Fp	6.3	1
Накопленная погрешность шага на 8-и шагах, мкм	Fpz/8	4.8	1
Погрешность профиля, мкм	Fα	4.6-5.5	4

Широкие возможности станка **5843Ф4** явились причиной появления некоторых проблем управления станком. Например, даже эвольвентные колеса могут быть нескольких типов: с симметричным профилем зубьев, с асимметричным профилем, с переходной кривой описанной окружностью, удлиненной эвольвентой, специальной кривой, колеса могут отличаться разной модификацией зубьев. Еще большим разнообразием отличаются колеса с зацеплением М.Л.Новикова: с исходным контуром по ГОСТ 15023-76, по ГОСТ 30224-96, РД2-Н24-11-88, РГУ-1, ДЛЗ-0,7-0,15, ДЛЗ-1,0-0,15 и др. Реализация всех типов цилиндрических зубчатых колес, которые можно было бы шлифовать на станке, потребовала бы многих лет, поэтому в станке **5843Ф4** предполагается ввод данных с пульта управления станком или с внешнего компьютера. В первом случае оператор заполняет ряд меню с исходными данными (рисунок 1).

Во втором случае требуется расчет и ввод массива координат всех точек профиля как по высоте так и ширине зубьев.

Профиль зубьев с зацеплением М.Л. Новикова или иного незвольвентного – определяется построением по заданному исходному контуру, но для ввода в станок рассчитанные координаты должны быть преобразованы в согласованную с производителем станка систему отсчета координат.

Функционально линия профиля определяется как отображение множества значений расстояний от центра колеса до текущей точки во множество угловых отклонений точек профиля от номинальной линии.

Так, для точек профиля  $M$  и  $M_1$  аргументами функции незвольвентного профиля являются радиусы  $R$  и  $R_1$ , а значениями функции – углы  $\psi_0$  и  $\psi_1$  (рисунок 2).

Угловое отклонение точек профиля может измеряться от любой номинальной линии. В качестве номинальной линии используется эвольвента окружности. Но этот способ нельзя применять для колес с формой зуба, профиль которых которых пересекает вспомогательную основную окружность. В этом случае измерение выполняется от линии, составленной из прямой и эвольвенты.

Этот случай, показанный на рисунке 2, рассматривается ниже как основной.

$\alpha.P$	$\alpha.H$	<b>Модификация всего профиля:</b>	
25	25	Бочкообразность, мкм(±Ca):	1
$\beta^\circ$	+17 21'35"	Конусность, мкм(±Ha на длине Lc):	2
m	2	Срез профиля головки, мкм Глубина, Ca:	20
z	21 <input checked="" type="checkbox"/>	Тип: <input type="text" value="Круговой"/> Длина, мм (La):	1
$x^*$	0	Срез профиля ножки, мкм Глубина, Cf:	20
$c^*$	0.25	Тип: <input type="text" value="Круговой"/> Длина, мм (Lf):	0.3
ha*	1		
hf*	1. <input type="checkbox"/>		
hk*	0 <input type="checkbox"/>		
b	22		

Прип-к* под зуб. шлф	0.4		
Xpk*	0		
$\Delta h^*$	0		

$\rho^*$	0.2	0.25
$\alpha^\circ$	15.231	27.233
$\alpha, \sigma^\circ$	6	6
$\Delta^*$	0.02	0.02
Dfu, °	0	0

Рисунок 1 – Пример заполнения таблиц ввода данных в станок 5843Ф4

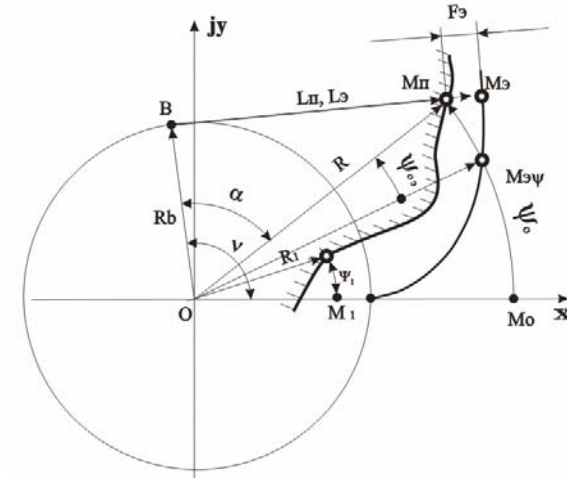


Рисунок 2 – Схема измерения отклонения профиля  $f$ :  $R \rightarrow$  ( $R$  – независимая переменная функции отклонения профиля,  $\Psi$  – зависимая переменная)

Если измерение выполняется на вспомогательном эвольвентном участке профиля на расстоянии  $R$  центра и при этом угол до точки касания равен  $\psi_0$ , то отклонение профиля в традиционной эвольвентной системе отсчета будет определяться по следующим (рисунок 2) по формулам:

$$F_3(\nu) = L_3 - L_n, \quad (1)$$

где  $L = R_b \nu$ ,  $\nu = \alpha + \psi_0$ ;  $\alpha = \arctg(L_n/R_b)$ ;  $L_n = \sqrt{R^2 - R_b^2}$ .

Здесь  $R_b$  – радиус вспомогательной основной окружности.

При выводе графика отклонения профиля

$$R \in (R_p \dots R_a),$$

где  $R_a$  – радиус окружности вершин,  $R_p$  – радиус нижних точек активного профиля.

При программировании станка решается обратная задача по заданным отклонениям профиля  $F_3$  и соответствующим углам развернутости  $\nu$  определяются радиусы точки профиля  $R$  и требуемая угловая координата  $\psi_0$ :

$$R = \sqrt{R_b^2 + (R_b * \nu - F_3)^2}, \quad \psi_0 = \alpha + \nu,$$

где  $\alpha$  определяется по формулам (1).

Координаты номинальной линии профиля, состоящей из комбинации прямой и эвольвенты, определяются вектор – функцией

$$\begin{aligned} R_\theta(\nu) &= R_b(1 - j\nu) \exp(j\nu), \text{ если } \nu \geq 0; \\ R_\theta(\nu) &= R_b \cos \nu, \text{ если } \nu < 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\nu$  – аргумент вектор-функции номинальной линии;  $j$  – мнимая единица.

В общем случае для расчета координат действительного профиля применяется вектор-функция

$$R(\nu) = R_0(\nu) \exp(j\psi), \quad (3)$$

которая каждому значению аргумента ставит в соответствие проекции точки  $M$  на оси координат, выраженные комплексной функцией  $R(\nu)$ .

При использовании описанного метода данные в станок вводятся в компьютер станка из файла через USB порт.

ФГУП "ММПП "Салют" предлагает также **партнерские программы**, сущность которых в том, что каждый партнер может разработать самостоятельную программу, использовать её для автоматизации шлифования неэвольвентных колес и самостоятельно продавать как коммерческий продукт, предлагая предприятиям, имеющим станки 5843Ф4 программы подготавливающие данные для того или иного исходного контура. В качестве примера на рисунке 3 приведен пример подготовки данных с помощью коммерческой программы AsGears, разработанной в ФГУП "ММПП "Салют".

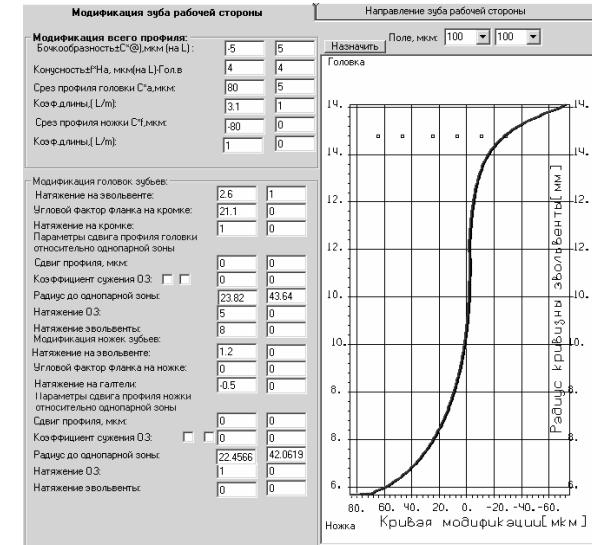


Рисунок 3 – Пример ввода данных в коммерческой программе AsGears

Поступила в редколлегию 10.04.09

УДК 620.178.16: 621.892

**А.В. ЗАХАРЧЕНКО**, ст. викл. каф. АТ ВМУРПоЛ "Україна", м. Київ

## КОЕФІЦІЄНТ ТЕРТЯ В ТРИБОСПОЛУЧЕННЯХ ЯК ГОЛОВНИЙ ПАРАМЕТР ПРОЦЕСУ

На основании современных трибологических источников предлагается аналитический обзор путей решения проблемы выбора по коэффициенту трения в трибосопряжении смазочного материала, который соответствует конкретным условиям эксплуатации. Систематизированы требования для нахождения пороговых значений вида трения, который может быть охарактеризован определённым критерием, поддающимся численной оценке и есть необходимым для технической диагностики трансмиссионных масел.

On the basis of tribology sources the analytical review of the ways to resolve the problem of choice according to the friction constant in the tribolinkings of oil material appropriate for the specific conditions of operation is suggested. The requirements for detection of threshold valuations of the friction kind that is characterised with a definite criterion that is quantitatively assessed and needed for technical diagnostics of gear oils.

Інтелектуальна економіка і матеріальне виробництво тісно пов'язані з наявністю високих (критичних) технологій, створення яких здійснюється інтелектуальною частиною суспільства. Оскільки на світовому ринку високих

технологій лідером є США, звернемося до прогнозів американських експертів на подальший розвиток науки та поглядів на її значення в суспільному і економічному розвитку. З урахуванням прогнозних документів, які протягом 2000-2004 рр. готувалися Пентагоном, Центральним розвідувальним управлінням, Державним департаментом і галузевими дослідницькими центрами, виконавці проекту дійшли висновку, що протягом наступного десятиріччя розвиток чотирьох технологічних галузей (біотехнології, технології матеріалознавства, нанотехнології та інформаційні технології) визначатиме глобальний процес розвитку людства [1]. Наприклад, "розумні" матеріали та нанотехнології підвищать функціональність і споживчі якості предметів побуту й інструментів виробництва також і за рахунок прогнозованого зменшення коефіцієнту тертя в трибосполученнях. Аналіз світового напрямку створення і використання високих технологій свідчить про чітку спрямованість науки і всього науково-технологічного потенціалу на кінцевий результат. Крім того, велике значення в розвинутих країнах надається прогнозу і експертним оцінкам, орієнтації і переорієнтації пріоритетів досліджень, а також процесу збільшення наукової, технічної та економічної інформації та зручного доступу до неї [2].

**Постановка проблеми.** Процес тертя при рідинному мащенні, з теоретичної й експериментальної точки зору, являє собою в загальному вигляді досить докладно вивчену проблему, але у сфері тертя при граничному мащенні (ГМ) залишається ще багато невирішених питань [3]. У разі застосування ГМ ефект мастильної дії (МД) залежить від сукупності специфічних властивостей мастильних матеріалів (ММ) і матеріалу пари тертя (ПТ) [4]. При цьому було розглянуто багато варіантів пояснення мастильної здатності (МЗ) оливи та її залежності від інших фізичних властивостей, зокрема об'ємної в'язкості [5]. Для визначення реологічних характеристик олив необхідним є проведення спільного аналізу як теоретичних, так і експериментальних досліджень стану ММ у зоні контакту [6-9].

Для здійснення способів аналізу ГМ трибосистеми слід окреслити головні параметри, що впливають на цей особливо складний процес. Деякі з них можна вивести з формули запропонованої Роувом [10, 11] для визначення інтенсивності адгезійного зношування гранично-змащеної системи. Характеризувати процес тертя й стану мастильного шару під час досліджень можуть різні показники, зокрема: величина коефіцієнта тертя ( $f$ ), величина зношування, об'ємна температура ММ  $T$ , товщина мастильного шару  $h$  й ін. [12]. У роботі [13] показана залежність технічного стану вузлів, агрегатів і механізмів від показників МЗ олив і можливості їхнього руйнування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій** слід розпочати з того, що МЗ граничних плівок (ГП) оцінюють маслянистістю, тобто здатністю ММ забезпечувати зниження  $f$  [14]. Явище маслянистості вивчалось Б. В. Дерягіним,

який характеризував її як здатність ММ забезпечувати кращу МД в умовах, коли мастильний прошарок досить тонкий і його дія не визначається тільки в'язкістю. Нині є численні напрацювання щодо дії ММ, у тому числі тих, МД котрих обумовлюється не в'язкістю, а їхньою структурою й хімічним складом, тобто властивостями, які спочатку називалися маслянистістю змащень.

Під час тертя в ММ досягається мінімальний  $f$ , роль якого при цьому зводиться до зменшення площі безпосереднього контакту третьових поверхонь і, як наслідок, до зменшення адгезійної взаємодії між ними [15]. Мінімальне значення  $f$  досягається, коли деформації зрушення повністю локалізуються в модифікованому шарі, і зберігається в інтервалі температур, у якому забезпечується рівність швидкості його утворення й руйнування (зношування) [16]. Результати досліджень Боудена й Тейбора [17] показали, що добуток площі зрізу  $A_r$  й опору зрізу  $\tau_s$  має бути мінімальним, щоб  $f$  також був мінімальним. Це може бути забезпечено у разі, коли ММ відповідає конкретним умовам застосування [18]. Таким чином, той поріг, перехід через який приводить до зміни виду тертя, може бути охарактеризований певним критерієм, що піддається чисельній оцінці [19].

Область застосування терміна " $f$ " для характеристики тертя може бути обмежена межами контактних напруг  $\sigma \leq (0,25 \dots 0,3)\sigma_{02}$ , де  $\sigma_{02}$  – межа плинності матеріалу. Вище цієї величини сила тертя  $F_T$  не змінюється або змінюється незначно до певного значення контактного тиску. Таке поведіння  $F_T$  у разі підвищення навантаження вказує на переважно адгезійний характер тертя в зазначених умовах, коли взаємний контакт між третьовими тілами досягає такого ступеня, що фактична площа контакту дорівнюється номінальній. Тим самим досягає межі й число можливих адгезійних зв'язків між тілами, на деформацію яких і витрачається робота тертя [20]. Величина зсувного опору в точці контакту менше за величину межі плинності основного металу на порядок, що пояснюється властивостями третьових поверхонь [21, 22].

Міцність на зріз граничної плівки змінюється від дуже малих значень ( $\approx 2,5$  МПа) для стеарата кальцію ( $f=0,05$ ) до 1300 МПа для заліза. Висока міцність на зріз звичайно означає високе значення  $f$ , тому для плівок окису міді обміряні  $f \approx 1,8$  [23].

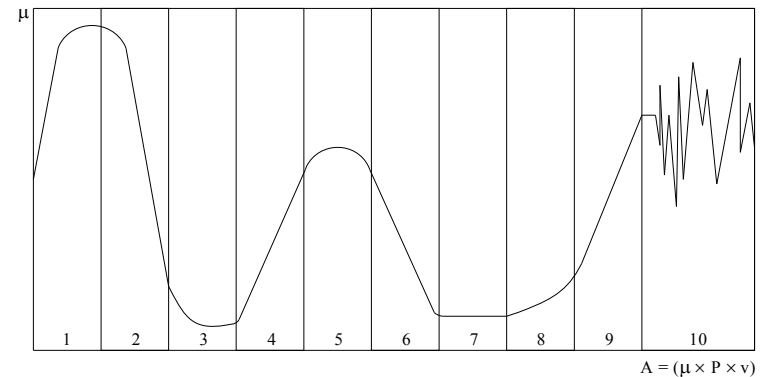
Зміни  $f$  спричиняють істотні зміни інтенсивності зношування матеріалу, тому що він визначає напружено-деформований стан і температуру матеріалу на точках контакту. Так, зниження  $f$  в 2–3 рази при введенні в зону тертя інертного ММ супроводжується зменшенням інтенсивності зношування поверхонь на два порядки й більше [16]. У разі застосування ефективних покриттів або змащень, коли й при максимальних навантаженнях не спостерігається яскраво виражена задирка,  $f$  не перевищує 0,28–0,30. Під час випробування необроблених металів, починаючи з навантаження заїдання,  $f$  має нестійкий характер і досягає значень 0,8–0,9 [24]. За інших умов випробувань заїдання може починатися й при інших значеннях  $f$  [19].

Втрати на тертя в трибосполученнях машин і механізмів також визначаються ММ. Порядок величин  $f$  при ГМ 0,01–0,1 [23]. При  $f \leq 0,1$  оливи, наприклад, вважаються гарним мастильним матеріалом, тому що забезпечують режим ГМ [25]. Авторами роботи [26] розглянуті механізм і дана оцінка  $f$  при ГМ в умовах підвищених навантажень, що припускають наявність мультишарів у зоні контакту, структурний стан яких визначає опір відносному ковзанню. Результати випробувань [27] показали, що у разі використання мастильної композиції (МК), що містить протизадирні присадки,  $f$  знижувався на 25% і становив 0,1. Зазначений ефект виявлено за високої температури, а за кімнатної вид ММ не впливає на тертя. У публікації [28] розглядаються різні підходи до визначення величини  $f$  і пропонується створення бази даних "Коефіцієнти тертя" як найбільш сучасного способу зберігання й переробки інформації.

При всьому різноманітті умов експерименту в переважній більшості досліджень залежність  $f$  від навантаження містить таку область, коли значення  $f$  приблизно постійні (стійкі) і мінімальні в порівнянні зі значеннями поза нею. Аналогічні області можуть бути виділені й для встановлення закономірностей зміни швидкості (інтенсивності) зношування. Реально, на різних ділянках ПТ  $f$  має різні значення, а середній ефект тертя являє собою комплексну характеристику, що відображає одночасно процеси зовнішнього тертя й пластичного деформування поверхневих шарів.

Найбільш раннє спостереження періодичності процесу тертя й зношування здійснене, очевидно, М. М. Хрущовим ще у 1938 р. Тоді періодичність зв'язувалася ним зі зміною ступеня наклепу поверхонь, що зношуються. Подальші пояснення періодичності процесів при терті змінювалися відповідно до еволюції уявлень про механізми тертя й зношування. Зараз частіше періодичність зміни показників тертя зв'язують із процесом утворення й руйнування вторинних структур (ВС) [29-31]. Однак сам цей процес часто надається в спрощеному вигляді. Сукупність усіх видів взаємодій мікроконтактів подано в роботі [32]. Для кожної трибосистеми у разі досягнення певного критичного навантаження відбувається вичерпання захисних механізмів і виникають пошкодження через тужавіння. Принципова залежність  $f$  від сполучення різних типів ВС наведена на рисунку 1 [33], де схема зміни  $f$  передбачає повний цикл перетворень ВС на взаємодіючих поверхнях тертя.

В основному  $f$  залежить не від в'язкості ММ, а від ряду факторів, що визначають його граничний стан, і факторів, пов'язаних з фізико-хімічним станом поверхні твердого тіла [34]. У роботі [35] показано, що навіть при постійному вхідному моменті зубчастої передачі вихідний момент на веденій шестірні міняється за рахунок тертя ковзання між зубами. Виведено формули, що визначають залежність відносних флуктуацій моменту від  $f$  і кількості зубів.



Поверхня 1	IA	IA→IIA	IIA→PIB	PIB→IIB	IIB	Спопльовання
Поверхня 2	IA		IA→IIA	IIA→PIB	PIB→IIB	

Рисунок 1 – Принципова схема зміни коефіцієнта тертя ( $\mu$ ) від питомої роботи тертя ( $A$ ) при різному сполученні типів вторинних структур на спряжених поверхнях тертя [33]

Трохи інша картина спостерігається в парах кочення. Оптимальні умови тертя реалізуються в тих випадках, коли обидві поверхні покриті пластичними, що легко перетікають плівками ВС I типу. Якщо на одній або обох ПТ формуються більш тверді, але крихкі плівки ВС II типу, то в умовах високих контактних навантажень відбувається їхнє руйнування (рисунок 2) [33], причому продукти зношування відіграють роль абразиву, збільшуючи тертя в парі.

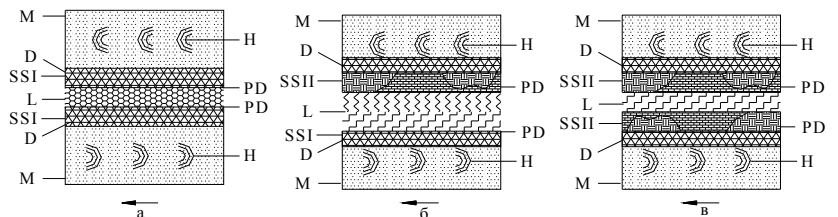


Рисунок 2 – Схема формування сил тертя при різному сполученні типів вторинних структур на спряжених поверхнях тертя: SSI – вторинні структури I типу; SSII – вторинні структури II типу; L – граничний мастильний шар; PD – шар продуктів руйнування мастильного матеріалу; D – шар пластично деформованого металу; H – поле пружних деформацій; M – основний метал [33]

Періодичність процесів при терті може бути представлена в рамках загального синергетичного підходу як ієрархія нестійкостей складних систем, що самоорганізуються [36]. У певному діапазоні умов тертя величина зношування за один період коливань є постійною. Це дало змогу розробити спосіб оцінки зношування деталей у процесі тертя за тривалістю періоду коливань по-

казників тертя. У разі підвищення навантаження вище критичного відбувається тужавіння з неперіодичними коливаннями показників, тобто "хаос", за термінологією Г. Хакена [36].

Міцність мастильного шару звичайно визначається за величиною навантаження, при якій різко зростає  $F_T$  або зношування зразків. За допомогою зазначеного методу здійснюються порівняльні випробування ММ і виявляються найбільш перспективні, особливо для умов з важкими режимами роботи, в присутності хімічно активних речовин у МК [37]. Якщо поверхнево-активні компоненти МК лише адсорбуються на металі, то присадки, що вводять в оливи, в основному вступають у хімічну взаємодію з третювими поверхнями, утворюючи більш міцні ГП [14]. Наприклад, еталонна олива при терті в режимі ГМ забезпечує менші  $f$ , ніж веретенна [38]. Протизадирний ефект, що досягається при модифікуванні ПТ, як правило, супроводжується зниженням  $F_T$  [17]. Авторами [39] на підставі моделі поширення поверхневих хвиль Стоунлі у вузлі тертя з урахуванням їхнього поглинання отримана залежність  $F_T$  від триботехнічних параметрів. Показано, що  $F_T$  зменшується зі збільшенням швидкості й майже лінійно залежить від контурного тиску й шорсткості, а поверхневий шар, в якому поширюються хвилі Стоунлі, виконує антифрикційну функцію.

Багаторічні роботи великої кількості дослідників показали, що чинником, який робить в умовах ГМ найбільший вплив на  $f$ , є температура в контактних спряжених тіл [40]. Для нелегованих нафтових оливок вплив температури на  $f$  виявляється через зміну в'язкості ММ. Для МК з присадками такий безпосередній зв'язок може порушуватися і закономірності матимуть складніший характер [41]. Вплив в'язкості ММ на  $f$  залежить від середньої температури поверхонь робочих тіл, що вступають у контакт, від контактного тиску та швидкості ковзання [42]. Боуден і Тейбор [43] наводять цікавий принциповий графік ефективності різних типів ММ у вигляді залежності  $f$  від температури (рисунок 3).

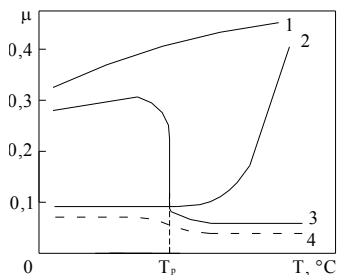


Рисунок 3 – Вплив температури на коефіцієнт тертя при машенні поверхонь, що труться: 1 – вазелиноюю неполярною оливою; 2 – жирною кислотою; 3 – протизадирною оливою; 4 – протизадирною оливою з добавкою жирної кислоти [43]

У.Б. Харді та І. Даблдей [44] вивели принципову залежність  $f$  від температури ММ (рисунок 4). Вона полягає в тому, що  $f$  зменшується по мірі того,

як температура ММ підвищується, наближаючись до температури плавлення. Цей процес необоротний і при зниженні температури хід залежності не повторюється.  $f$  ММ, що знаходиться в рідкому стані, зберігається в широкому діапазоні температур [18].

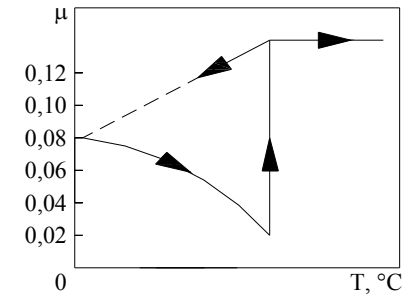


Рисунок 4 – Схема впливу температури мастильного матеріалу на коефіцієнт тертя [44]

При введенні між поверхнями тертя змащувального середовища  $f$ , починаючи з деякої досить значної величини, повільно знижується в часі. Харді, що відкрив і детально дослідив цей ефект, назвав час від моменту нанесення ММ на поверхні, що труться, до набуття стійкого значення  $f$  латентним періодом [45]. Який залежно від методу нанесення ММ, природи полярних молекул, властивостей поверхонь тертя, на які ММ наноситься, температури і стану середовища може змінюватися від кількох хвилин до декількох годин. Для неполярних молекул латентний період не спостерігається. В роботі [46] наведена часова динаміка  $\mu(t)$ , що показана на рисунку 5.

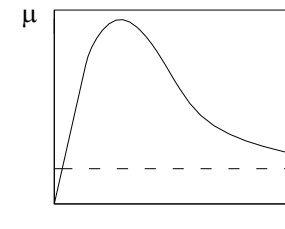


Рисунок 5 – Типова залежність коефіцієнта тертя від часу [46]

Характерна спрощена залежність  $f$  від температури при терті в режимі ГМ приведена на рисунку 6 [40]. Можливі перехідні процеси, що відбуваються при терті в умовах ГМ, розглянуті в [47-49]. На таких кривих може бути більше перегинів, що відображають певні зміни в стані поверхонь тертя. Так, автори роботи [50] отримали подібну залежність з чотирма перегинами.

Найбільш загальним визначенням  $F_T$  є, мабуть, сповна очевидна формула, що запропонована І.І. Карасиком [51]:  $F_T = (1/u) \times (\delta A / dt)$ , де  $(\delta A / dt)$  – потужність фрикційних втрат,  $u$  – швидкість відносного переміщення фрикційно-контактуючих тіл. Багаточисельні експериментальні та виробничі дані пока-



зують [17, 52-54], що при одному і тому ж нормальному навантаженні  $F_T$  може змінюватися в широких межах залежно від швидкості відносного переміщення, температури і середовища.

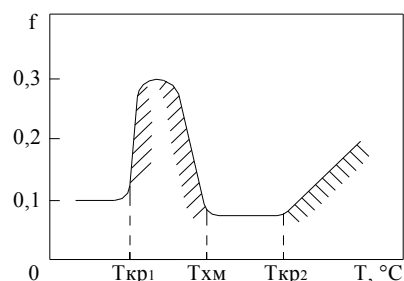


Рисунок 6 – Характерна залежність коефіцієнта тертя від температури при терті в режимі граничного мащення [40]

Великий вплив на характер перехідного тертя, на інтенсивність зносу і величину  $f$  надають хімічні процеси між матеріалом ПТ, оливою і навколишньою атмосферою [12]. Експериментально встановлено також, що  $f$  у зубчастих передачах значно залежить і від складу ММ, і від типу застосовуваних присадок – антифрикційних і протизадирних [55-59]. Більш високі  $f$  при мащенні оливами з сірковмісними присадками в порівнянні з мащенням оливами з хлорвмісними присадками пояснюються тим, що сірковмісні присадки за наявності вельми сильного протизадирного ефекту створюють на поверхнях тертя плівки сульфідів, що відрізняються досить високою твердістю, міцністю і опором на зрушення. Тоді як хлорвмісні присадки, маючи температурну межу працездатності багато нижче сірчанних, створюють на поверхнях тертя м'які плівки хлоридів заліза, що володіють пластинчастою структурою і, як наслідок, малим опором зрушенню [40, 60].

Проте, при заданому поєднанні матеріалів і оливи залежно від навантажувально-швидкісних режимів тертя можуть бути отримані як низькі (антифрикційність), так і високі значення  $f$  (фрикційність) [31]. Антифрикційність чи фрикційність є не властивістю, а станом пари тертя [33], який досягається при особливій будові поверхонь і поверхневих шарів спряжених деталей, що набувається ними в процесі тертя. В основному працями вітчизняних вчених було встановлено, що у визначених умовах трибохімічні перетворення приводять до виникнення граничних шарів, які забезпечують значне зниження тертя в спряженні, розширення меж його працездатності та зменшення зносу контактуючих поверхонь тертя [61].

**Висновки.** У результаті проведеного дослідження можна стверджувати, що в умовах ГМ втрати на тертя залежать від специфічних властивостей оливи (МЗ), які не проявляються в більших об'ємах і в значній мірі залежать від їхньої структурно-групової сполуки. У цьому ж режимі має місце й великий

вплив антифрикційних присадок. І найголовніше – при найважчих режимах тертя величина  $f$  визначається хімічним складом протизадирних присадок, що створюють поверхневі плівки, в яких локалізується процес тертя.

Судячи з усього, подальше проникнення в механізм мастильної дії хімічно активних середовищ буде визначатися удосконаленням інструментальних методів дослідження тонких модифікованих шарів, що утворюються при терті. Найбільш перспективними є методи, які дозволяють здійснювати це безпосередньо під час трибологічного процесу (поки що такі методи у чистому вигляді відсутні). У всякому разі, скоріш за все метод "чорної скриньки" в таких дослідженнях себе майже вичерпав.

**Список літератури:** 1. Корсунський С.В. Трансфер технологій у США. – К.: УкрІНТЕІ, 2005. – 148с. 2. Пархоменко В.Д., Пархоменко О.В. Інформаційна аналітика у сфері науково-технічної діяльності: Монографія. – К.: УкрІНТЕІ, 2006. – 224с. 3. Билякович О.Н., Захарченко А.В., Корбут Ю.М. Современные трибологические представления о процессах в зоне контакта зубчатых зацеплений // Пр. Міжнар. конф. "Наука і молодь". – К.: НАУ, 2004. – С. 195-198. 4. Захарченко А.В. Современные трибологические представления о технических маслах как основном элементе смазываемого сопряжения // Вісн. Нац. техн. ун-ту "ХПІ". Тем. вип. "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2004. – № 30. – С. 192-199. 5. Матвеевский П.М. Температурный метод оценки предельной смазочной способности машинных масел. – М.: АН СССР, 1956. – 144с. 6. Дроздов Ю.Н., Ромашкин О.Г., Ширококов В.В. Расчёт коэффициента трения тяжело нагруженных сопряжений при качении с проскальзыванием (со смазкой). – М., 1981. – 15с. (Препр. / ВНИИМаш. Госстандарт; МР19-81). 7. Захарченко А.В. Лабораторні методи досліджень мастильних властивостей трансмісійних оливи // Науково-технічна інформація. – 2005. – № 1. – С. 51-54. 8. Захарченко А.В. Лабораторное оборудование для исследования смазочных свойств трансмиссионных масел // Пр. Міжнар. конф. "Наука і молодь". – К.: НАУ, 2005. – С. 120-123. 9. Захарченко А.В. Діагностичний комплекс для досліджень мастильних властивостей трансмісійних оливи // Науково-технічна інформація. – 2005. – № 2. – С. 48-51. 10. Rowe C.N. Some aspects of the heat of adsorption in the function of a boundary lubricant // ASLE Trans. – 1966. – № 9. – P. 100. 11. Rowe C.N. A relation between adhesive wear and heat of adsorption for the vapor lubrication of graphite // ASLE Trans. – 1967. – № 10. – P. 10. 12. Райко М.В. Смазка зубчатых передач. – К.: Техніка, 1970. – 196с. 13. Глухоманюк Г.Г. Зависимость технического состояния узлов и агрегатов механизмов от показателя "смазочная способность масел" // Контроль. Диагностика. – 2001. – № 5. – С. 28 – 31. 14. Кулиев А.М. Химия и технология присадок к маслам и топливам. – 2-е изд., перераб. – Л.: Химия, 1985. – 312с. 15. Бакли Д. Поверхностные явления при адгезии и фрикционном взаимодействии / Пер. с англ. А.В. Белого, Н.К. Мышкина; Под ред. А.И. Свириденко. – М.: Машиностроение, 1986. – 360с. 16. Богданович П.Н., Прушак В.Я. Трение и износ в машинах. – Мн.: Выш. шк., 1999. – 374с. 17. Боуден Ф.П., Тейбор Д. Трение и смазка твердых тел / Пер. с англ. Н.М. Михина, А.А. Силина; Под ред. И.В. Крагельского. – М.: Машиностроение, 1968. – 544с. 18. Польцер Г., Майсснер Ф. Основы трения и изнашивания / Пер. с нем. О.Н. Озёрского, В.Н. Пальянова; Под ред. М.Н. Добычина. – М.: Машиностроение, 1984. – 264с. 19. Виноградов Ю.М. Трение и износ модифицированных металлов. – М.: Наука, 1972. – 152с. 20. Гайворонский А.Т., Гайворонская М.В., Проконьев Г.А. О необходимости учёта изменения баротермических свойств смазочных материалов при больших нагрузках // Трение и износ. – 2000. – Т. 21, № 2. – С. 213-218. 21. Гайворонский А.Т., Растихин А.В., Карева А.А. Влияние толщины подсмазочного медного покрытия на напряжение сдвига пары трения сталь – твёрдый сплав при больших контактных нагрузках // Трение и износ. – 1997. – Т. 18, № 5. – С. 706-707. 22. Растихин А.В., Гайворонский А.Т., Гайворонский А.А. Напряжение сдвига в контактной паре при нагрузках выше предела текучести одного из материалов для различных смазочных материалов // Трение и износ. – 1998. – Т. 19, № 1. – С. 122-123. 23. Мур Д. Основы и применения трибоники / Пер. с англ. С. А. Харламова; Под ред. И.В. Крагельского. – М.: Мир, 1978. – 488с. 24. Виноградов Ю.М. Влияние сульфидов на трение и износ металлов // Тр. III Всесоюз. конф. по трению и износу. – М.: АН СССР, 1961. – С. 149-157. 25. Смазочные материалы:

Антифрикционные и противозносные свойства. Методы испытаний / *Р.М. Матвеевский, В.Л. Лаихи, И.А. Буяновский* и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 224с. **26.** *Тихомиров В.П., Швыряев М.В.* Определение коэффициента трения при граничной смазке // Динамика, прочность и надёжность транспортных машин: Сб. науч. тр. Брянск. гос. техн. ун-та. – Брянск: БГТУ, 1999. – С. 148-154. **27.** *Haizuka Shoji, Itoh Kenichi, Nawate Humikazu, Naruse Chotaro.* Nihon kikai gakkai ronbunshu // Trans. Jap. Soc. Mech. Eng. C. – 2000. – Vol. 66, № 642. – P. 286-293. (Исследование потерь на трение в цилиндрических прямозубых зубчатых передачах.) **28.** *Заманова В.А., Костомарова Е.А., Юрьева А.В.* База данных "Коэффициенты трения" // Тр. СНТК Новомоск. ин-та Рос. хим.-технол. ун-та. – Новомосковск: НИ РХТУ, 2000. – С. 14-16. **29.** *Кривенко И.И.* Определение характеристик изнашивания пар трения методом электрической проводимости: Дис. канд. техн. наук: 05.02.04. – К., 1983. – 212с. **30.** *Крупкин П.Л., Циванюк К.В.* Исследование периодических колебаний коэффициента трения // Трение и износ. – 1993. – Т. 14, № 2. – С. 277-284. **31.** *Поверхностная прочность материалов при трении / Б.И. Костецкий, И. Г. Носовский, А.К. Караулов* и др.; Под общ. ред. д-ра техн. наук *Б.И. Костецкого*. – К.: Техника, 1976. – 296с. **32.** *Кривенко И.И.* Механизм граничной смазки и периодические колебания показателей трения // Трение и износ. – 1994. – Т. 15, № 3. – С. 410-416. **33.** *Караулов А.К., Худолый Н.Н.* Автомобильные масла. Моторные и трансмиссионные. Ассортимент и применение. – К.: Радуга, 2000. – 436с. **34.** *Костецкий Б.И., Натансон М.Э., Бершадский Л.И.* Механохимические процессы при граничном трении. – М.: Наука, 1972. – 172с. **35.** *Xu Fu-ren.* Jixie sheji yu zhizao // Mach. Des. and Manuf. – 2000. – № 5. – P. 37-39. (Соотношения между флуктуацией выходного момента зубчатой передачи, коэффициентом трения между зубьями и числом зубьев.) **36.** *Хаген Г.* Синергетика: Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. – М.: Мир, 1985. – 462с. **37.** *Матвеевский Р.М.* Температурная стойкость граничных смазочных слоёв и твёрдых смазочных покрытий при трении металлов и сплавов. – М.: Наука, 1971. – 228с. **38.** *Матвеевский Р.М., Буяновский И.А., Лазовская О.В.* Исследования температурных пределов защитных свойств смазочных слоёв при трении // Износостойкость. – М.: Наука, 1975. – С. 51-75. **39.** *Березняков А.И.* О взаимосвязи триботехнических с особенностями распространения поверхностных волн Стоунли в поглощающей среде // Трение и износ. – 2000. – Т. 21, № 3. – С. 264-268. **40.** *Матвеевский Р.М., Буяновский И.А., Лазовская О.В.* Противозадирная стойкость смазочных сред при трении в режиме граничной смазки. – М.: Наука, 1978. – 192с. **41.** Трение и износ в экстремальных условиях: Справочник / *Ю.Н. Дроздов, В.Г. Павлов, В.Н. Пучков*. – М.: Машиностроение, 1986. – 224с. **42.** Трение, изнашивание и смазка: Справочник. В 2-х кн. / Под ред. *И.В. Крагельского, В.В. Алипина*. – М.: Машиностроение, 1978. – Кн. 1. – 400с. **43.** *Bowden F.P., Tabor D.* The friction and lubrication of solids. – London, Oxford: Clarendon Press, 1950. **44.** *Hardy W., Doubleday I.* Boundary Lubrication. The Temperature Coefficient. Proc. Roy. Soc. – 1922. – Vol. 101, № 1. **45.** *Фукс И.Г., Буяновский И.А.* Введение в трибологию. – М.: Нефть и газ, 1995. – 278с. **46.** *Бершадский Л.И., Варнавин С.В., Нагорных С.Н., Сарафанов Г.Ф.* О структурно-динамических аспектах трения металлов // Трение и износ. – 1994. – Т. 15, № 1. – С. 40-48. **47.** *Матвеевский Р.М., Лозовой Ю.А., Шепелева Е.С.* Эффективность противозносных присадок и температура их взаимодействия с поверхностью трения // Химия и технология топлив и масел. – 1970. – № 8. – С. 39-46. **48.** *Sethuramiah A., Ocabe H., Sacurai T.* Critical temperature in EP lubrication // Wear. – 1974. – Vol. 26, № 2. – P. 187-206. **49.** *Матвеевский Р.М., Буяновский И.А., Лаихи В.Л., Виттер А.Б.* Оценка энергии активации процесса химического модифицирования поверхностей трения в условиях граничной смазки // Химия и технология топлив и масел. – 1976. – № 2. – С. 50-52. **50.** *Vaile M.W., Cameron A.* The influence of temperature and metal pairs on the scuffing of a commercial oil // Proc. Inst. Mech. Engrs. – 1973. – Vol. 187, № 67. – P. 757-761. **51.** Физические величины. Справочник. – М.: Энергоиздат, 1991. – 478с. **52.** *Боуден Ф.П., Тейбор Д.* Трение и смазка. – М.: Машгиз, 1960. – 480с. **53.** *Кониссаров Д.В.* Трение и износ металлов. – М.: Машгиз, 1947. – 246с. **54.** *Кузнецов В.Д.* Физика твёрдого тела. Т. 4. – Томск: Полиграфиздат, 1947. – 316с. **55.** *Виноградова И.Э.* Противозносные присадки к маслам. – М.: Химия, 1972. – 164с. **56.** *Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.* Оптимизация концентрации химически активных веществ в трансмиссионных маслах // Проблемы трибологии (Problems of Tribology). – 2000. – № 2. – С. 35-41. **57.** *Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.* Оптимизация концентрации пакета присадок при легировании трансмиссионных масел // Вісник Харківського державного політехнічного університету. Тем. вип. "Технології в машинобудуванні". – Харків: ХДПУ, 2000. – № 109. – С. 208-216. **58.** *Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.* Сравнительная оценка эффективности смазочного действия различных трансмиссионных масел //

Авиационно-космическая техника и технология. Тем. вып. "Тепловые двигатели и энергоустановки". – Харьков: ГАУ "ХАИ", 2000. – № 19. – С. 473-477. **59.** *Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.* Підвищення мастильної дії трансмісійних олив в умовах граничного режиму тертя // Пр. Міжнар. конф. "Авіа-2001". – Київ: НАУ, 2001. – Т. 1. – С. 14.110-14.113. **60.** *Розенберг Ю.А.* Влияние смазочных масел на надёжность и долговечность машин. – М.: Машиностроение, 1970. – 312с. **61.** Современная трибология: Итоги и перспективы // Отв. ред. *К.В. Фролов*. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 480с.

Поступила в редколлегию 28.04.09

УДК 531.539.3.62.752(031)

**Е.М. ИВАНОВ**, к.т.н., доц. каф. инженерной графики ХНАДУ "ХАДИ"

### МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Пропонується структурно-аналітичний метод який базується на принципах теорії автоматичного керування відносно до лінійних коливальних системам (КС) як консервативних, так і дисипативних з будь-яким числом ступенів вільності.

Structural-analysis method based on the principles of the theory of automated control relative to linear oscillatory systems (KC) both conservative and dissipative with any number of degrees of freedom has been offered.

Среди методов определения резонансных частот колебательных систем (КС) [2, 4] в литературе не был изложен предлагаемый структурно-аналитический метод, базирующийся на принципах теории автоматического управления с использованием в описании отдельных звеньев преобразования Фурье [1]. Предлагаемый метод будет изложен применительно к линейным КС с любым числом степеней свободы ( $n$ ) как к консервативным, так и дисипативным. В существующей литературе авторы ограничиваются определением резонансных частот консервативными КС, хотя в реальности наиболее часто встречаются диссипативные КС. Рассмотрение данного метода будем осуществлять последовательно от простой КС к более сложной. Наиболее простой КС является консервативная КС с одной степенью свободы. Ее дифференциальное уравнение следующее

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + cx(t) = F(t), \quad (1)$$

где  $m$  – масса;  $c$  – коэффициент жесткости (упругости);  $F(t)$  – внешнее воздействие;  $x(t)$  – перемещение;  $t$  – время.

Используя оператор Лапласа ( $p = d/dt$ ) [1], уравнение (1) принимает вид

$$x(p) = \frac{F(p)}{mp^2 + c}, \quad (2)$$

где  $x(p)$ ,  $F(p)$  – изображение Лапласа оригиналов  $x(t)$ ,  $F(t)$  соответственно.

Представим (2) в преобразованиях Фурье [1], заменив  $p$  на  $j\omega$ . Тогда (2) будет таким

$$x(j\omega) = \frac{F(j\omega)}{c - m\omega^2}. \quad (3)$$

Физически известно, что в режиме резонанса амплитуда колебаний КС максимальна по сравнению с амплитудами колебаний вне точки резонанса. Из (3) видно, что максимум  $x(j\omega)$  при неизменном на всех режимах колебаний КС  $F(j\omega)$  будет при  $c - m\omega^2 = 0$ , откуда для данной КС резонансная частота  $\omega_p = \sqrt{c/m}$ , равная собственной частоте. Если КС с одной степенью свободы является диссипативной, то ее дифференциальное уравнение следующее

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + b \frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = F(t), \quad (4)$$

где  $b$  – коэффициент диссипации.

Здесь

$$x(j\omega) = F(j\omega) \frac{1}{c - m\omega^2 + jb\omega}. \quad (5)$$

Максимум  $x(j\omega)$  при неизменном по величине  $F(j\omega)$  будет при

$$c - m\omega^2 + jb\omega = 0, \quad (6)$$

Известно [1], что если комплексное число равно нулю, то равны нулю действительная и мнимая части соответственно. Частоты  $\omega$ , также как собственные частоты, являются действительными. Поэтому будем пользоваться выражением  $c - m\omega^2 = 0$ , откуда собственная частота системы (4) равна  $\omega_0 = \sqrt{c/m}$ . Однако понятно, что при наличии диссипации резонансная частота  $\omega_p$  несколько отличается от  $\omega_0$ . Но из выражения (6) влияние диссипации на  $\omega_0$  мы не получили. Для выявления связи между  $c$ ,  $m$  и  $b$  в определении резонансной частоты  $\omega_p$  представим (5) в виде

$$x(j\omega) = \frac{F(j\omega)(c - m\omega^2 - jb\omega)}{(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2}, \quad (7)$$

где  $j = \sqrt{-1}$ .

Еще раз заметим, что во всех решениях будем считать, что на всем частотном диапазоне колебаний любой КС величина  $F(j\omega)$  не изменяется. Тогда из (7) видно, что максимум  $x(j\omega)$  будет при соблюдении равенства  $(c - m\omega^2)^2 + (b\omega)^2 = 0$  или

$$m^2\omega^4 + (b^2 - 2mc)\omega^2 + c^2 = 0. \quad (8)$$

Из (8) определим резонансную частоту  $\omega_p$  диссипативной КС. Уравнение (8) является биквадратным. Обозначим  $\omega^2 = \gamma^2$ . Тогда (8) примет вид  $m^2\gamma^2 + (b^2 - 2mc)\gamma + c^2 = 0$ , корни которого

$$\gamma_{1,2} \leq \frac{2mc - b^2 \pm \sqrt{(2mc - b^2)^2 - 4m^2c^2}}{2m^2} = \frac{c}{m} \pm \frac{b}{2m^2} \sqrt{b^2 - 4mc},$$

и тогда

$$\omega_{p(1,2)} = \sqrt{\gamma_{1,2}} = \sqrt{\frac{c}{m} \pm \frac{b}{2m^2} \sqrt{b^2 - 4mc}}. \quad (9)$$

Как видим, из выражения (9) следует, что диссипативная КС с одной степенью свободы может резонировать на двух частотах  $\omega_{1p} = \sqrt{\frac{c}{m} + \frac{b}{2m^2} \sqrt{b^2 - 4mc}}$ ,  $\omega_{2p} = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{b}{2m^2} \sqrt{b^2 - 4mc}}$ . Так как собственные (резонансные) частоты действительные числа, то если дискриминант  $b^2 - 4mc < 0$ , то  $\omega_{1p} = \omega_{2p} = \sqrt{c/m}$ , то есть это собственная частота КС с одной степенью свободы. Если  $b^2 - 4mc > 0$ , то резонансных частот в данной КС две  $\omega_{1p}$  и  $\omega_{2p}$ .

Кстати, в эксперименте с диссипативной КС при работе ее в определенном частотном диапазоне наблюдается наличие двух резонансов. При  $b^2 \gg 4mc$

$$\omega_{1p} = \sqrt{\frac{c}{m} + \left(\frac{b}{2m}\right)^2}; \quad \omega_{2p} = \sqrt{\frac{c}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}.$$

Обычно в литературе по колебаниям встречается  $\omega_{1p} = \sqrt{c/m - (b/2m)^2}$ , однако, как видно из данного решения, имеется частота  $\omega_{2p}$ .

Далее перейдем к КС с двумя степенями свободы. Механическая схема такой КС при-

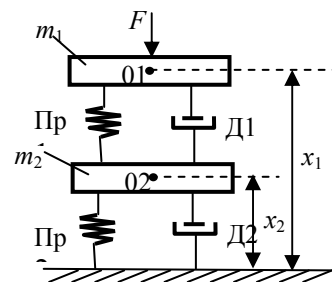


Рисунок 1

ведена на рисунке 1, где  $m_1, m_2$  – массы; Пр1, Пр2 – пружины; Д1, Д2 – демпферы;  $x_1, x_2$  – перемещения масс  $m_1, m_2$  соответственно;  $F$  – внешнее воздействие.

Уравнения ее следующие

$$\left. \begin{aligned} m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1 \frac{dx_1}{dt} + c_1 x_1 &= F + c_1 x_2 + b_1 \frac{dx_2}{dt}, \\ m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + (b_1 + b_2) \frac{dx_2}{dt} + (c_1 + c_2) x_2 &= c_1 x_1 + b_1 \frac{dx_1}{dt}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $c_1, c_2, b_1, b_2$  – коэффициенты жесткости (упругости) и диссипации соответственно.

Из (10) получаем структурную схему данной КС, изображенную на рисунке 2,

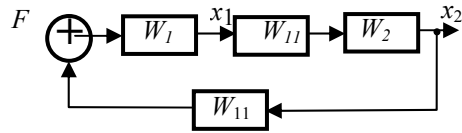


Рисунок 2

где  $F = F(j\omega)$ ,  $x_1 = x_1(j\omega)$ ,  $x_2 = x_2(j\omega)$ ,  $W_1 = W_1(j\omega)$ ,  $W_2 = W_2(j\omega)$ ,  $W_{11} = W_{11}(j\omega)$  – передаточные функции (в изображениях Фурье), то есть

$$W_1(j\omega) = \frac{1}{c_1 - m_1 \omega^2 + j b_1 \omega}; \quad W_{11}(j\omega) = c_1 + j b_1 \omega$$

$$W_2(j\omega) = \frac{1}{c_1 + c_2 - m_2 \omega^2 + j \omega (b_1 + b_2)}.$$

Общие передаточные функции системы (10) относительно  $x_1(j\omega)$  и  $x_2(j\omega)$  имеют соответственно вид

$$W_{I_{K1}}(j\omega) = \frac{W_1(j\omega)}{1 - W_1(j\omega)W_{11}^2(j\omega)W_2(j\omega)};$$

$$W_{I_{K2}}(j\omega) = \frac{W_1(j\omega)W_{11}(j\omega)W_2(j\omega)}{1 - W_1(j\omega)W_{11}^2(j\omega)W_2(j\omega)}. \quad (11)$$

Вначале рассмотрим консервативную КС с двумя степенями свободы.

Тогда  $W_1(\omega) = \frac{1}{c - m_1 \omega^2}$ ;  $W_{11}(\omega) = c_1$ ;  $W_2(\omega) = \frac{1}{c_1 + c_2 - m_2 \omega^2}$ .

Подставим значения  $W_1(j\omega)$ ;  $W_{11}(j\omega)$ ;  $W_2(j\omega)$  в выражение  $x_1(j\omega) = F(j\omega)W_{I_{K1}}(j\omega)$ ;  $x_2(j\omega) = F(j\omega)W_{I_{K2}}(j\omega)$ . Тогда имеем

$$x_1(j\omega) = \frac{(c_1 + c_2 - m_2 \omega^2)F(j\omega)}{(c_1 - m_1 \omega^2)(c_1 + c_2 - m_2 \omega^2) - c_1^2}; \quad (12)$$

$$x_2(j\omega) = \frac{c_1 F(j\omega)}{(c_1 - m_1 \omega^2)(c_1 + c_2 - m_2 \omega^2) - c_1^2}.$$

Из (12)  $x_1(j\omega) = \max$ ,  $x_2(j\omega) = \max$  при

$$(c_1 - m_1 \omega^2)(c_1 + c_2 - m_2 \omega^2) - c_1^2 = 0. \quad (13)$$

Раскрывая скобки в (13), получим уравнение

$$\omega^4 - \left( \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right) \omega^2 + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) полностью соответствует известному частотному уравнению для консервативной КС [2]. Его корни, соответствующие резонансным частотам, следующие

$$\omega_{p1,2} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} \right)^2 - \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Как видно из (15) частоты  $\omega_{p1,2}$  – это собственные частоты консервативной КС с двумя степенями свободы [2, 3]. Заметим, что уравнение (13) с обоснованием его получения на основе определения амплитуд колебаний  $x_1$  и  $x_2$  приведено в работе [5].

Далее перейдем к рассмотрению диссипативной КС с двумя степенями свободы. В этом случае

$$x_1(j\omega) = \frac{[c_1 + c_2 - m_2 \omega^2 + j(b_1 + b_2)\omega]F(j\omega)}{(c_1 - m_1 \omega^2 + j b_1 \omega)[c_1 + c_2 - m_2 \omega^2 + j \omega (b_1 + b_2)] - (j b_1 \omega + c_1)^2}; \quad (16)$$

$$x_2(j\omega) = \frac{(j b_1 \omega + c_1)F(j\omega)}{(c_1 - m_1 \omega^2 + j b_1 \omega)[c_1 + c_2 - m_2 \omega^2 + j \omega (b_1 + b_2)] - (j b_1 \omega + c_1)^2}. \quad (17)$$

Как видно из (16) и (17), максимальные значения  $x_1(j\omega)$  и  $x_2(j\omega)$  будут при

$$(c_1 - m_1 \omega^2 + j b_1 \omega)[c_1 + c_2 - m_2 \omega^2 + j \omega (b_1 + b_2)] - (j b_1 \omega + c_1)^2 = 0. \quad (18)$$

Так как собственные (резонансные) частоты являются действительными, то при раскрытии скобок в (18) учтем только вещественную часть общего комплексного выражения. В этом случае имеем уравнения

$$\omega^4 - \left( \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} - \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2} \right) \omega^2 + \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} = 0, \quad (19)$$

$$\omega^2 (b_1 m_1 + b_1 m_2 + b_2 m_1) - b_2 c_1 - b_1 c_2 = 0. \quad (20)$$

Сравнивая первое уравнение (14) и (19), видим их подобие за исключением слагаемого  $-\frac{b_1 b_2}{m_1 m_2}$ , стоящего перед  $\omega^2$ . Это слагаемое и является влиянием диссипации на собственные частоты КС с двумя степенями свободы.

Резонансные частоты диссипативной КС с двумя степенями свободы с учетом (19) записываются выражениями

$$\omega_{p1,2} = \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} - \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2} \right) \pm \sqrt{ \frac{1}{4} \left( \frac{c_1 + c_2}{m_2} + \frac{c_1}{m_1} - \frac{b_1 b_2}{m_1 m_2} \right)^2 - \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2} } \right]^{1/2}. \quad (21)$$

Из уравнения (20) резонансная частота

$$\omega_{p3} = \left[ \frac{b_2 c_1 + b_1 c_2}{b_1 m_1 + b_1 m_2 + b_2 m_1} \right]^{1/2}. \quad (22)$$

Как видно из (22) – это зависимость еще одной частоты  $\omega_p$  от всех параметров диссипативной КС с двумя степенями свободы. Выражения (21), (22) – это результат аналитических решений. Эксперимент может подтвердить наличие этих частот.

Далее рассмотрим линейную диссипативную колебательную системы с  $n$  степенями свободы. Механическая схема ее изображена на рисунке 3, где  $m_1, m_n$  – массы;  $c_1, c_n$ ,  $b_1, b_n$  – коэффициенты жесткости и диссипации соответственно;  $x_1, x_n$  – перемещение;  $F$  – вынуждающая сила.

Дифференциальные уравнения такой КС имеют вид

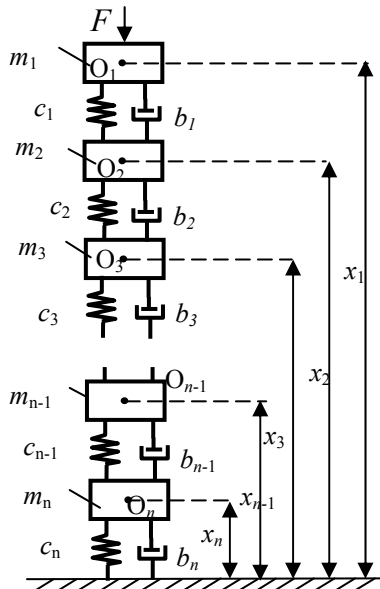


Рисунок 3

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + b_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 &= F + b_1 \dot{x}_2 + c_1 x_2; \\ m_2 \ddot{x}_2 + (b_1 + b_2) \dot{x}_2 + (c_1 + c_2) x_2 &= b_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 + b_2 \dot{x}_3 + c_2 x_3; \\ m_3 \ddot{x}_3 + (b_2 + b_3) \dot{x}_3 + (c_2 + c_3) x_3 &= b_2 \dot{x}_2 + c_2 x_2 + b_3 \dot{x}_4 + c_3 x_4; \\ \dots & \dots \\ m_{n-1} \ddot{x}_{n-1} + (b_{n-2} + b_{n-1}) \dot{x}_{n-1} + (c_{n-2} + c_{n-1}) x_{n-1} &= b_{n-2} \dot{x}_{n-2} + \\ & + c_{n-2} x_{n-2} + b_{n-1} \dot{x}_n + c_{n-1} x_n; \\ m_n \ddot{x}_n + (b_{n-1} + b_n) \dot{x}_n + (c_{n-1} + c_n) x_n &= b_{n-1} \dot{x}_{n-1} + c_{n-1} x_{n-1} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

На основании системы уравнений (23) представим структурную схему КС с  $n$  степенями свободы, изображенную на рисунке 4,

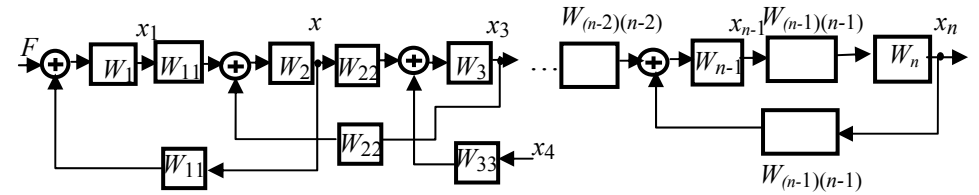


Рисунок 4

где  $F$  – внешнее воздействие;  $\overline{x_1, x_n}$  – перемещение;  $\oplus$  – сумматоры;  $(W_1, W_n), (W_{11}, W_{(n-1)(n-1)})$  – передаточные функции вида

$$W_1(j\omega) = \frac{1}{c_1 - m_1 \omega^2 + j\omega b_1}; W_k(j\omega) = \frac{1}{c_{k-1} + c_k - m_k \omega^2 + j\omega(b_{k-1} + b_k)}; \\ k = \overline{2, n}; w_{kk}(j\omega) = j\omega b_k + c_k; k = \overline{1, n-1}.$$

Как видно из рисунка 4, попарно перемещения  $x_k, x_{k+1}$  формируются общими передаточными функциями  $W_{Ik}(j\omega), W_{I(k+1)}(j\omega)$  аналогичными выражениями (10). В нашем случае передаточные функции попарных КС с  $(x_k, x_{k+1})$  имеют вид

$$W_{kn}(j\omega) = \frac{W_k(j\omega)}{1 - W_k(j\omega)W_{kk}^2(j\omega)W_{(k+1)}(j\omega)}, \\ W_{(k+1)n}(j\omega) = \frac{W_k(j\omega)W_{kk}(j\omega)W_{(k+1)}(j\omega)}{1 - W_k(j\omega)W_{kk}^2(j\omega)W_{(k+1)}(j\omega)}. \quad (24)$$

Пары перемещений  $x_k, x_{k+1}$  следующие:  $(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4), \dots, (x_{n-2}, x_{n-1}), (x_{n-1}, x_n)$ . Поэтому передаточных функций (24) для каждого пе-

ремещения  $\overline{x_2, x_{(n-1)}}$  будет две, а для  $x_1$  – одна  $W_1(j\omega) = \frac{W_1(j\omega)}{1 - W_1(j\omega)W_1^2(j\omega)W_2(j\omega)}$ ,

для  $x_n$  будет передаточная функция  $W_{(n)n}(j\omega) = \frac{x_n(j\omega)}{x_{(n-1)}(j\omega)} = W_{(n-1)(n-1)}W_n$ .

Сравнивая (10) и (24), видим, их общую математическую аналогию. А это означает, что КС с  $n$  степенями свободы образуется попарными КС с двумя степенями свободы. Это наглядно видно из рис. 4. Максимальные значения перемещений  $x_k(j\omega), k = \overline{1, n}$  возникают при знаменателе в (24), равном нулю. Резонансные (собственные) частоты определяются из знаменателя в (24), приравненного к нулю. Здесь образуются уравнения

$$\omega^4 - \left[ \frac{c_k + c_{(k+1)}}{m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right] + \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} = 0, \quad k = \overline{1, n}, \quad (25)$$

$$\omega^2 [b_k m_k + b_k m_{(k+1)} + b_{(k+1)} m_k] - b_{(k+1)} c_k - b_k c_{(k+1)} = 0. \quad (26)$$

Из уравнения (25) определяются резонансные частоты каждой пары  $(x_k, x_{k+1})$ , входящую в КС с двумя степенями свободы. Эти частоты записываются выражением

$$\omega_{pk(1,2)} = \left\langle \frac{1}{2} \left[ \frac{c_k + c_{(k+1)}}{m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right] \pm \left[ \frac{1}{4} \left[ \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} + \frac{c_k}{m_k} - \frac{b_k b_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right]^2 - \frac{c_k c_{(k+1)}}{m_k m_{(k+1)}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\rangle^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Заметим, что выражение (24) и (20) математически аналогичны. Для перемещения  $x_n$ , кроме (27) имеются еще резонансные частоты, вид которых был определен для диссипативной КС с одной степенью свободы выражением (27). В нашем случае

$$\omega_{pn(1,2)} = \left( \frac{c_n}{m_n} \pm \frac{b_n}{2m_n^2} \sqrt{b_n^2 - 4m_n c_n} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

Особенности анализа (28) приведены при анализе (7). Из уравнения (26) имеем еще одну резонансную частоту

$$\omega_{pk(3)} = \left[ \frac{b_{(k+1)} c_k + b_k c_{(k+1)}}{b_k m_k + b_k m_{(k+1)} + b_{(k+1)} m_k} \right]^{\frac{1}{2}},$$

которая является функцией от параметров  $b_k, b_{(k+1)}, c_k, c_{(k+1)}, m_k, m_{(k+1)}$ .

Таким образом, располагая параметрами КС или задаваясь ими и предусматривая связь в виде, изображенной на рисунке 3 строится структурная КС с  $n$  степенями свободы, а затем в соответствии с предложенным методом расчетным путем в замкнутой форме определяются все собственные (резонансные) частоты данной КС.

**Список литературы:** 1. *Андре Анго*. Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука, 1965. – 780с. 2. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 560с. 3. *Божко А.Е., Голуб Н.М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. Киев: Наук. думка, 1980. – 188с. 4. *Вибрации в технике*. В 6-ти т. Колебания линейных систем / Под ред. *В.В. Болотина*. – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. – 352с. 5. *Пановко Я.Г., Губанова И.И.* Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. – 384с.

Поступила в редколлегию 25.04.09

УДК 620.169.2.

**Н.Н. ИШИН**, канд. техн. наук, доцент, начальник отдела ОИМ НАН Беларуси  
**А.М. ГОМАН**, канд. техн. наук, доцент, вед. научный сотрудник ОИМ НАН Беларуси

### УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС НА КОНТАКТНУЮ ВЫНОСЛИВОСТЬ

Предложен метод, позволяющий уменьшить более чем на порядок длительность трудоемких и дорогостоящих ресурсных испытаний зубчатых колес за счет сокращения числа испытываемых образцов, ускорить внедрение новых перспективных материалов и технологий упрочнения, улучшающих эксплуатационные свойства зубчатых передач приводных механизмов.

The method allowing to reduce more than 10 times duration of labour-consuming and expensive resource tests of cogwheels due to reduction of number of tested samples, to accelerate introduction of new perspective materials and the technologies of hardening improving operational properties of the driven mechanisms tooth gearings is offered.

**Актуальность задачи.** Ресурсные испытания приводных механизмов на основе зубчатых передач в значительной степени определяют сроки освоения серийного производства, а также себестоимость новой техники. Традиционные способы и методы испытаний (стендовые и полигонные) новых конструкций зубчатых передач требуют значительного времени, трудовых и энергетических затрат, поскольку, к примеру, для получения одной точки на кривой контактной выносливости зубьев требуется, как минимум, провести испытание одной зубчатой пары (шестерня-колесо), а лучше 3-4-х, для повышения достоверности определения ее положения. В то же время испытания одной зубчатой пары могут длиться от 100 до 1000 и более часов.

Из всех видов ресурсных испытаний наибольшего внимания заслуживают ускоренные [1], так как они могут обеспечивать сокращение длительности и стоимости экспериментальных работ. Ускорение испытаний, как правило, достигается путем ужесточения режимов работы передачи. При этом следует учитывать, что почти каждый деструктивный процесс имеет свою критическую скорость, при переходе через которую происходят его качественные изменения. Поэтому режимы ускоренных испытаний должны назначаться такими, чтобы эта критическая область не была достигнута и, следовательно, качественная сторона процесса разрушения оставалась неизменной, т.е. вид и характер разрушения соответствовал бы эксплуатационному. Выбор форсированного режима при испытаниях зубчатых передач требует детального анализа условий, приводящих к отказам. Это чрезвычайно трудная задача, требующая проведения больших предварительных исследований.

В процессе испытания зубчатых передач наблюдается значительный разброс результатов, как по ресурсам, так и по величине предела усталости. Вследствие этого результаты испытаний должны подвергаться статистической обработке, в результате которой взамен обычной кривой усталости строится полная вероятностная диаграмма усталости, отображающая зависимость между действующими нагрузками и сроком службы до разрушения или другого предельного состояния при различной вероятности безотказной работы. Обычно испытания проводятся на 4-6 уровнях нагружения (по несколько зубчатых пар на каждом). Стабильные данные по долговечности можно получить только в результате испытаний большого числа образцов на каждом уровне (20 и более). Только при этом кривые усталости при больших вероятностях безотказной работы являются надежными [2].

**Постановка задачи исследования.** Из вышесказанного можно заключить, что существующие методы ускорения испытаний зубчатых передач основываются, как правило, на форсировании нагрузочных и скоростных режимов при испытаниях, не меняя в сущности известных подходов, что не позволяет кардинально изменить затраты на проведение испытаний. Поэтому разработка новых методов, позволяющих сократить время и материальные затраты при проведении оценки конструкции и качества изготовления приводных механизмов, при создании новых и модернизации существующих образцов объектов машиностроения, по-прежнему остается важной и актуальной задачей.

Одним из наиболее перспективных путей сокращения длительности испытаний является развиваемый в ОИМ метод сравнительной оценки служебных характеристик сопоставляемых конструкционных и технологических решений путем исследований зубчатых пар с передаточным отношением, равным единице, и рассмотрением каждой сопрягаемой пары зубьев передачи, как отдельного объекта исследований, имеющего отличную от других пар зубьев динамическую составляющую нагрузки из-за различий шагов зацепления, возникающих вследствие погрешностей изготовления и сборки [3].

Вследствие этого процессы расходования ресурсов работоспособности, происходящие в каждой паре зубьев, протекают во времени по-разному. Поэтому при испытаниях двух зубчатых колес с передаточным отношением, равным единице, рассматривая при этом каждую пару зубьев как отдельный объект испытаний, можно построить блок нагруженности каждой сопрягаемой пары зубьев и получить обширную информацию о процессах износа, накопления усталостных повреждений, виброактивности передачи. Такой подход позволяет значительно сократить количество испытываемых зубчатых колес, время проведения испытаний, но требует тщательных измерений точностных параметров подготавливаемых к испытаниям зубчатых колес.

Одновременно следует отметить, что предложенный новый подход вполне сочетается с одновременным использованием традиционных методов форсирования испытаний.

Точная оценка нагруженности отдельных зубьев может быть осуществлена посредством прямого тензометрирования. Однако осуществление тензометрирования всех зубьев колеса, вследствие достаточно высокой сложности и трудоемкости этой операции вряд ли целесообразно. Поскольку динамическая составляющая нагрузки во многом определяет виброакустическую активность зубчатой передачи [4-6], то данная проблема может быть решена путем одновременного фиксирования в реальном масштабе времени нагруженности и виброактивности при работе в зацеплении тензометрируемого зубца. На основании полученных данных, может быть установлена связующая эти параметры корреляционная зависимость, использование которой, позволяет по амплитуде виброимпульсов, генерируемых не тензометрируемыми зубьями, оценить их действительную нагруженность [3].

При этом, в случае наличия у испытуемой передачи типовых для данной группы колес погрешностей изготовления, исследование может быть завершено на одной зубчатой паре, с тестированием нагруженности и виброактивности зубьев на заданных режимах испытаний.

По результатам испытаний может быть также оценено соответствие действительных технических характеристик редукторов планируемому, включая ориентировочный ресурс их работоспособности, определены рациональные режимы эксплуатации, принято решение о возможности доводки или отказа от рассматриваемого конструкционного решения.

**Методы исследования.** В Объединенном институте машиностроения НАН Беларуси проведена отработка нового метода, в ходе которой были выполнены следующие работы: изготовлены и методом поэлементного контроля определены точностные параметры четырех пар экспериментальных зубчатых колес, проведена расчетная оценка нагруженности и ресурсов отдельных пар зубьев, на стенде с замкнутым силовым контуром проведены ресурсные испытания зубчатых колес и экспериментальная оценка нагруженности с применением методов тензометрирования и вибродиагностики зубчатых со-

пряжений, показана возможность построения кривой контактной выносливости по результатам испытаний пары зубчатых колес.

Ниже изложена методика расчетно-экспериментального построения кривой контактной усталости рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес, в которой каждая пара сопряженных зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний.

1. По нагружающему моменту  $M$  определяется номинальная статическая окружная сила  $P_{ст}$  на делительном диаметре:

$$P_{ст} = \frac{2000M_1}{d_1}, \text{ Н}, \quad (1)$$

где  $M_1$  – нагружающий момент, приложенный к шестерне, Н·м;  $d_1 = mz_1$  – делительный диаметр шестерни, мм;  $m$  – модуль передачи, мм;  $z_1$  – число зубьев шестерни.

2. Вычисляется сближение  $w_0$  по нормали не ударяющейся пары зубьев:

$$w_0 = \frac{P_{ст}}{\lambda}, \text{ мкм}, \quad (2)$$

где  $\lambda = c' \cdot b$  – жесткость сопряженной пары зубьев, Н/мкм;  $c'$  – удельная нормальная жесткость пары зубьев, определяемая для колес без смещения из выражения [7]:

$$\frac{1}{c'} = \left( 0,05139 + \frac{0,1425}{z_{V_1}} + \frac{0,1860}{z_{V_2}} \right), \text{ мм} \cdot \text{мкм} / \text{Н}, \quad (3)$$

$b$  – ширина венца зубчатого колеса, мм;  $z_{V_1}$ ,  $z_{V_2}$  – эквивалентные числа зубьев шестерни и колеса, для прямозубых колес  $z_{V_1} = z_1$ ,  $z_{V_2} = z_2$ , где  $z_1$ ,  $z_2$  – числа зубьев шестерни и колеса.

3. Для каждой пары зубьев по результатам измерения отклонения основных шагов зацепления шестерни  $f_{pb_1}$  и колеса  $f_{pb_2}$ , сближению  $w_0$  и компенсируемой масляным слоем ошибки в зацеплении  $\Delta_K$ , рассчитывается действующая ошибка в зацеплении каждой пары зубьев [4, 9]:

$$\Delta = f_{pb_2} - f_{pb_1} + w_0 - \Delta_K, \text{ мкм} \quad (4)$$

где  $f_{pb_1}$ ,  $f_{pb_2}$  – погрешность шагов зацепления шестерни и колеса, мкм;

$\Delta_K = 5$  мкм при  $|f_{pb_2} - f_{pb_1} + w_0| > 10$  мкм и  $\Delta_K = \frac{1}{2} |f_{pb_2} - f_{pb_1} + w_0|$  при

$|f_{pb_2} - f_{pb_1} + w_0| < 10$  мкм.

4. Рассчитывается динамическая нагрузка в зубчатом зацеплении каждой пары зубьев [9]:

$$U = 0,248 \cdot V \cdot \alpha \cdot b \sqrt{\frac{a_w \cdot \Delta}{u}}, \text{ Н} \quad (5)$$

где  $V$  – окружная скорость колес, м/с;  $a_w$  – межосевое расстояние, мм;  $u$  – передаточное число;  $\alpha$  – поправочный коэффициент:  $\alpha = \sqrt{L/b}$ , где  $L$  – ширина ступицы зубчатого колеса. Это связано с тем, что при выводе формулы для значений удельной динамической нагрузки принималось, что ширина ступицы зубчатого колеса  $L$  равна ширине зубчатого венца  $b$ . В данном случае  $L = 0,02$  м;  $b = 0,01$  м, поэтому поправочный коэффициент будет равен  $\alpha = \sqrt{0,02/0,01} = 1,41$ .

5. Окружная скорость равна:

$$V = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{60000}, \text{ м/с} \quad (6)$$

где  $n$  – число оборотов шестерни, об/мин.

6. Полная нагрузка, действующая в каждой паре зубьев, равна:

$$P = P_{ст} + U, \quad (7)$$

7. Контактные напряжения, действующие в зубчатом зацеплении, определяются по формуле [7]:

$$\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{P_{ст}}{b d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot \sqrt{K_A K_{H_V} K_{H_\beta} K_{H_\alpha}}, \text{ МПа} \quad (8)$$

где  $Z_E$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных зубчатых колес, (МПа)<sup>0,5</sup>;  $Z_H$  – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев;  $Z_\varepsilon$  – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий;  $K_A$  – коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку;  $K_{H_V}$  – коэффициент, учитывающий внутреннюю динамическую нагрузку;  $K_{H_\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий;  $K_{H_\alpha}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями.

8. По найденным значениям  $\sigma_H$  определяется его логарифм –  $\lg \sigma_H$ .

9. По измеренной твердости зубьев предварительно определяется базовое число циклов напряжений  $N_{Hlim}$ , соответствующее пределу выносливости (точка перегиба кривой усталости):

$$N_{Hlim} = 30 H_{HB}^{2,4} \leq 120 \cdot 10^6. \quad (9)$$



10. Ориентировочно, по данным [7] рассчитывается предел контактной выносливости:

$$\sigma_{Hp} = \sigma_{H\lim} Z_W Z_L Z_R Z_v Z_x, \quad (10)$$

где  $\sigma_{H\lim}$  – предел выносливости поверхностных слоев зубьев;  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий влияние шероховатости поверхностей зубьев;  $Z_L$  – коэффициент, учитывающий влияние вязкости смазочного материала;  $Z_v$  – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости;  $Z_x$  – коэффициент, учитывающий размер зубчатого колеса;  $Z_W$  – коэффициент, учитывающий влияние перепада твердостей материалов сопряженных поверхностей зубьев.

Полученные расчетные данные используются как ориентировочные при выборе режимов экспериментальных исследований контактной выносливости и позволяют более обоснованно контролировать полученные результаты.

Методические подходы к обработке результатов при проведении испытаний по традиционной схеме [2] могут быть использованы и в данном случае, где каждая пара сопряженных зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний. Это позволяет построить кривые усталости, подвергнув результаты испытаний совместной статистической обработке (объединяя пары зубьев с близкими значениями предельных контактных напряжений в группы соответствующие определенным уровням нагружения) методом корреляционного анализа с составлением линейного корреляционного уравнения.

1. Установление параметров уравнения кривой усталости.

К настоящему времени является общепринятым линейная зависимость между  $\ln \sigma_H$  и  $\ln N$  для большого участка левой ветки кривой усталости (до числа циклов соответствующих малоциклового усталости) [2, 8]. Аналитически зависимость между указанными величинами представляется в виде уравнения:

$$\sigma_H^{q_H} N = C, \quad (11)$$

где  $C$  – константы, определяемые для линейных участков кривой усталости:

$$C = \sigma_{H\lim}^{q_H} N_{H\lim}, \quad (12)$$

$q_H$  – показатель степени, зависящий от материала колес, способа химико-термической обработки, напряженного состояния, вида усталостного разрушения.

2. Уравнения кривых контактной усталости, соответствующие требуемым вероятностям неразрушения представляются в виде [8]:

$$\lg \sigma_H = -\frac{1}{q_{H0,5} + K_b S_m} \lg N + \lg \sigma_H + \frac{1}{q_{H0,5} + K_b S_m} (\lg N + K_b S_{Nr}), \quad (13)$$

где  $\lg \sigma_H$ ,  $\lg N$  – средние значения логарифмов напряжений и логарифмов числа циклов до разрушения, вычисляемые из выражений:

$$\lg \sigma_H = \frac{\sum \lg \sigma_H}{n}; \quad (14)$$

$$\lg N = \frac{\sum \lg N}{n}; \quad (15)$$

$q_{H0,5}$  – показатель степени кривой усталости, соответствующий вероятности неразрушения  $P = 50\%$ :

$$q_{H0,5} = r \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}}; \quad (16)$$

$S_m$  – распределение основного отклонения коэффициента регрессии:

$$S_m = \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}} \sqrt{\frac{1-r^2}{n}}; \quad (17)$$

$S_{Nr}$  – условное основное отклонение:

$$S_{Nr} = S_{\lg N} \sqrt{1-r^2}; \quad (18)$$

$K_b$  – коэффициент, соответствующий кривой усталости с определенной вероятностью неразрушения, определяемый из таблицы 1 [8]:

Таблица 1 – Значение коэффициента  $K_b$  в зависимости от вероятности неразрушения

Вероятность неразрушения, %	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$K_b$	1,24	0,85	0,53	0,25	0,00	-0,25	-0,53	-0,85	-1,24

$S_{\lg \sigma_H}$ ,  $S_{\lg N}$  – средние квадратичные отклонения соответственно логарифмов напряжений и числа циклов до разрушения, определяемые по формулам:

$$S_{\lg \sigma_H} = \sqrt{\frac{\sum (\lg \sigma_H - \lg \sigma_H)^2}{n-1}}, \quad (19)$$

$$S_{\lg N} = \sqrt{\frac{\sum (\lg N - \lg N)^2}{n-1}}; \quad (20)$$

$n$  – число объектов испытаний;  $r$  – коэффициент корреляции, определяемый по формуле:

$$r = \frac{\Sigma(\lg N - \lg \bar{N})(\lg \sigma_H - \lg \bar{\sigma}_H)}{(n-1)S_{\lg N} S_{\lg \sigma_H}}. \quad (21)$$

**Результаты испытаний.** Ресурсные испытания экспериментальных зубчатых колес велись на стенде с замкнутым силовым контуром

I. Исходные параметры экспериментальных зубчатых колес.

1. Число зубьев: шестерни  $z_1=40$ , колеса  $z_2=40$ .
2. Нормальный модуль  $m=3$  мм.
3. Ширина венца: шестерни  $b_1=10$  мм, колеса  $b_2=10$  мм.
4. Коэффициент смещения исходного контура  $x_1=x_2=0$ .
5. Степень точности передачи – 7-В.
6. Циклограмма нагружения: постоянная нагрузка  $M_1=117,7$  Нм.
7. Частота вращения ведущего колеса –  $n_1=1500$  мин<sup>-1</sup>.
8. Марка стали шестерни и колеса – 40Х.
9. Способ упрочняющей обработки шестерни и колеса – закалка при нагреве ТВЧ.
10. Твердость поверхности зуба шестерни и колеса (средняя) – 50 HRC.
11. Твердость сердцевины зуба шестерни и колеса (средняя) – 30 HRC.

II. Определение геометрических и кинематических параметров.

1. Угол зацепления:  $\alpha_{tw} = 20^0$ .
2. Межосевое расстояние:  $a_w = \frac{z_1 + z_2}{2} m = \frac{40 + 40}{2} \cdot 3 = 120$  мм.
3. Делительный диаметр:  $d_1 = mz_1 = 3 \cdot 40 = 120$  мм;  $d_2 = mz_2 = 3 \cdot 40 = 120$  мм.
4. Коэффициент торцового перекрытия:

$$\varepsilon_\alpha \approx 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) = 1,88 - 3,2 \left( \frac{1}{40} + \frac{1}{40} \right) = 1,72.$$

5. Эквивалентные числа зубьев:  $z_{V1} = z_1 = 40$ ,  $z_{V2} = z_2 = 40$ .
6. Окружная скорость:  $V = \frac{\pi \cdot d_1 \cdot n_1}{6000} = \frac{\pi \cdot 120 \cdot 1500}{60000} = 9,42$  м/с.
7. Передаточное число:  $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{40} = 1$ .

III. Расчет контактных напряжений в каждой паре сопрягаемых зубьев.

1. Окружная сила:  $P_{CT} = \frac{2000 \cdot M_1}{d_1} = \frac{2000 \cdot 117,7}{120} = 1962$  Н.
2. Удельная нормальная жесткость зубьев:

$$\frac{1}{c'} = 0,05139 + \frac{0,1425}{z_{V1}} + \frac{0,1860}{z_{V2}} = 0,05139 + \frac{0,1425}{40} + \frac{0,1860}{40} = 0,0596 \frac{\text{мм} \cdot \text{мкм}}{\text{Н}};$$

$$c' = \frac{1}{0,0596} = 16,83 \frac{\text{Н}}{\text{мм} \cdot \text{мкм}}.$$

$$\text{Жесткость сопряженной пары зубьев: } C = c' \cdot b = 16,8 \cdot 10 = 168 \frac{\text{Н}}{\text{мкм}}.$$

3. Сближение по нормали не ударяющейся пары зубьев:

$$w_0 = \frac{P_{CT}}{C} = \frac{1962}{168} = 11,7 \text{ мкм}.$$

4. Действующая ошибка в зацеплении каждой пары зубьев определена по формуле (4). Для пары зубьев 1/4 (таблица 2)  $f_{pb1} = 8$  мкм,  $f_{pb2} = 28$  мкм.

Тогда  $f_{pb2} - f_{pb1} + w_0 = 28 - 8 + 11,7 = 31,7 > 10$  мкм. Поэтому  $\Delta_K = 5$  мкм;  $\Delta = 28 - 8 + 11,7 - 5 = 26,7$  мкм. Расчеты  $\Delta$  для всех пар зубьев даны в таблице 2.

5. Динамическая нагрузка в зацеплении каждой пары зубьев находится из

$$(5). \text{ Для пары зубьев 1/4: } U = 0,248 \cdot 9,42 \cdot 1,41 \cdot 10 \sqrt{\frac{120 \cdot 26,7}{1}} = 1866,8 \text{ Н}.$$

6. Полная нагрузка, действующая в каждой паре зубьев:  $P = P_{CT} + U$ . Для пары зубьев 1/4:  $P = 1962 + 1866,8 = 3828,8$  Н.

7. Контактные напряжения, действующие в зубчатом зацеплении каждой

пары:  $\sigma_H = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{P_{CT} \cdot u + 1}{b d_1 u}} \cdot \sqrt{K_A K_{Hv} K_{H\beta} K_{H\alpha}}$ . Для стальных зубчатых колес  $Z_E = 190$ . Для прямоугольных колес

$$Z_H = \frac{1}{\cos \alpha_{tw}} \sqrt{\frac{2}{\text{tg } \alpha_{tw}}} = \frac{1}{\cos 20^0} \sqrt{\frac{2}{\text{tg } 20^0}} = \frac{1}{0,949} \sqrt{\frac{2}{0,364}} = 2,49. \text{ Коэффициент}$$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,72}{3}} = 0,872. \text{ Передаточное число } u = \frac{z_1}{z_2} = \frac{40}{40} = 1.$$

Коэффициенты  $K_{H\beta} = K_{H\alpha} = 1$ ;  $K_A = 1$ ,  $K_{Hv} = 1 + \frac{U}{P_{CT}}$ . Для пары зубьев

$$1/4 \text{ } K_{Hv} = 1 + \frac{1866,8}{1962} = 1,951.$$

$$8. \sigma_H = 190 \cdot 2,49 \cdot 0,872 \sqrt{\frac{1962 \cdot \frac{1+1}{10 \cdot 120}}{1}} \cdot \sqrt{1 \cdot 1,951 \cdot 1 \cdot 1} = 1124,5 \text{ МПа}.$$

Результаты расчета для каждой пары зубьев приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Значения погрешностей шагов зацепления шестерни и колеса, действующей ошибки в зацеплении пары зубьев, нагрузок и контактных напряжений

№№ зацепляющихся зубьев (ведущ./ведомое)	Погрешность шага зацепления на зубе, мкм		Действующая ошибка в зацеплении пары зубьев, Δ, мкм	Динамическая нагрузка, $U_{дин}$ , Н	Полная нагрузка, $P$ , Н	Коэффициент динамичности $K_{Hv}$	Контактное напряжение в зацепляющихся зубьях $\sigma_H$ , МПа	$Lg \sigma_H$
	Колесо №1 ведущее	Колесо №2 ведомое						
1/4	8	28	26,7	1866,8	3828,8	1,951	1042,0	3,02
2/5	6	27	27,7	1902,5	3864,5	1,970	1046,8	3,02
3/6	10	25	21,7	1683,8	3445,8	1,858	1016,8	3,01
4/7	6	26	26,7	1867,8	3829,8	1,952	1042,0	3,02
5/8	5	27	28,7	1936,5	3898,5	1,987	1051,5	3,02
6/9	5	31	32,7	2067,1	4029,1	2,054	1068,9	3,03
7/10	8	26	24,7	1796,5	3758,5	1,902	1032,4	3,01
8/11	2	24	28,7	1936,5	3898,5	1,987	1051,5	3,02
9/12	5	26	27,7	1902,5	3864,5	1,970	1046,9	3,02
10/13	6	23	23,7	1759,8	3721,8	1,897	1027,3	3,01
11/14	7	22	21,7	1683,8	3645,8	1,858	1016,8	3,01
12/15	11	22	17,7	1520,8	3482,8	1,775	993,8	3,00
13/16	12	24	18,7	1563,1	3525,1	1,797	999,8	3,00
14/17	11	16	11,7	1236,4	3198,4	1,630	952,3	2,98
15/18	14	18	10,7	1182,3	3144,3	1,603	944,3	2,98
16/19	10	13	8,7	1066,2	3028,2	1,543	926,7	2,97
17/20	9	5	3,9	713,9	2675,2	1,364	871,0	2,94
18/21	16	8	1,9	498,3	2460,3	1,254	835,3	2,92
19/22	10	6	3,9	713,9	2675,9	1,364	871,0	2,94
20/23	14	14	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
21/24	12	11	5,7	863,1	2825,1	1,440	897,3	2,95
22/25	11	12	8,7	1066,2	3028,2	1,543	926,7	2,97
23/26	6	15	15,7	1432,3	3394,3	1,730	981,1	2,99
24/27	13	12	5,7	863,1	2825,1	1,440	897,3	2,95
25/28	15	22	13,7	1337,9	3299,9	1,682	967,4	2,99
26/29	12	12	6,7	935,7	2897,7	1,477	906,5	2,96
27/30	12	9	4,4	758,3	2720,3	1,386	878,3	2,94
28/31	16	18	8,7	1066,3	3028,3	1,543	926,7	2,97
29/32	12	20	14,7	1385,9	3347,9	1,706	974,3	2,99
30/33	11	11	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
31/34	8	17	15,7	1432,3	3394,3	1,730	981,1	2,99
32/35	7	10	9,7	1125,7	3087,7	1,574	935,7	2,97
33/36	10	10	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
34/37	7	3	3,9	713,9	2675,9	1,364	871,1	2,94
35/38	5	-4	1,4	427,7	2398,7	1,218	823,2	2,91
36/39	4	3	5,7	863,1	2825,1	1,440	897,3	2,95
37/40	6	6	6,7	935,8	2897,8	1,477	906,5	2,96
38/1	2	22	16,7	1477,3	3439,3	1,753	987,6	2,99
39/2	3	25	28,7	1936,5	3898,5	1,987	1051,5	3,02
40/3	3	26	29,7	1970,3	3932,3	2,004	1056,0	3,02

9. Расчетное значение базового числа циклов напряжений:  $N_{Hlim} = 30H_{HB}^{2,4}$ .

По данным [7]  $H_{HRC}=50$  соответствует  $H_{HB}=480$ .  $N_{Hlim} = 30 \cdot 480^{2,4} = 81,7 \cdot 10^6$ .

10. Расчетное значение предела контактной выносливости  $\sigma_{Hp}$ :

$$\sigma_{Hp} = \sigma_{Hlim} Z_L Z_R Z_v Z_x Z_W.$$

По данным [7]  $\sigma_{Hlim} = H_{RC} \cdot 17 + 200 = 50 \cdot 17 + 200 = 1050$  МПа. При

$Z_R=0,9$ ;  $Z_L=0,98$ ;  $Z_v=1$ ;  $Z_x=1$ ;  $Z_W=1$ ;  $\sigma_{Hp} = 1050 \cdot 0,9 \cdot 1 \cdot 0,98 \cdot 1 \cdot 1 = 927$  МПа.

В таблице 3 приведены результаты ресурсных испытаний зубчатой пары (колесо № 1 – ведущее, колесо № 2 – ведомое). Для пар зубьев, начиная с номера 20/23 и далее ниже в таблице 3 указаны значения чисел циклов и соответствующие им числа часов наработки, при которых наступает усталостное выкрашивание в соответствии с критерием выбраковочного состояния [10]. Число таких пар  $n = 31$ .

Таблица 3 – Нарботка пар зубьев зубчатых колес до выбраковки

№№зацепляющихся зубьев (ведущ./ведомое)	Контактное напряжение в зацепляющихся зубьях $\sigma_H$ , МПа	$Lg \sigma_H$	Число циклов нагружения $N$ до выбраковки	$LgN$	Число часов
35/38	823,2	2,91			
18/21	835,3	2,92			
19/22;17/20; 34/37	871,0	2,94			
27/30	878,3	2,94			
36/39;24/27; 21/24	897,3	2,95			
20/23;26/29;30/33; 33/36;37/40	906,5	2,96	$108,0 \cdot 10^6$	8,03	1200
16/19;28/31; 22/25	926,7	2,97	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
32/35	935,7	2,97	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
15/18	944,3	2,98	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
14/17	952,3	2,98	$99,0 \cdot 10^6$	7,99	1100
25/28	967,4	2,99	$93,8 \cdot 10^6$	7,96	1000
29/32	974,3	2,99	$93,8 \cdot 10^6$	7,96	1000
23/26;31/34	981,1	2,99	$93,8 \cdot 10^6$	7,96	1000
38/1	987,6	2,99	$81,7 \cdot 10^6$	7,912	900
12/15	993,8	3,00	$81,7 \cdot 10^6$	7,912	900
13/16	999,8	3,00	$81,7 \cdot 10^6$	7,912	900
3/6;11/14	1016,8	3,01	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
10/13	1027,3	3,01	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
7/10	1032,4	3,01	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
1/4;4/7	1042,0	3,02	$71,1 \cdot 10^6$	7,852	800
2/5;9/12	1046,8	3,02	$61,9 \cdot 10^6$	7,792	700
5/8;39/2;8/11	1051,5	3,02	$61,9 \cdot 10^6$	7,792	700
40/3	1056,0	3,02	61,9	7,792	700
6/9	1068,9	3,03	53,8	7,732	600

1. Среднее значение логарифмов напряжений равно:

$$\lg \bar{\sigma}_H = \frac{\sum \lg \sigma_H}{n} = \frac{1}{31}(5 \cdot 2,96 + 4 \cdot 2,97 + 2 \cdot 2,98 + 5 \cdot 2,99 + 2 \cdot 3,00 + 4 \cdot 3,01 + 8 \cdot 3,02 + 3,03) = \frac{92,82}{31} = 2,99.$$

2. Среднее значение логарифмов числа циклов:

$$\lg \bar{N} = \frac{\sum \lg N}{n} = \frac{1}{31}(5 \cdot 8,03 + 6 \cdot 7,99 + 4 \cdot 7,94 + 3 \cdot 7,9 + 6 \cdot 7,82 + 6 \cdot 7,75 + 7,71) = \frac{244,7}{31} = 7,89$$

3. Средние квадратичные отношения соответственно логарифмов напряжений:

$$S_{\lg \sigma_H} = \sqrt{\frac{\sum (\lg \sigma_H - \lg \bar{\sigma}_H)^2}{n-1}} = 0,013.$$

4. Средние квадратичные отношения числа циклов:

$$S_{\lg N} = \sqrt{\frac{\sum (\lg N - \lg \bar{N})^2}{n-1}} = 0,077.$$

5. Коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum (\lg N - \lg \bar{N})(\lg \sigma_H - \lg \bar{\sigma}_H)}{(n-1)S_{\lg N}S_{\lg \sigma_H}} = -0,97.$$

6. Показатель степени кривой контактной усталости, соответствующий вероятности неразрушения  $P = 50\%$ :

$$q_{H_{0,5}} = |r| \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}} = 0,97 \frac{0,077}{0,013} = 5,80.$$

7. Распределение основного отклонения коэффициента регрессии:

$$S_m = \frac{S_{\lg N}}{S_{\lg \sigma_H}} \sqrt{\frac{1-r^2}{n}} = \frac{0,077}{0,013} \sqrt{\frac{1-(0,97)^2}{31}} = 0,26.$$

8. Условное основное отклонение:

$$S_{Nr} = S_{\lg N} \sqrt{1-r^2} = 0,013 \sqrt{1-(0,97)^2} = 3,1 \cdot 10^{-3}.$$

9. При вероятности неразрушения  $P = 90\%$  показатель степени кривой усталости:

$$q_{H_{0,9}} = q_{H_{0,5}} + k_b S_m = 5,8 - 1,24 \cdot 0,26 = 5,47.$$

При вероятности неразрушения  $P = 10\%$  показатель степени кривой усталости:

$$q_{H_{0,1}} = 5,8 + 1,24 \cdot 0,26 = 6,13.$$

10. Кривые усталости при вероятности неразрушения  $P = 10\%$ ,  $50\%$ ,  $90\%$  показаны на рисунке 1. Маркерами обозначены значения  $\lg \sigma_H$  и  $\lg N$ , при которых на зубьях имело место выкрашивание (рисунк 2), маркерами со

стрелкой – контактные напряжения, соответствующие пределу выносливости и ниже этого уровня. За предел контактной выносливости принято напряжение на паре зубьев 24/27:  $\sigma_{HP} = 897,3$  МПа,  $\lg \sigma_{HP} = 2,953$ .

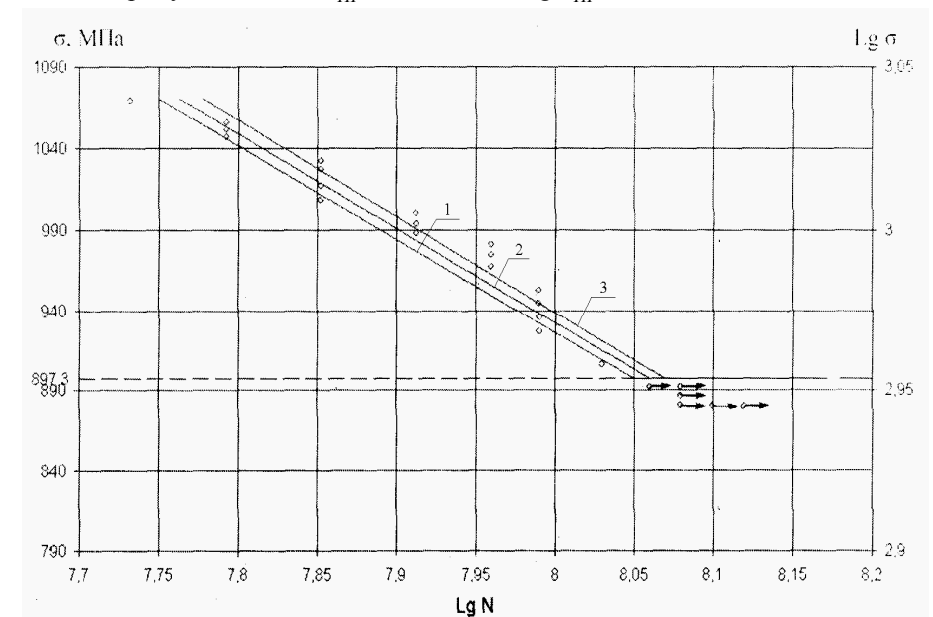


Рисунок 1 – Кривые усталости при вероятности неразрушения  $P=90\%$  (1),  $50\%$  (2),  $10\%$  (3)

11. Базовое число циклов напряжений  $N_{H \lim}$  (точка перегиба кривой усталости) определяется из уравнения (13) для значения  $\sigma_H = \sigma_{HP} = 897,3$  МПа.

$$\lg N_{H \lim} = +(q_{H_{0,5}} + k_b S_m)(\lg \sigma_H - \lg \sigma_{HP}) + \lg \bar{N} + k_b S_{Nr}. \quad (22)$$

$$\text{Для } P = 50\% \quad N_{H \lim_{0,5}} = 99,5 \cdot 10^6 \quad (\lg N_{H \lim_{0,5}} = 7,998),$$

$$P = 10\% \quad N_{H \lim_{0,1}} = 102,7 \cdot 10^6 \quad (\lg N_{H \lim_{0,1}} = 8,011),$$

$$P = 90\% \quad N_{H \lim_{0,9}} = 96,6 \cdot 10^6 \quad (\lg N_{H \lim_{0,9}} = 7,985).$$

Кривые контактной усталости рабочих поверхностей зубьев, построенные по результатам ресурсных испытаний с использованием предложенного нами метода и полученные традиционными методами [2, 8] практически идентичны друг другу, что подтверждает правомочность методического подхода, при котором каждая пара сопряженных зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний.

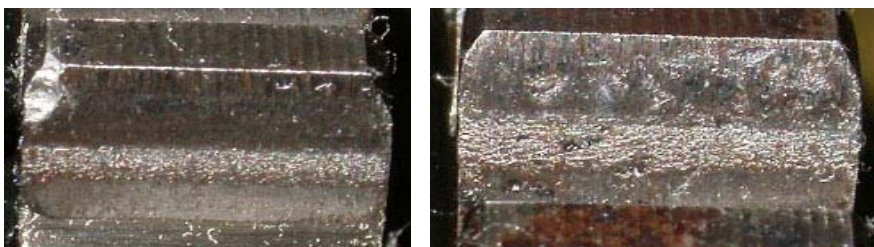


Рисунок 2 – Рабочая поверхность зубьев при достижении ими выбраковочного состояния

**Выводы.** Разработан способ ускоренных испытаний и методика построения кривых контактной выносливости по результатам испытаний ограниченного числа зубчатых колес. Эффективность ее применения обеспечивается за счет определения нагрузки в динамически нагруженном зубчатом зацеплении, что в сочетании с анализом прочностных свойств рабочих поверхностей взаимодействующих сопряжений и рассмотрением каждого зуба передачи как отдельного объекта исследований, позволяет прогнозировать их сравнительный ресурс по износостойкости и контактной выносливости зубьев по результатам испытаний уже одной пары зубчатых колес. Предлагаемая методика позволяет более чем на порядок уменьшить длительность трудоемких и дорогостоящих ресурсных испытаний зубчатых колес за счет сокращения числа испытываемых образцов, дает возможность увеличить в несколько раз объем получаемых экспериментальных данных развития износных и усталостных повреждений рабочих поверхностей зубьев испытываемых колес, значительно повысить информативность испытаний, ускорить внедрение новых перспективных материалов и технологий упрочнения, улучшающих эксплуатационные свойства зубчатых передач приводных механизмов.

**Список литературы:** 1. Ускоренные испытания изделий машиностроения / Н.И. Афанасьев, В.А. Дьяченко, О.В. Дьяченко и др. – Мн.: Беларуская навука, 1997. – 109с. 2. Школьник М. Методика усталостных испытаний. Справочник. М.: Металлургия, 1978. -304с. 3. Пат. 4261 С2 ВУ, МПК G 01 M 13/02. Способ вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях / Берестнев О.В., Ишин Н.Н., Басинюк В.Л., и др. – № а 19980960; Заявл. 21.10.1998; Афиційны бюлетэнь / Дзярж. пат. камітэт Рэсп. Беларусь. – 2001. – №4. – С. 171-172. 4. Петрушевич А.И., Генкин М.Д., Гринкевич В.К. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колесами. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 134с. 5. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 288с. 6. Берестнев Я.О., Ишин Н.Н. Новые методы экспериментального определения критериальных параметров динамических систем приводных механизмов: Монография. – Мн.: УП "Технопринт", 2004. – 117с. 7. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Издательство стандартов, 1988. – 125с. 8. Берестнев О.В., Соболев А.С. Исследования влияния технологии окончательной обработки зубчатых колес на их работоспособность (информационные материалы). – М.: 1971. – 107с. 9. Решетов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1989. – 496с. 10. О.В. Берестнев. Самоустанавливающиеся зубчатые колеса. – Мн.: Наука и техника, 1983. – 312с.

Поступила в редколлегию 25.04.09

**О.Ю. КЛАДОВА**, к.т.н., доцент каф. теоретической механики и машиноведения НАКУ "ХАИ"

**В.Н. САПРЫКИН**, к.т.н., профессор каф. теоретической механики и машиноведения НАКУ "ХАИ"

**И.Г. ШЕБАНОВ**, к.т.н., профессор каф. теоретической механики и машиноведения НАКУ "ХАИ"

## К СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТИПА АІ С КОСОЗУБЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЁСАМИ

Показано методику синтеза планетарных механизмов типа АІ с косозубыми колесами при условиях уравнивания осевых сил. Доведено возможность передачи с использованием таких механизмов значимо больших сил при повышенной плавности передачи.

Method of synthesis under condition of axial forces equilibrium of АІ planetary gear mechanism with helical wheels is presented. Possibility of transmission of high load with increased softness of gearing is revealed.

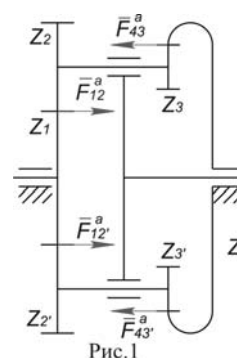
**Актуальность задачи.** Планетарные зубчатые механизмы с косозубыми цилиндрическими колёсами позволяют передавать значительно большие мощности, чем прямозубые при более высокой плавности движения и одинаковых габаритах. При этом возникающие в зацеплениях косозубых цилиндрических колёс осевые силы могут быть уравновешены.

Между тем вопросам синтеза таких механизмов в учебной и научной литературе уделяется недостаточное внимание.

**Анализ литературы.** Отдельные вопросы синтеза планетарных механизмов с косозубыми цилиндрическими колёсами изложены в [1]. Однако отсутствует рассмотрение проблемы синтеза, особенно с учётом уравнивания осевых сил.

**Цель статьи.** Представить вопросы синтеза наиболее распространённого планетарного механизма типа АІ, но с косозубыми цилиндрическими колёсами, при уравновешенных осевых силах.

**1. Вопросы синтеза планетарного механизма типа АІ с косозубыми цилиндрическими колёсами, у которых осевые силы уравновешены.** На рисунке 1 показана схема планетарного механизма типа АІ с двумя блоками сателлитов. Для предотвращения действия осевых сил на корпус механизма достаточно уравновесить осевые силы сателлитов  $\vec{F}_{12}^a, \vec{F}_{43}^a, \vec{F}_{12'}^a, \vec{F}_{43'}^a$ .



Равновесие сил  $\bar{F}_{12}^a$  и  $\bar{F}_{43}^a$  имеют вид

$$F_{12}^t \operatorname{tg} \beta_{W12} = F_{43}^t \operatorname{tg} \beta_{W34} \quad (1)$$

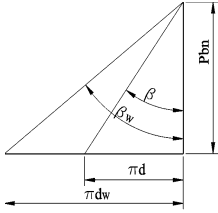


Рис.2

где  $\bar{F}_{12}^t$  и  $\bar{F}_{43}^t$  – окружные силы в зацеплении колёс  $Z_1 - Z_2$  и  $Z_3 - Z_4$ ;  $\beta_{W12}$  и  $\beta_{W34}$  – углы наклона зубьев на начальных цилиндрах.

$$\text{Согласно рисунка 2 } \operatorname{tg} \beta_{W12} = \frac{\pi d_{W2}}{P_{bn}}; \operatorname{tg} \beta_{12} = \frac{\pi d_2}{P_{bn}};$$

$$\operatorname{tg} \beta_{W34} = \frac{\pi d_{W3}}{P_{bn}}; \operatorname{tg} \beta_{34} = \frac{\pi d_3}{P_{bn}}, \text{ тогда}$$

$$\operatorname{tg} \beta_{W12} = \operatorname{tg} \beta_{12} \frac{d_{W2}}{d_2}, \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \beta_{W34} = \operatorname{tg} \beta_{34} \frac{d_{W3}}{d_3}. \quad (3)$$

$$\text{Но } F_{43}^t = F_{12}^t \frac{d_{W2}}{d_{W3}}, \text{ следовательно, } F_{12}^t \operatorname{tg} \beta_{12} \frac{d_{W2}}{d_2} = F_{12}^t \frac{d_{W2}}{d_{W3}} \operatorname{tg} \beta_{34} \frac{d_{W3}}{d_3}$$

или  $\operatorname{tg} \beta_{12} = \frac{d_2}{d_3} \operatorname{tg} \beta_{34}$  откуда

$$\operatorname{tg} \beta_{34} = \frac{\operatorname{tg} \beta_{12}}{d_2/d_3} = \frac{\operatorname{tg} \beta_{12}}{x\lambda}, \quad (4)$$

где  $\beta_{12}$  и  $\beta_{34}$  – углы наклона зубьев на делительных цилиндрах колёс  $Z_2$  и  $Z_3$ ,

$$\frac{d_2}{d_3} = \frac{m_{12} Z_2 \cos \beta_{34}}{m_{34} Z_3 \cos \beta_{12}} = x\lambda \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}},$$

$$d_{W2} = d_2 \frac{\cos \alpha_{t12}}{\cos \alpha_{tW12}}, \quad d_{W3} = d_3 \frac{\cos \alpha_{t34}}{\cos \alpha_{tW34}}.$$

Для наиболее часто употребляемых значений  $\beta_{12}$  и  $\beta_{34}$ , равных  $8^\circ \dots 25^\circ$ ,

принимая  $\alpha_{t12} = \alpha_{t34} = \alpha$ . Тогда  $d_{W2} = d_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{tW12}}$ ,  $d_{W3} = d_3 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{tW34}}$  и

$$\frac{d_{W2}}{d_{W3}} = x\lambda \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} \cdot \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}}. \quad (5)$$

Полученное условие уравнивания осевых сил не зависит от числа сателлитов, при  $k \geq 2$ .

Генеральные уравнения для подбора чисел зубьев колёс формируются совместным решением условия передаточного отношения (6), соосности (7) и сборки (8) [1].

$$i_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}, \quad (6)$$

$$\lambda(Z_1 + Z_2) \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} = (Z_4 - Z_3) \frac{\cos \beta_{12}}{\cos \beta_{34}}, \quad (7)$$

$$\frac{Z_1}{k} \left( 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \right) - \frac{Z_2}{Z_3} Q = P. \quad (8)$$

Из (6) имеем

$$i_{1H}^{(4)} - 1 = \frac{Z_4}{Z_1} x \rightarrow Z_4 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1}{x}. \quad (9)$$

Из (8)

$$\frac{Z_1}{k} i_{1H}^{(4)} - xQ = P, \quad Z_1 = \frac{k(P + Qx)}{i_{1H}^{(4)}}. \quad (10)$$

Из (7)

$$Z_1 + Z_2 = \frac{Z_4 - Z_2}{\lambda} \frac{\cos \alpha_{tW12}}{\cos \alpha_{tW34}} \frac{\cos \beta_{12}}{\cos \beta_{34}};$$

$$Z_1 + Z_2 = \frac{Z_4 x - Z_2}{x\lambda} \frac{\cos \alpha_{tW12}}{\cos \alpha_{tW34}} \frac{\cos \beta_{12}}{\cos \beta_{34}};$$

$$x\lambda(Z_1 + Z_2) \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} = \frac{Z_1(i_{1H}^{(4)} - 1)}{x} x - Z_2;$$

$$x\lambda Z_1 \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} + x\lambda Z_2 \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} = Z_1(i_{1H}^{(4)} - 1) - Z_2;$$

$$Z_2 \cdot \left( x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} + 1 \right) = Z_1 \left( i_{1H}^{(4)} - 1 - x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} \right);$$

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}}}{x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} + 1}. \quad (11)$$

или

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - \frac{d_{W2}}{d_{W3}}}{\frac{d_{W2}}{d_{W3}} + 1}. \quad (12)$$

При  $d_{W2}/d_{W3} = 1$

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - 1}{1 + 1}, \quad (13)$$

$$Z_3 = Z_2/x. \quad (14)$$

**2. Решение типовых задач.** Определение чисел зубьев колёс с косыми зубьями механизма АІ и уравновешенными осевыми силами.

Для нулевых зацеплений колёс  $\alpha_{iW12} = \alpha_{iW34} = \alpha$ ;  $x\lambda = 1$ ;  $\frac{d_{W2}}{d_{W3}} = 1$ .

При известном передаточном отношении  $i_{1H}^{(4)} = 6$  и количестве сателлитов  $k = 3$  выбираются углы зацепления  $\alpha_{iW12} = \alpha_{iW34} = 20^\circ$ , углы наклона зубьев  $\beta_{34} = \beta_{12} = 25^\circ$ . Определяются числа зубьев колёс

$$Z_1 = \frac{k(P+Qx)}{i_{1H}^{(4)}} = \frac{3(20+20 \cdot 1)}{6} = 20, \quad Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 2}{2} = 20 \frac{6-2}{2} = 40,$$

$$Z_3 = Z_2/x = 40/1 = 40, \quad Z_4 = Z_1(i_{1H}^{(4)} - 1) = 20(6-1) = 100.$$

Подобранные числа зубьев колёс проверяются на условие соседства сателлитов

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} > Z_2 + 2, \quad (20 + 40) \cdot 0,866 > 40 + 2,$$

условие выполняется.

Проверяем условие незаклинивания зубьев колёс  $Z_3, Z_4$  [2]

$$\frac{Z_3}{\cos^3 \beta_{34}} > 20; \frac{Z_4}{\cos^3 \beta_{34}} > 85; \frac{Z_4 - Z_3}{\cos^3 \beta_{34}} > 8,$$

$$\frac{40}{\cos^3 25^\circ} > 20; \frac{100}{\cos^3 25^\circ} > 85; \frac{100 - 40}{\cos^3 25^\circ} > 8,$$

условия незаклинивания зубьев колёс  $Z_3, Z_4$  выполняется.

Нулевые зацепления колёс  $\alpha_{iW12} = \alpha_{iW34} = \alpha$ ,  $x\lambda \neq 1$ .

Пусть передаточное отношение механизма  $i_{1H}^{(4)} = 6,2$ ; количество сателлитов  $k = 3$ .

Принимаем  $x\lambda = 2$ ,  $\beta_{12} = 20^\circ$  тогда согласно (4, 5)

$$\beta_{34} = \arctg \frac{\operatorname{tg} \beta_{12}}{x\lambda} = \arctg \frac{\operatorname{tg} 20^\circ}{2} = 10,3^\circ,$$

$$\frac{d_{W2}}{d_{W3}} = x\lambda \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} \frac{\cos \alpha_{iW34}}{\cos \alpha_{iW12}} = 2 \frac{0,984}{0,939} \cdot 1 = 2,1.$$

Найдем числа зубьев колёс:

$$Z_1 = k \frac{P+Qx}{i_{1H}^{(4)}} = 3 \frac{32+15 \cdot 2}{6,2} = 30,$$

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - \frac{d_{W2}}{d_{W3}}}{\frac{d_{W2}}{d_{W3}} + 1} = 30 \frac{6,2 - 1 - 2,1}{2,1 + 1} = 30,$$

$$Z_3 = Z_2/x = 30/2 = 15,$$

$$Z_4 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1}{x} = 30 \frac{6,2 - 1}{2} = 78.$$

Чтобы не допустить подрез зубьев нулевого колеса  $Z_3$ , увеличиваем числа зубьев в два раза. Проверяем подобранные числа зубьев на условие соседства сателлитов:

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} > Z_2 + 2; \quad (60 + 60) \cdot 0,866 > 60 + 2,$$

условие выполняется.

Проверяем подобранные зубья колёс  $Z_3 - Z_4$  на незаклинивание:

$$\frac{60}{\cos^3 10,3^\circ} > 20; \frac{156}{\cos^3 10,3^\circ} > 85; \frac{156 - 60}{\cos^3 10,3^\circ} > 8,$$

условие выполняется.

Смещенные зацепления колёс  $\alpha_{iW12} = 27^\circ$ ,  $\alpha_{iW34} = 21^\circ$ ,  $x\lambda = 1$ ,  $\beta_{12} = 20^\circ$ .

Пусть  $i_{1H}^{(4)} = 8,2$ ;  $k = 3$ . Согласно (4)  $\beta_{34} = 20^\circ$ ,

$$\frac{d_{W2}}{d_{W3}} = x\lambda \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} \frac{\cos \alpha_{iW34}}{\cos \alpha_{iW12}} = \frac{\cos 21^\circ}{\cos 27^\circ} = \frac{0,933}{0,891} = 1,5.$$

Найдем числа зубьев колёс

$$Z_1 = k \frac{P+Qx}{i_{1H}^{(4)}} = 3 \frac{40+1 \cdot 1}{8,2} = 15, \quad Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - \frac{d_{W2}}{d_{W3}}}{\frac{d_{W2}}{d_{W3}} + 1} = 15 \frac{8,2 - 1 - 1,5}{1,05 + 1} = 45,$$

$$Z_3 = Z_2/x = 45/1 = 45. \quad Z_4 = Z_1(i_{1H}^{(4)} - 1) = 15 \cdot (8,2 - 1) = 108.$$

Проверяем подобранные числа зубьев на условие соседства сателлитов

$$(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} > Z_2 + 2, \quad (15 + 45) \cdot 0,866 > 45 + 2,$$

условие выполняется.

Коэффициенты смещения выбираем по блокирующим контурам для прямозубых эвольвентных зацеплений.

Зацепление колёс  $Z_1 - Z_2$

$$Z_1^{\exists} = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta_{12}} = \frac{15}{\cos^3 20^\circ} = \frac{15}{0,828} = 18,1,$$
$$Z_2^{\exists} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta_{12}} = \frac{45}{\cos^3 20^\circ} = \frac{45}{0,828} = 54,3.$$

Ближайший блокирующий контур  $Z_1 = 18, Z_2 = 50$  (рис.141) [5]

$$x_1 + x_2 = \frac{(\operatorname{inv} \alpha_{W12} - \operatorname{inv} \alpha)(Z_1 + Z_2)}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{0,023383 \cdot 60}{0,728} = 1,92.$$

Принимаем по блокирующему контуру  $x_1 = 0,72, x_2 = 1,2$ .

Зацепление колёс  $Z_3 - Z_4$

$$Z_3^{\exists} = \frac{Z_3}{\cos^3 \beta_{34}} = \frac{45}{0,828} = 54,3, \quad Z_4^{\exists} = \frac{Z_4}{\cos^3 \beta_{34}} = \frac{108}{0,828} = 130,4.$$

Ближайший блокирующий контур  $Z_3 = 50, Z_4 = 195$  рис.121 [4]

$$(x_4 - x_3) = \frac{(Z_4 - Z_3)(\operatorname{inv} \alpha_{W34} - \operatorname{inv} \alpha)}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{63 \cdot 0,00244}{0,728} = 0,211;$$
$$x_3 = 0,6; \quad x_4 = 0,811.$$

**Выводы.** Рассмотрен синтез планетарного механизма типа А1 с косозубыми колёсами и уравновешенными осевыми силами, позволяющими передавать значительно большие мощности, чем при прямозубых колёсах. Повышается плавность движения механизма. Приведены расчетные зависимости и типовые примеры синтеза для нулевых и смещенных зацеплений колёс.

**Список литературы:** 1. *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы. (Оптимальное проектирование). Харьков, "ХАИ", 2003. – 445с. 2. *Теория механизмов и машин.* Под ред. К.В.Фролова. М.: Высшая школа, 1987. – 496с. 3. *Болотовский И.А., Гурьев Б.И., Смирнов В.Э. и др.* Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. М.: Машиностроение, 1974. – 157с. 4. *Болотовский И.А., Гурьев Б.И., Смирнов В.Э. и др.* Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внутреннего зацепления. М.: Машиностроение, 1977. – 191с. 5. *Болотовская Т.П., Болотовский И.А., Смирнов В.Э.* Справочник по коррегированию зубчатых колёс. М.: Машгиз, 1962. – 215с.

*Поступила в редколлегию 25.04.09*

УДК 621.771

**П.В. КРОТ**, к.т.н., ИЧМ им. З.И. Некрасова НАН Украины, г. Днепропетровск

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В МНОГОПОТОЧНОМ РЕДУКТОРНОМ ПРИВОДЕ СЛЯБИНГА

Виконано аналіз обертальних коливань у нелінійній системі с зазорами багатопотокового редукторного приводу слябінгу. Досліджені перехідні параметричні резонанси в лінії приводу. Показано, що динамічні навантаження у зчепленнях залежать також від кугової відстані між центрами вхідних шестерень на вихідному зубчастому колесі.

An analysis is fulfilled of the parametric torsional oscillations in the nonlinear system with backlashes of the branched geared drive of slabbing. The transient parametric resonances are investigated in the drive train. It is shown that dynamic loads also depend on angular distance between the centers of input shafts on the output gear wheel.

**Введение.** Повышенная динамика в редукторных приводах прокатных станов изначально обусловлена спецификой технологического процесса (постоянные захваты и выбросы металла валками), а также сложными условиями эксплуатации оборудования (увеличенный износ и зазоры в линии привода). Наличие зазоров в кинематических парах и соединениях механических систем существенно влияет на динамические нагрузки в линии привода. Особенно значительным оказывается влияние зазоров в приводах механизмов, работающих в условиях систематического реверсирования или быстрого ступенчатого приложения нагрузки при захватах и выбросах заготовки валками слябінга. Кроме этих причин существуют и другие факторы динамики, которые часто не учитываются при проектировании редукторов, если их рассматривать отдельно от всей линии привода в целом. Например, периодические изменения жесткости упругих связей в зубчатых зацеплениях редуктора даже при постоянной нагрузке привода могут приводить в определенных диапазонах скорости к появлению резонансных крутильных колебаний, сопоставимых по амплитуде с переходными колебаниями.

**Постановка проблемы.** Проведены исследования\* нового четырехдвигательного редуктора вертикальных валков слябінга, которые были вызваны отказами в виде поломок зубьев, износа корпуса в подшипниковых опорах, возникшими вскоре после ввода его в эксплуатацию. Предыдущий привод вертикальной клетки слябінга, также исследованный в ИЧМ ранее [1], включал только один электродвигатель с горизонтальным валом, который передавал момент на вертикальные валки через две конические передачи. Повышенная вибрация нового редуктора наблюдалась и после замены шестерен,

\* В исследованиях участвовали В.В. Вернев, А.П. Даличук, А.М. Юнаков.



происходили повторные отказы оборудования. Необходимо было установить причины поломок и выдать рекомендации по их устранению. Сравнение статических нагрузок в клети с допускаемыми пределами с учетом коэффициентов запаса прочности не выявило технологических нарушений, поэтому основной объем исследований касался динамических нагрузок в редукторе и линии привода в целом.

На основании кинематического и частотного анализа линии привода автором данной статьи было выдвинуто предположение, что одной из основных причин поломок редуктора являются крутильные колебания, возникающие уже после захвата металла валками при прохождении нескольких параметрических резонансов в рабочем диапазоне скорости привода [2]. Основанием для такого предположения были аналогичные процессы, наблюдавшиеся многими авторами в многопоточных приводах других машин и агрегатов (экскаваторы, кислородные конвертеры, барабанные мельницы).

**Анализ публикаций.** Многопоточные, многодвигательные, сумматорные приводы используются в крупных машинах и агрегатах, когда технологические возможности производителей оборудования ограничивают габариты редукторов традиционной конструкции. В прокатных станах значительные рабочие моменты не позволяют использовать планетарные редукторы с непосредственным приводом от них валков. Применение многопоточного привода позволяет в зависимости от конкретной схемы в несколько раз снизить мощность отдельных электроприводов и суммарную стоимость агрегата. Рациональным считается глубокое разделение силовых потоков, т.е. их суммирование на последней ступени, где нагрузки максимальны.

Кроме положительных качеств многопоточных редукторных приводов, возникают определенные конструктивные и эксплуатационные проблемы. Это касается, в первую очередь, необходимости устранения статической неопределенности, обеспечения одинаковых угловых зазоров, оптимального выбора количества потоков и схем совместного управления электроприводами, не только выравнивающих статические нагрузки, но и подавляющих противофазные колебания быстроходных шестерен за счет разницы фаз зацеплений в параллельных ветвях, сходящихся на сумматорной выходной шестерне [3].

Исследованию динамических процессов в сумматорных приводах экскаваторов посвящены работы Д.П. Волкова и Д.А. Каминской [4], В.И. Ключева [5], В.Ю. Чудновского [6]. Многодвигательные приводы кислородных конвертеров изучались Б.Е. Житомирским [7], В.М. Лободой и В.М. Пасальским [8], В.И. Большаковым [9]. Среди зарубежных авторов можно отметить работы [10, 11] по динамике зацепления прямозубых передач.

Для математического описания динамических процессов в редукторах авторы рассматривали возмущающие моменты в зацеплениях, как внешние воздействия и как переменные параметры системы в виде малого отклонения передаточного числа редуктора и жесткости зацепления, что определяет методы исследо-

вания и резонансные свойства механизма. В данной работе для прямозубых передач многопоточного редуктора в качестве параметрического возмущения принято изменение жесткости при переходе между однопарным и двухпарным зацеплением. В косозубых передачах этот фактор имеет значительно меньшее влияние на динамику. Известны разработки профилей зубьев, уменьшающих влияние зазоров. В работе [12] предложены, так называемые, эвольвентно-конические колеса, в которых толщина зуба линейно изменяется от одного торца к другому. Достижение динамическими моментами сил упругости в зацеплениях уровня статической нагрузки приводит к раскрытию зазоров, обратным ударам и дополнительным знакопеременным циклам нагрузок на зубьях и в подшипниковых опорах, что снижает общую долговечность редуктора [13].

**Цель исследования.** Основной целью исследований является определение динамических нагрузок в нелинейной крутильной системе с угловыми зазорами, вызванных переменной жесткостью зацепления в двух ступенях многопоточного редуктора вертикальных валков слябинга. Динамические нагрузки при захвате металла валками и в результате взаимодействия клетей через прокатываемый слиток за счет рассогласования их скоростей оставлены за пределами данной статьи, т.к. ранее были уже достаточно полно изучены.

**Методы решения задачи.** Значения динамических нагрузок определялись методом численного моделирования для системы с сосредоточенными упруго-массовыми параметрами. Собственные частоты и формы колебаний разветвленной трансмиссии определялись, как для линейной системы без зазоров. Для оценки резонансных диапазонов скорости привода строились амплитудные и фазовые частотные характеристики механической системы. Система регулирования моделировалась для создания условий ускорения и замедления привода линейным изменением питающего напряжения. Уровни механического демпфирования оценивались по осциллограммам на аналогичных действующих станах.

**Составление расчетной схемы редукторной линии привода.** Привод каждого вертикального валка слябинга представляет собой двухступенчатый прямозубый цилиндрический редуктор с разветвленными первыми ступенями. Две симметричные части приводов каждого валка объединены в один корпус редуктора (см. рисунок 1).

Согласно традиционным подходам и методам расчета динамических процессов в прокатных станах, линию привода или валковую систему клети обычно представляют в виде расчетной схемы с небольшим числом приведенных масс (от 2 до 5) и постоянной жесткостью упругих связей между ними с учетом нелинейностей в виде зазоров. Такой подход вполне оправдан, т.к. пиковые значения моментов нагрузки достигаются, как правило, в течение первого периода колебаний по низшим формам крутильных колебаний линий привода в диапазоне 10–20 Гц, а колебания по высшим формам успе-

вают затухать в течение этого времени. Но при параметрическом возмущении могут проявляться и высшие формы колебаний при наложении с частотами изменений параметров или их гармониками. Поэтому при составлении математической модели привода слябинга расчетная схема линии привода каждого вертикального вала представлена маховыми массами двух двигателей, всех шестерен и валков с приведенной массой слитка. Учитывается переменная жесткость связей в зубчатом зацеплении и зазоры (см. рисунок 1).

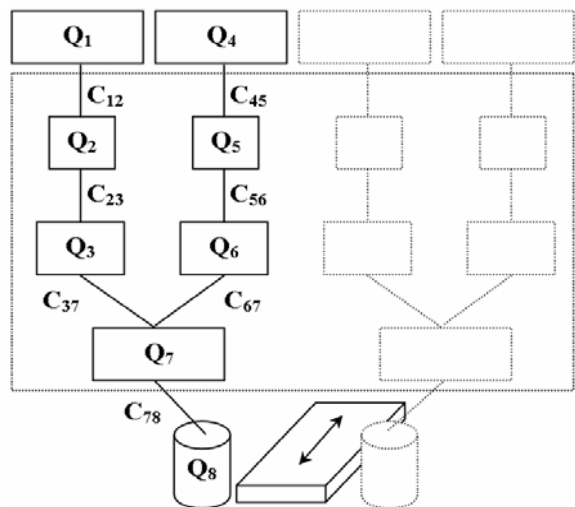


Рисунок 1 – Расчетная схема линии привода вертикальных валков слябинга

Обозначения и численные значения параметров расчетной схемы приведены в таблице 1. Все параметры приведены к скорости вращения вала. Анализ показал, что наименьшей жесткостью обладает шпиндельный участок, а наибольшую жесткость имеет первая ступень редуктора. Момент инерции вала в 3 раза меньше момента инерции колеса 2-й ступени редуктора и в 3,5 раза меньше момента инерции двигателя. Известно, что в подобных схемах, когда к концевой массе с малым моментом инерции прикладывается мгновенная нагрузка, возникают существенные колебания моментов сил упругости.

**Параметрические колебания.** Периодические изменения жесткости зацеплений приводят к изменению собственных частот системы и по своему характеру являются параметрическими возмущениями. Даже малые изменения этих параметров при определенных условиях, зависящих от соотношения демпфирования и величины возмущения, с одной стороны могут вызывать усиление колебаний в стане, а с другой стороны эти колебания являются важными диагностическими признаками, так как непосредственно зависят от условий контактного взаимодействия в зубчатом зацеплении и в очаге деформации.

Таблица 1 – Параметры расчетной схемы линии привода

Обозначения	Наименование	Значения	Ед. измерения
$Q_1, Q_4$	Якорь двигателя	7.0	$КН м с^2$
$Q_2, Q_5$	Входные шестерни	2.1	$КН м с^2$
$Q_3, Q_6$	Промежут. шестерни	1.7	$КН м с^2$
$Q_7$	Выходное колесо	5.2	$КН м с^2$
$Q_8$	Валок	1.83	$КН м с^2$
$C_{12}, C_{45}$	Жесткость дв.-шест.	$15.7 \cdot 10^5$	$КН м/рад$
$C_{23}, C_{56}$	Жесткость I ст.	$32.7 \cdot 10^5$	$КН м/рад$
$C_{37}, C_{67}$	Жесткость II ст	$13.8 \cdot 10^5$	$КН м/рад$
$C_{78}$	Жесткость шпинделя	$0.61 \cdot 10^5$	$КН м/рад$

Для двухмассной системы с одной обобщенной координатой параметрически возбуждаемые колебания описываются уравнением Маттье:

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega_0^2 [1 - \mu \cdot \cos(\omega_1 t + \psi)] \varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\mu = \Delta \omega_0 / \omega_0$  – относительное изменение собственной частоты или глубина пульсации параметра;  $\omega_1$  – частота изменения (пульсации) параметра.

К стандартной форме уравнения Маттье можно перейти путем замены переменных:  $\omega_1 \cdot t + \psi = 2\tau$ ;  $\omega_0^2 = a \cdot \omega_1^2 / 4$ ;  $\mu = 2\varepsilon / a$ .

После подстановки получаем:

$$\frac{d^2 q}{d\tau^2} + (a - 2\varepsilon \cdot \cos 2\tau) q = 0. \quad (2)$$

Решениями уравнения (2) являются специальные функции в виде полиномов, вид которых определяет области устойчивости системы на диаграмме Айнса-Стретта (см. рисунок 2) в координатах  $a, \varepsilon$ . Диаграмма симметрична относительно оси  $a$ , так как знак  $\varepsilon$  в уравнении (2) не имеет значения.

Условием неограниченного возрастания амплитуды колебаний, т.е. возникновения параметрического резонанса, при сколь угодно малой величине пульсации параметра (точки на оси абсцисс диаграммы) является:

$$n = \frac{2\omega_0}{\omega_1} = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

При значительной глубине пульсации параметра резонанс может возникать при значениях соотношений частот, лежащих в некотором интервале (не заштрихованные области) около значений из условия (3). Чем больше значение пульсации, тем шире эти области. Поэтому частотная отстройка от параметрического резонанса труднее, чем от обычного с внешним возбуждением, так как

область неустойчивости может перекрываться доверительным интервалом вычисления средней критической частоты.

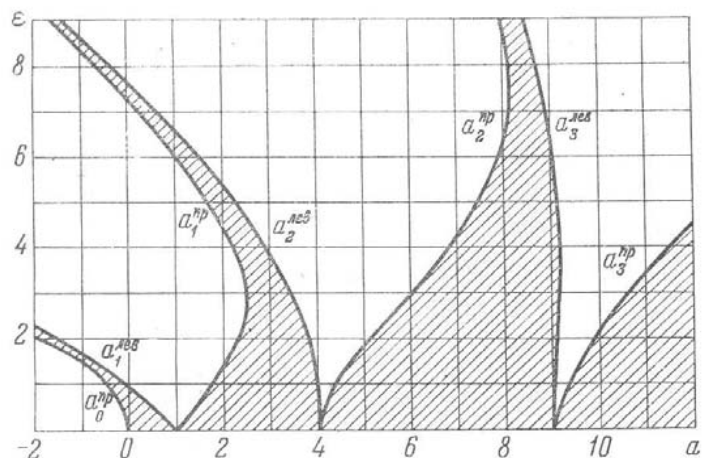


Рисунок 2 – Диаграмма Айнса-Стретта областей устойчивости системы с параметрическим возбуждением колебаний

Линейное демпфирование в системе лишь несколько суживает области неустойчивости, но не способно ограничить возрастание амплитуд колебаний в не заштрихованных областях диаграммы устойчивости. При действии нелинейно-вязких сил сопротивления амплитуды колебаний оказываются ограниченными.

Приближенное значение коэффициента  $\mu$ , при котором возможно возникновение резонанса порядка  $n$ , определяется из соотношения:

$$\mu_* = \left( \frac{d}{\pi} \right)^{1/n}, \quad (4)$$

где  $d=2\pi h/\omega_0$  – декремент свободных колебаний,  $h$  – коэффициент эквивалентного сопротивления (внутреннее трение в материале и на контактных поверхностях). Затухание в крутильной системе линии привода, согласно экспериментальным данным, не превышает  $d < 0.3-0.6$ , а коэффициент пульсации, достаточный для развития колебаний, не превысит  $\mu < 0.1-0.2$ . Поэтому в редукторе слябинга реальные величины пульсации могут превышать критические значения, по крайней мере, при  $n=1$ , т.е. когда собственная частота вдвое меньше частоты возбуждения  $2 \cdot \omega_0 = \omega_1$ .

Для сохранения в каждый момент времени постоянным передаточного отношения необходимо, чтобы следующая пара зубьев вступала в зацепление тогда (или ранее), когда предыдущая пара зубьев выйдет из контакта. Про-

должительность зацепления в зависимости от количества зубьев сопрягаемых шестерен характеризуют коэффициентом торцового перекрытия:  $e=1,88 - 3,22(1/z_1+1/z_2)$ , где  $z_1, z_2$  – количество зубьев. Обычно  $1 < e < 2$ . При  $e < 1$  отсутствует двухпарное зацепление. При увеличении  $e$  от 1 до 2 длительность однопарного зацепления сокращается, а при  $e=2$  начинает появляться трехпарное зацепление в передачах с малым модулем и большим числом зубьев.

Для двух ступеней редуктора слябинга коэффициент  $e=1.78-1.79$ . Поэтому реализуется однопарное и двухпарное зацепление. При пересопряжении прямозубых передач, когда  $1 < e < 2$ , резко изменяется длина контактных линий и жесткость зацепления. При максимальной скорости прокатки 3 м/с окружные скорости в зацеплениях ступеней редуктора составляют: I ст. – 13 м/с, II ст. – 10 м/с. Для 7-го класса точности изготовления редуктора с учетом твердости зубьев 42-52 HRC коэффициент динамичности, согласно справочным данным, составит:  $K_f=1.17-1.22$ .

**Взаимодействие параллельных ветвей редуктора.** Анализ геометрии редуктора позволил выявить его особенности в связи с применением многодвигательного привода. Источником периодических возмущений является не синхронность зацепления зубьев каждой пары промежуточных шестерен с колесами редуктора, обусловленная тем, что угол между осями их центров вращения составляет 60.2 град. В этом секторе находится не целое число зубьев передачи  $n=60.2/2.88=20.9028$ , где 2.88 – угловой шаг зубьев выходного колеса редуктора ( $Z_k=125$ ). Поэтому в процессе вращения, происходит периодическое возмущение с зубцовой частотой со стороны одной шестерни (в упругой связи  $C_{37}$ ), затем со стороны другой (в упругой связи  $C_{67}$ ) со сдвигом фаз  $\varphi=0.9028 \cdot 2.88 \pi / 180=0.0454$  рад.

С учетом сдвига фаз, формула для переменной жесткости зацепления имеет вид:

$$C_{ij}(t) = C_0[1 - \Delta C \cdot \cos(\omega_k \cdot t + \varphi)], \quad (5)$$

где  $C_0$  – номинальная жесткость зацепления, рассчитанная по известным формулам и приведенная в таблице 1;  $\Delta C=0.17-0.22$  – изменение жесткости зубьев без учета их износа;  $\omega_Z = Z_k \cdot \omega_k$  – частота зацепления зубьев колеса.

**Частотные свойства линии привода.** Значения трех первых собственных частот привода одного вала составляют:  $\omega_1=155...186$  рад/с,  $\omega_2=520...550$  рад/с,  $\omega_3=990-1070$  рад/с. Диапазоны соответствуют отклонениям с учетом и без учета приведенной массы слитка. Узел первой формы колебаний находится в упругой связи шпиндельного участка. В главных линиях клеток широкополосных станков, содержащих редуктор, узел расположен, как правило, между двигателем и редуктором. Узел является точкой, относительно которой совершаются колебания масс. В данном случае остальные массы

$Q_1-Q_7$  колеблются в противофазе с валком  $Q_8$  (см. рисунок 1).

При реверсе стана, а также в период захвата металла валками угловые зазоры в шпиндельном узле оказывают существенное влияние на уровень динамических перегрузок на всех участках линии привода – от шпинделя до моторного вала. Поэтому зазоры в шпинделях необходимо поддерживать минимальными, а в период захвата металла валками привод должен работать с ускорением, чтобы не допускать раскрытия зазоров в редукторе.

**Резонансные режимы работы привода.** При определенных скоростях прокатки соотношение собственных и зубчатых частот удовлетворяет условию (3). При разгоне стана до номинальной скорости 3 м/с и торможении с последующим реверсом линия привода проходит пять диапазонов скоростей параметрического возбуждения:

$$Vp_1=r(\omega_1/iZ_{ш})=0.26\dots0.32 \text{ м/с};$$

$$Vp_2=r(\omega_1/Z_k)=0.42\dots0.52 \text{ м/с};$$

$$Vp_3=r(\omega_2/iZ_{ш})=0.92\dots0.97 \text{ м/с};$$

$$Vp_4=r(\omega_2/Z_k)=1.46\dots1.54 \text{ м/с};$$

$$Vp_5=r(\omega_3/Z_k)=2.80 \text{ м/с}.$$

где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  – собственные частоты крутильной системы;  $Z_{ш}$  – число зубьев шестерни;  $Z_k$  – число зубьев колеса;  $r$  – радиус валков;  $i$  – передаточное отношение редуктора.

На рисунке 3 представлены модельные графики изменения моментов нагрузки в зубчатом зацеплении второй ступени редуктора при разгоне стана. Прохождение через резонансные зоны скоростей сопровождается усилением амплитуды противофазных колебаний в зубчатых зацеплениях параллельных ветвей редуктора. На некоторых участках переходного процесса коэффициент динамичности достигает  $K_d=M_{max}/M_{ycm}=3\dots4$  с переходом момента сил упругости через ноль и раскрытием зазоров. Колебания в шпинделе при этом практически отсутствуют. Наибольшая амплитуда колебаний наблюдается в зацеплении выходного колеса редуктора при скорости порядка 1.5 м/с. В этом диапазоне происходит совпадение второй собственной частоты (520...550 рад/с) и половины третьей собственной частоты системы (990...1070 рад/с). При торможении стана наибольшие амплитуды наблюдаются на третьей собственной частоте (990...1070 рад/с) и незначительны на низких частотах.

При постоянном реверсировании привода разница динамических нагрузок будет тем больше, чем более неравномерный износ шестерен в ветвях редуктора. В связи с этим необходимо во время ремонтов комплектовать пары шестерен, имеющих наименьшее отличие по износу зубьев или заменять их комплектно. Ветви с меньшим зазором может соответствовать больший пик момента нагрузки.

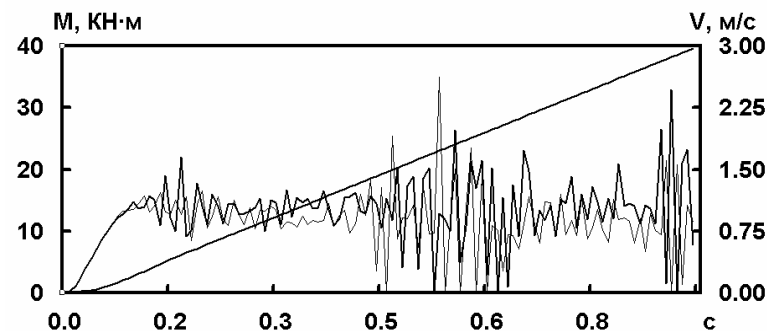


Рисунок 3 – Переходный параметрический резонанс при разгоне привода

**Схемы управления электроприводами.** Динамические процессы в электродвигателях постоянного тока описаны стандартными уравнениями:

$$\frac{dn_{\partial e}}{dt} = (M_{\partial e} - M_{12}) / Q_1; \quad (6)$$

$$\frac{dI}{dt} = (U - C_e \cdot \Phi \cdot n_{\partial e} - I \cdot R) / L, \quad (7)$$

где  $n_{\partial e}, M_{\partial e} = C_m \cdot \Phi \cdot I$  – обороты и момент привода;  $L, R$  – индуктивность и сопротивление якорной цепи;  $U$  – напряжение питания,  $C_e, C_m$  – постоянные двигателя;  $\Phi$  – магнитный поток возбуждения;  $I$  – ток нагрузки в якорной цепи.

Четыре электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением включены по параллельной схеме с попарно групповым заданием скорости на каждый валок (первая зона регулирования при постоянном магнитном потоке). Неизбежный разброс параметров реальных электроприводов (до 5% от паспортных данных) устраняют путем подстройки магнитного потока двигателей (тока возбуждения) на холостом ходе. При моделировании задавалась разница в 0.5% магнитных потоков спаренных электродвигателей одного валка, что приводило к раскрытию зазоров (0.5 мм) в одной из ветвей редуктора при незначительной разнице в статической нагрузке. Поэтому использование двух двигателей для каждого валка слябинга требует выравнивания как статических, так и динамических нагрузок. При параллельном соединении лучше демфируются динамические нагрузки, а при последовательном выравнивается статическая нагрузка.

**Выводы и перспективы исследований.** Полученные результаты исследований параметрических колебаний в приводе вертикальных валков слябинга принципиально уточняют расчеты на прочность и долговечность многопоточного редуктора, и могут быть использованы в задачах диагностики текущего технического состояния зубчатых передач.

**Список литературы:** 1. *Большаков В.И., Ленский А.И., Скичко П.Я.* Исследование режимов работы вертикальных валков слябинга завода "Запорожсталь" // Сталь. – 1966. – №3. С.239-242. 2. *Крот П.В.* Параметрические колебания в прокатных станах // В кн.: Сборник научных трудов НГУ. – Днепропетровск: Нац. горный университет. – 2002. – №13. – том 3. – С.15-21. 3. Трансмиссии приводов металлургических машин. Труды ВНИИМЕТМАШ. М. – 1975. – № 38. 4. *Волков Д.П., Каминская Д.А.* Динамика электромеханических систем экскаваторов. М., "Машиностроение", 1971. – 382с. 5. *Ключев В.И.* Ограничение динамических нагрузок электропривода, М., "Энергия", 1971. – 320с. 6. *Чудновский Ю.Д.* Динамические проблемы мощных многодвигательных электроприводов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2005. – №5. – С.22-27. 7. *Целиков А.И., Житомирский Б.Е., Майоров А.И.* Опыт применения сумматорных приводов в металлургическом машиностроении // Вестник машиностроения. – 1971. – №6. – С.30-33. 8. *Лобода В.М., Пасальский В.М., Перлина Ф.А.* Математическая модель многодвигательного привода поворота конвертера // Металлургическое машиноведение и ремонт оборудования. – М.: Металлургия. – 1979. – №6. – С.49-52. 9. Экспериментальное исследование нагрузок в многодвигательном приводе наклона конвертера с редуктором опорой / *В.И. Большаков, В.И. Хоменко и др.* // Металлургическая и горнорудная пром-сть. – 1993. – №3. – С.56-59. 10. *Ван С.М.* Расчет нелинейных переходных крутильных колебаний зубчатых передач // Труды Американского общества инженеров-механиков. Сер. Конструирование и технология машиностроения. – 1974. – Т.96. – №3. – С.334-344. 11. *К. Ичимару, Ф. Хирано* Динамика высоконагруженных цилиндрических передач // Труды Американского общества инженеров-механиков. Сер. Конструирование и технология машиностроения. – 1974. – Т.96. – №3. – С.410-418. 12. *Волженская А.М.* Эвольвентная передача с регулируемым боковым зазором с постоянным межцентровым расстоянием. – М.: ГОСИНТИ. – Вып.4. – 1962. – С.3-14. 13. Расчет механических систем приводов с зазорами // *В.Л. Вейц, А.Е. Кочура, Г.В. Царев.* – М.: Машиностроение. – 1979. – 183с.

*Поступила в редколлегию 15.04.09*

УДК 621.833.3

**В.С. НАДЄЇН**, канд. техн. наук, КНТУ, ВФ "АСТРА", Кіровоград

### **СИНТЕЗ ВЕРСТАТНИХ ЗАЧЕПЛЕНЬ ДЛЯ ФОРМОУТВОРЕННЯ АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЛАНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ ЖОРСТКОЮ НЕ КОНГРУЕНТНОЮ ВИРОБНОЮ ПАРОЮ**

В работе изложена методика синтеза станочных зацеплений для формообразования сопряженной червячной передачи жесткой неконгруэнтной производящей парой.

In the robot the synthesis technique machine tool gearings for form-building the interfaced worm gear rigid incoincident is stated by the making pair.

**Постановка проблеми.** Черв'ячні передачі знайшли широке використання в машинобудуванні завдяки притаманним їм позитивним властивостям. Але з ростом потужності робочих процесів машин і швидкості їх виконання суттєво зросла навантаженість передатних механізмів їх робочих органів. В цих умовах гостро проявилися негативні властивості черв'ячного зачеплення, такі як знос із-за поганих умов змащування і великій швидкості ковзання кон-

такуючих поверхонь, чутливість до похибок виготовлення, деформацій та інші.

Аналіз технічних характеристик черв'ячних редукторів провідних виробників, таких як НТЦ "Редуктор" (Росія), фірм "Flender", "Sew-Eurodrive" (Німеччина), "SITI S.p.a", "Bonfiglioli" (Італія) свідчать про те, що навантажувальна здатність редукторів в середньому перевищує аналогічні показники редукторів 30-річної давності на (10...15) %, а швидкість черв'яка яка була  $n_{max} = 1500 \text{ x } \text{с}^{-1}$ , так залишилась. З цього витікає, що ті новітні досягнення теорії черв'ячного зачеплення і практики його виробництва (що нав'язливо і настійно рекламуються в каталогах) не дозволяють суттєво підняти технічний рівень черв'ячних редукторів.

Вказаний рівень технічних характеристик не можна признати як такий, який дозволяє вимогам сучасного машинобудування. Якщо зважити на те, що в такому стані знаходиться і виробництво черв'ячних редукторів в Україні, а суттєве підвищення технічних характеристик черв'ячних редукторів дасть змогу вийти на провідне місце на світовому ринку приводної техніки, то комплексне вирішення цього питання є науково-виробничою проблемою в машинобудуванні.

**Аналіз способів** підвищення навантажувальної черв'ячної передачі показав наступне.

Відомо, що поле зачеплення черв'ячної передачі за показниками, які визначають навантажувальну здатність контактної площадки активних поверхонь витка черв'яка і зубців черв'ячного колеса, змінні, і залежать від положення цієї площадки на полі зачеплення. Для усунення контакту активних поверхонь на несприятливих зонах поля зачеплення А.Н.Грубін запропонував поверхню зубця черв'ячного колеса зрізати на вхідній зоні поля зачеплення [1]. Цю пропозицію слід вважати першим способом локалізації контакту в зачепленні черв'ячних передач. Значне зменшення міцності зубців колеса на згин, технологічна складність і трудомісткість виготовлення стали причиною нерозповсюдження такого способу локалізації контакту. Але черв'ячні передачі, виконані у такий спосіб, мали значно вищий ККД.

Для усунення недоліків такого способу локалізації контакту А.І. Назаренко було запропоновано локалізувати контакт в черв'ячній передачі шляхом нарізування черв'ячного колеса черв'ячною фрезою, діаметр якої перебільшує діаметр черв'яка, парного до черв'ячного колеса [2]. Єдиною вимогою до поверхонь зубців колеса і витків черв'яка було належність їх до евольвентних, тобто лінійчатих, поверхонь для забезпечення спряженості зачеплення і забезпечення сталості закону передачі руху.

Використовуючи умову перебільшення діаметра черв'ячної фрези діаметра черв'яка передачі, було запропоновано багато способів локалізації контакту. Теоретичним обґрунтуванням їх можна вважати роботу [3]. В цій роботі доведено, що спосіб, запропонований в [2], може бути поширеним на

черв'ячні передачі з любим видом гвинтової поверхні. Але для того, щоб черв'ячна передача при неевольвентній гвинтовій поверхні черв'яка була спряженою, необхідно, щоб виробна поверхня черв'ячної фрези, яка заміняє поверхню черв'яка, відповідним чином цій поверхні відповідала. Знаходження цієї поверхні і її виготовлення – складні і теоретична, і виробнича задачі, тому черв'ячні передачі з неевольвентним черв'яком і локалізованим контактом є не спряженими і потребують досить довгого припрацювання.

Аналіз способів контакту в черв'ячному зачепленні, розглянутих в [2], і подібних, дозволяє зробити такі, загальні для всіх способів висновки:

- локалізація зони контакту в заданій частині поля зачеплення здійснюється шляхом модернізації виробної поверхні черв'ячної фрези;

- поверхня витка робочого черв'яка залишається незмінною, тому і кінематична схема її формування теж не змінюється;

- кінематична схема формування поверхні зубця черв'ячного колеса черв'ячною фрезою з модифікованою виробною поверхнею змінюється шляхом зміни міжосьової відстані і кута перехрещення осей фрези і черв'ячного колеса ;

- спряжені поверхні ланок черв'ячної передачі з локалізованим контактом утворенні не за другим способом Олів'є-Гохмана;

- поверхня зубця черв'ячного колеса, утворена модифікованою виробною поверхнею черв'ячної фрези, розташовано всередині тіла зубця теоретичного колеса, тобто "деформована" відносно деякої розрахункової точки поля зачеплення у внутрішню сторону;

- оскільки модифіковану виробну поверхню черв'ячної фрези при кутах підйому витка більших  $8^\circ$  і багатовиткових виготовити з достатньої точністю неможливо, передачі потребують досить тривалого припрацювання;

- керувати параметрами локалізованої зміни контакту вказаним способом неможливо.

Якщо зважити на те, що похибки виготовлення ланок черв'ячного редуктора суттєво впливають на навантажувальну здатність зачеплення, то стає зрозумілим, що однієї локалізації зони контакту для суттєвого підвищення технічного рівня черв'ячних редукторів недостатньо.

Тому **метою** даної роботи є створення методики синтезу верстатних зачеплень для формування активних поверхонь ланок черв'ячної передачі з локалізованим контактом, яка дозволить усунути недоліки існуючих способів і дозволить підвищити технічні характеристики редуктора.

**Одне з можливих рішень** цієї важливої проблеми є таким.

За вихідну для перетворення її у відповідному до мети роботи черв'ячну передачу візьмемо передачу, складену з евольвентного циліндричного черв'яка і евольвентного косозубчастого колеса. Така передача має, як і все гвинтові евольвентні передачі, багато недоліків, але позитивним для неї є те, що евольвентні активні поверхні її ланок можна обробити прямобічною рей-

кою, лінія зачеплення в передачі є прямолінійна твірна активних поверхонь.

Для зменшення ступеня локалізації контакту активні поверхні ланок необхідно "деформувати" в зовнішню сторону. Але при "деформації" активних поверхонь необхідно дотримуватись таких умов:

- 1) черв'ячна передача з "деформованим" в зовнішню сторону поверхнями її ланок повинна бути спряженою, тобто закон руху механізму відповідає умові  $i = const$  ;

- 2) інструменти з допомогою яких буде виконуватись "деформація" активних поверхонь, повинні бути технологічними;

- 3) кінематичні схеми формування "деформованих" активних поверхонь ланок у верстатних зачепленнях повинні бути реалізовані шляхом нескладної модернізації верстатів.

Перша умова буде виконана абсолютно точно, якщо в передачах вихідний і преобразований буде одна і та ж лінія зачеплення і однакові активні діючі лінії. Щоб залишити незмінним активні діючі лінії, "деформування" поверхні вихідної евольвентної передачі необхідно вести наступним чином.

Евольвентний черв'як можна обробити прямо бічною прямокутною рейкою. Формуючими будуть обертовий рух черв'яка навколо своєї осі і прямолінійний поступальний рух рейки, перпендикулярний до лінії її зуба. Ту ж саму поверхню черв'яка більш технологічно обробляти дисковим інструментом, виробна поверхня якого має угнутий профіль, параметри якого залежить від параметрів черв'яка. Якщо замість дискового інструмента з угнутих профілем поверхню черв'яка обробити дисковим інструментом з конічною виробною поверхнею (ДКІ), то при однакових формуючих рухах поверхня витка, оброблена ДКІ, розташовується зовні вихідної, тобто буде "деформована" у зовнішню сторону. Але черв'як, оброблений ДКІ, буде нелінійчатим ЗКІ черв'яком, і з евольвентним косозубчастим колесом вихідної передачі спряжену передачу утворювати не буде.

Косозубчасте евольвентне колесо (КЕК) вихідної передачі можна обробити рейкою, або її "геометро-кінематичним образом", як називав черв'ячну фрезу проф. В.А.Гавриленко. Поверхня зубця КЕК є обвідною виробної поверхні черв'ячної фрези з двома незалежними параметрами руху – обертального, який утворює характеристику поверхні зубця в обкатному русі, і поступального, який переносить характеристику вздовж осі колеса. Якщо поступальний рух зупинити, а нарізати колесо тільки з радіальним врізанням то отримаємо черв'ячне колесо. Поверхня зубця цього колеса буде неевольвентною (КН), хоча виробна поверхня фрези – евольвентний гелікоїд. Поверхня зубця КН буде "деформована" відносно поверхні зуба КЕК у зовнішню сторону відносно активної діючої лінії. Але КН не буде утворювати з черв'яком ЗКІ спряжену передачу, так як рух ДКІ при обробці черв'яка ЗКІ спрямований вздовж осі черв'яка. Для того щоб передача була спряжена, необхідно, як це виходить з рисунку 1, збіг формуючих рухів обох верстатних зачеп-

леннях, якщо їх сумістити з зачепленням робочим. Збіг буде тільки в тому випадку, коли напрямок обох формуючих рухів буде спрямований по лінії зачеплення вихідної передачі.

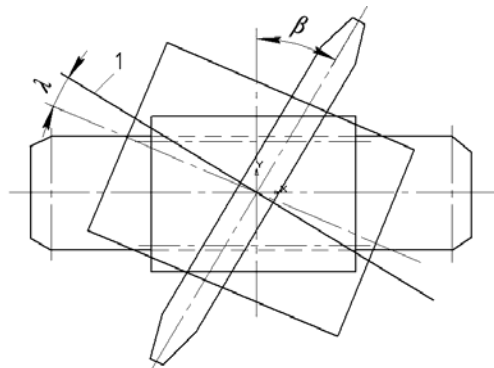


Рисунок 1 – Суміщені верстатні і робоче зачеплення

Ця умова накладає вимогу на виробні поверхні, відповідно до якої вони повинні бути між собою жорстко зв'язані.

Поверхню витка черв'яка, яка оброблена ДКІ при вказаному її русі назвемо її ZKN, відрізняються від поверхні витків черв'яка ZK1 тим, що на ній активна діюча лінія буде така ж, як і на поверхні вихідного евольвентного черв'яка. Крім того, поверхня витків черв'яка ZKN не є гелікоїдом, бо є змінні вздовж осі профіль і крок.

Вказані вище міркування і перетворення можна провести і для вихідної черв'ячної передачі, складеної з евольвентно-конічних черв'яка і колеса. Наявність конічних початкових поверхонь дозволяє керувати геометричними характеристиками активних поверхонь черв'яка і черв'ячного колеса, що є дуже важливим. Самі верстатні зачеплення для формоутворення активних поверхонь потребують, в порівнянні з існуючими, за рахунок нескладної модернізації зміни напрямку формуючих рухів.

Незважаючи на те, що контакт в новій передачі точковий, геометро-кінематичні показники навантажувальної здатності її суттєво вищі, ніж у класичних черв'ячних передачах [4].

Можливості керування показниками навантажувальної здатності показана на рисунку 2.

Вказаний спосіб локалізації контактна в черв'ячній передачі заснований на розробленому Я.С.Давидовим способі утворення спряжених поверхонь за допомогою жорсткої неконгруентної виробної пари [5].

Таким чином, з наведеного вище витікають такі висновки:

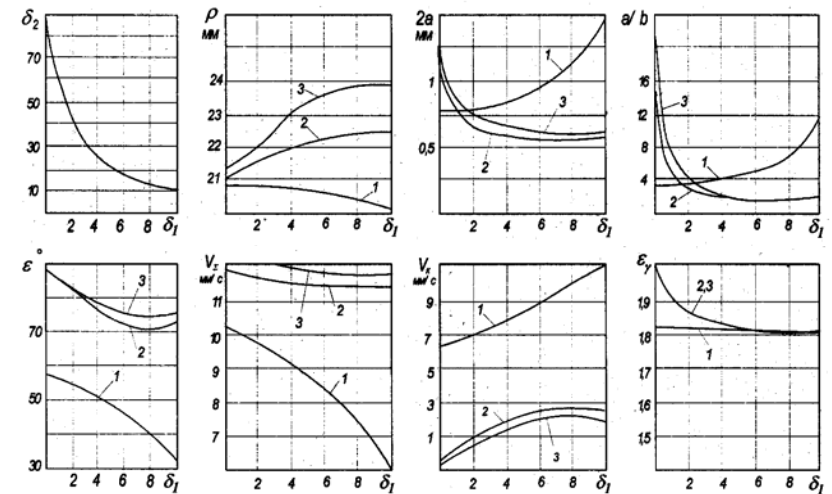


Рисунок 2 – Вплив параметрів передачі на геометро-кінематичні показники навантажувальної здатності зачеплення (1.  $\beta = \gamma$ ; 2.  $\beta < \gamma$ ; 3.  $\beta > \gamma$ .)

1. Жорстка неконгруентна виробна пара для створення спряженої черв'ячної передачі повинна складатися з черв'ячної фрези з евольвентною виробною поверхнею і дискового інструмента з конічною виробною поверхнею і виконувати загальний формуючий рух в напрямку загальної нормалі до спряжених поверхонь.

2. Показниками навантажувальної здатності зачеплення можна легко керувати, чого не дозволяють інші способи локалізації контакту.

3. Дискові інструменти з виробною поверхнею, відмінною від конічної, не можуть створити спряжену черв'ячну передачу, колесо якої оброблено евольвентною черв'ячною фрезою

**Список літератури:** 1. Грубин А.И. Червячное зацепление. – М.: Оргаметал, 1936. – 183с. 2. Назаренко Л.Н. О некоторых случаях точечных (тепа зональных) и линейных зацеплений, нарезаемых червячной фрезой. – Научно-технический бюллетень ЛПИ. – Л.: Машиностроение, 1958. – №6. 3. Литвин Ф.Л., Рыбаков В.И. Локализация пятна контакта в цилиндрических червячных передачах. – Известия ВУЗов. Машиностроение, 1974. – №8. – С.57-61. 4. Надей В.С., Боголюбов С.В. Направление совершенствования червячных передач. – Міжнародний науково-технічний збірник. – Харків : ХПІ, 2005. – №40. – С.159-169. 5. Давыдов Я.С. Неэвольвентное зацепление. – М.: Машгиз, 1950. – 180с.

Поступила в редколлегию 25.04.09

**А.И. ПАВЛОВ**, к.т.н., доц. каф. инженерной графики ХНАДУ "ХАДИ"

**В.А. ПАВЛОВ**, инженер ХНАДУ "ХАДИ"

**Р.В. ПРОТАСОВ**, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС, НАРЕЗАЕМЫХ МЕТОДОМ ОБКАТА

Отримані залежності для визначення якісних характеристик зубців з різноманітними зацепленнями. Вони можуть застосовуватися при дослідженнях зацеплень із випукло-вогнутим контактом.

In clause formulas for definition of qualitative characteristics of tooth gearings with any gearing are resulted. Factors of overlapping, the specific sliding, the resulted radius of curvature in gearing of teeth are considered. Restrictions to make teeth as thin and maintenance of convexo-concave contact are imposed.

**Постановка вопроса.** При нарезании зубьев методом обката некоторые параметры зубьев приобретают значения, отличающиеся от характеристик зубьев инструмента. Это радиус кривизны рабочей поверхности, толщина зуба по окружности выступов и некоторые другие (текущий угол зацепления, коэффициент перекрытия, коэффициент удельного скольжения, к.п.д.), которые зависят от числа зубьев нарезаемого колеса и других параметров зубчатой передачи, например, коэффициента разновидности зацепления.

**Цель работы** – аналитически определить характеристики в зависимости от параметров зубчатого колеса, в первую очередь, от числа зубьев  $z$  и коэффициента разновидности  $k$ .

**Аналитическое определение вышеупомянутых характеристик.**

**1. Радиус кривизны рабочей поверхности** зубьев определяется по формуле

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (1)$$

если  $y(x), y', y''$  – функция и ее производные, описывающие рабочую поверхность зубьев, заданы в общем виде, и

$$\rho = \frac{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}{x'y'' - x''y'}, \quad (2)$$

если функции и ее производные, описывающие рабочую поверхность зубьев, заданы в параметрическом виде.

Для доплюсовой зоны зубчатого зацепления, т.е. ножки зуба (рисунок 1) на основании основного уравнения зацепления линия зацепления  $z(x)$

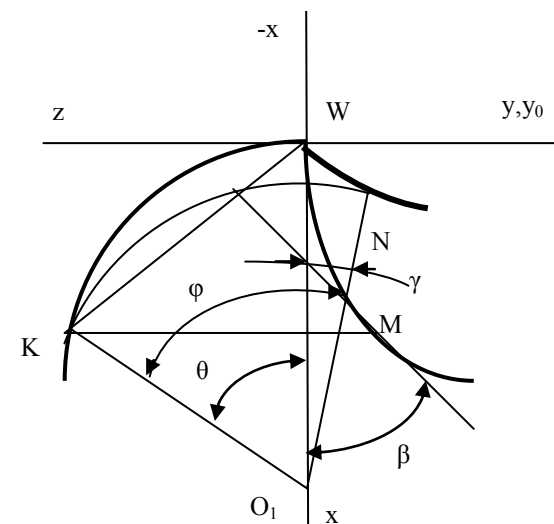


Рисунок 1 – К определению контура нарезаемого зуба в доплюсовой зоне

$$z = x / y'_0, \quad (3)$$

откуда будут получены первая и вторая производные.

$$z' = \frac{x'y'_0 - xy''_0}{y'^2_0}; \quad (4)$$

$$z'' = \frac{(x''y'_0 - xy'''_0)y'_0 - 2y''_0(x'y'_0 - xy''_0)}{y'^3_0}, \quad (5)$$

где  $y_0(t), y'_0, y''_0, y'''_0, x(t), x', x''$  – функции и их производные, описывающие рабочую поверхность зубьев инструмента в параметрическом виде, и

$$z' = \frac{y'_0 - xy''_0}{y'^2_0}; \quad (6)$$

$$z'' = \frac{-xy'''_0y'_0 - 2y''_0y'_0 + 2xy''_0{}^2}{y'^3_0}, \quad (7)$$

где  $y_0(t), y'_0, y''_0, y'''_0$  – функции и их производные, описывающие рабочую поверхность зубьев инструмента в общем виде. Положение точки контакта на поверхности нарезаемого зуба находим из условия  $r_1 = O_1M = O_1K$ , где



$$r_1 = \sqrt{z^2 + (r-x)^2} . \quad (8)$$

Положение точки на профиле зуба определяется углом поворота в положение, когда профиль проходит через полюс передачи, в котором находится начало системы координат

$$\gamma = \varphi - \theta , \quad (9)$$

где положение точки контакта на линии зацепления

$$\theta = \arctg \frac{z}{r-x} , \quad (10)$$

а угол поворота зубчатого колеса

$$\varphi = \frac{z + y_0}{r_1} . \quad (11)$$

Здесь обозначено через  $r$  радиус делительной окружности шестерни. Тогда положение точки контакта на профиле нарезаемого зуба определяется по формулам

$$y = r_1 \sin \lambda , \quad x = r - r_1 \cos \gamma . \quad (12)$$

Для определения характеристик потребуется знание производных функции, описывающей профиль нарезаемого зуба  $y', y''$  и  $x', x''$ , если функция задана в параметрическом виде

$$\begin{aligned} y' &= r_1' \sin \lambda + r_1 \cos \gamma \cdot \gamma' , \quad x' = r_1' \cos \gamma + r_1 \sin \gamma \gamma' ; \\ y'' &= (r_1'' - r_1 \gamma'^2) \sin \gamma + (r_1 \gamma'' + 2r_1' \gamma') \cos \gamma ; \\ x'' &= (r_1 \gamma'' + 2r_1' \gamma') \sin \gamma - (r_1'' - r_1 \gamma'^2) \cos \gamma / \end{aligned} \quad (13)$$

А если функция, описывающая профиль зуба инструмента, задана в общем виде, то следует положить  $x' = 1$ ;  $x'' = 0$ .

Производные от угла положения  $\gamma$  соответственно равны:

$$\begin{aligned} \gamma' &= \frac{z' + y_0'}{r_1} - \frac{r_1''(z + y_0) + z'(r-x) - z}{r_1^2} ; \\ \gamma'' &= \frac{z'' + y_0''}{r_1} - \frac{2(z' + y_0')r_1'}{r_1^2} - \frac{r_1'''(z + y_0) + z''(r-x)}{r_1^2} + \\ &+ \frac{r_1'^2(z + y_0) + z'r_1'(r+x) - zr_1'}{r_1^2} , \end{aligned} \quad (14)$$

Производные от текущего радиуса имеют вид:

$$\begin{aligned} r_1' &= \frac{zz' - (r-x)}{r_1} ; \\ r_1'' &= \frac{(z'^2 + zz'')r_1 + x'r_1 - r_1'^2}{r} \end{aligned} \quad (15)$$

Для заплоской зоны (рисунок 2) можно использовать те же формулы (8-13), если учесть абсциссу  $x$  со знаком "минус".

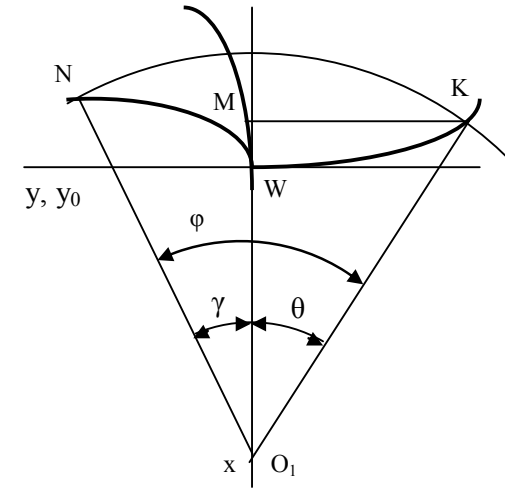


Рисунок.2 – Построение профиля зуба в заплоской зоне

**2. Приведенный радиус кривизны.** Его значение определяем по формуле

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} , \quad (16)$$

где  $\rho_1$  – радиус кривизны на головке одного из контактирующих зубьев;  $\rho_2$  – радиус кривизны на ножке сопряженного зуба.

Если известна точка контакта  $K(z, x)$  и величина радиуса кривизны  $\rho_1 = C_1 K$  (рисунок 3), а также угол зацепления в полюсе передачи  $\alpha_0$ , то по приведенным ниже формулам можно определить радиус кривизны поверхности, и, как следствие, можно вычислить приведенный радиус кривизны в зацеплении в текущей точке контакта  $K$ .

Действительно,  $C_1 W = C_1 K - KW$ , т.е.  $\rho_1 = C_1 W + KW$ , где

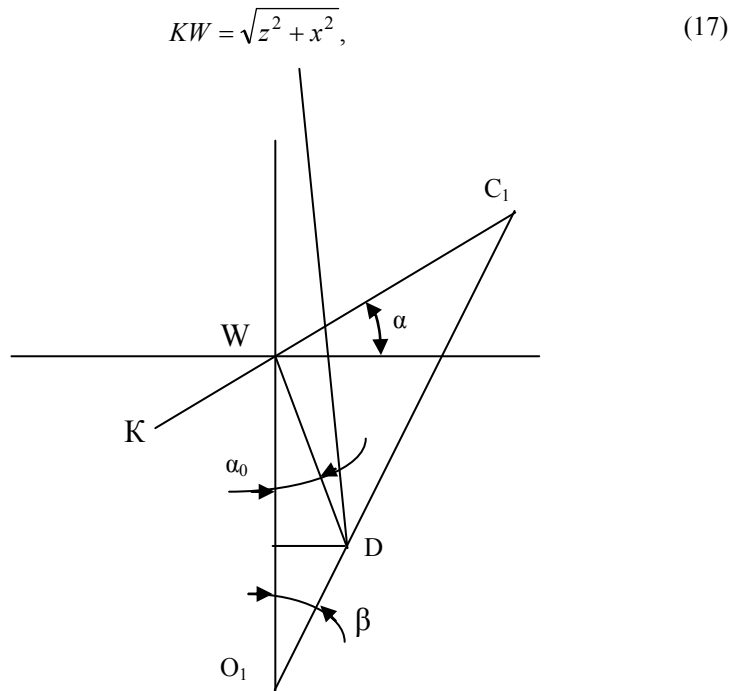


Рисунок 3 – К определению радиуса кривизны поверхности зуба

а расстояние  $C_1W$  определяется по теореме синусов

$$\frac{C_1W}{\sin(\alpha_0 + \beta)} = \frac{WD}{\cos(\alpha + \beta)}, \quad (18)$$

где угол смещения определяется по формуле

$$\beta = \text{arctg} \frac{k}{r - k \cdot \text{ctg} \alpha_0}, \quad (19)$$

текущий угол зацепления

$$\alpha = \text{arctg} \frac{x}{z}, \quad (20)$$

а расстояние  $WD$  выражается через коэффициент разности  $k$

$$WD = k / \sin \alpha_0, \quad (21)$$

**3. Коэффициент перекрытия зубчатой передачи** состоит из суммы коэффициентов перекрытия допальной и заплоской зон. Коэффициент перекрытия в каждой зоне определяется положением крайней точки контакта, в которой линия зацепления пересекает окружность выступов. В допальной зоне (рисунок 4)

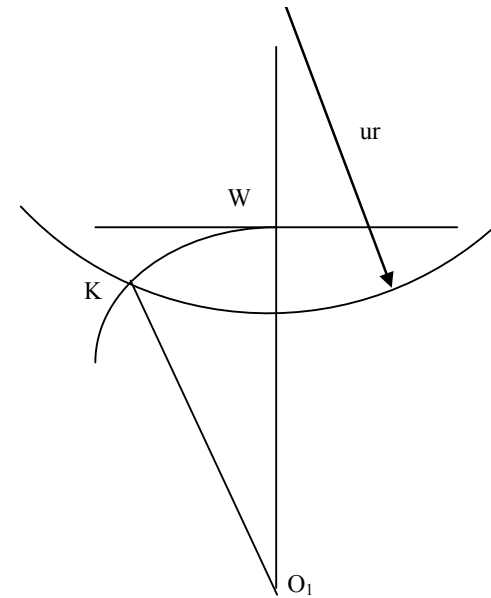


Рисунок 4 – К определению коэффициента перекрытия в допальной зоне

$$\varepsilon_1 = \theta_m / \tau, \quad (22)$$

где угловой шаг определяется числом зубьев  $z$

$$\tau = 2\pi / z, \quad (23)$$

а максимальное значение угла

$$\theta_m = \text{arctg} \frac{z_m}{ur + x_m}, \quad (24)$$

Здесь  $x_m, z_m$  – координаты крайней точки  $K$ .

В заплоской зоне соответственно

$$\varepsilon_2 = \theta_m / \tau, \quad (25)$$

$$\theta_m = \text{arctg} \frac{z_m}{r + x_m}, \quad (26)$$

**4. Ширина зуба** по окружности выступов. Если эта величина мала или вообще отрицательна, то приходится говорить о заострении зуба, которое в реальной зубчатой передаче не допустимо.

Ширина зуба по окружности выступов определяется по формуле

$$b_e = 2\left(\frac{\pi r}{z} - y_m\right), \quad (27)$$

где  $y_m$  – координата профиля зуба при  $x = x_m$ .

**5. Коэффициент удельного скольжения.**

$$\lambda_{ii} = \frac{V_1 - V_2}{V_i}, \quad (28)$$

где  $i=1,2$ . Значение  $V_i$  определяется производной  $y'(x)$ , если поверхность зуба описана в общем виде, или величиной  $y'(t)/x'(t)$  при описании поверхности зуба в параметрическом виде.

**6. Коэффициент полезного действия передачи** определяется по формуле, приведенной в работе [2]:

$$\eta = 1 - \frac{f}{nr} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\cos \alpha_i}, \quad (29)$$

где  $l_i$  – полюсное расстояние, определяемое по (17),  $\alpha_i$  – текущий угол зацепления, определяемый по (20);  $f$  – коэффициент трения скольжения в зацеплении;  $n$  – количество точек вычисления к.п.д. на рабочем участке.

**7. Обеспечение выпукло-вогнутого контакта в зацеплении.** Такой вид контакта значительно снижает контактные напряжения в зацеплении, для обеспечения чего выбирается значение коэффициента разнovidности из условия [3]

$$k \leq z \sin 2\alpha_0 / 4, \quad (30)$$

**Выводы.** В статье приведены все необходимые формулы для определения качественных характеристик зубчатого зацепления и передачи в целом.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник Харьковского национального технического университета «ХПИ». – Вып.10, т.2. – Харьков, 2002. – С.99-102.

*Поступила в редколлегию 22.04.09*

УДК 621.83:621.9.06

**С.І. ПАСТЕРНАК**, аспірант ІМВ ШУ, Штутгарт, Німеччина  
**Ю.М. ДАНИЛЬЧЕНКО**, д.т.н., проф., зав. каф. ПМ НТУУ "КПІ", Київ, Україна  
**М.Г. СТОРЧАК**, д.т.н., н.с. ІМВ ШУ, Штутгарт, Німеччина  
**А.В. КРИВОШЕЯ**, к.т.н., с.н.с. ІНМ НАНУ, Київ, Україна

### ЕКОНОМІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ КОНТУРНОЇ ОБРОБКИ ДЕТАЛЕЙ З ПЕРІОДИЧНИМИ ПРОФІЛЯМИ ДИСКОВИМ ІНСТРУМЕНТОМ

Економически обосновано использование контурной обработки дисковыми фрезами для изготовления деталей с периодическими профилями. Для этого с помощью технико-экономического расчета определено себестоимость обработки деталей этим методом и проведено её сравнение с себестоимостью обработки традиционными методами.

A feasibility study of contour machining of parts with the periodic profiles by the disk-shaped milling cutters was conducted. For this purpose a first cost of part's machining was defined by technical-economical computation and was compared with the first costs of machining by the conventional methods.

Деталі з періодичними профілями – круглі і некруглі зубчасті колеса з різними профілями зубів, колеса зубчастих пасових передач, храпові колеса зірочки ланцюгових передач, шліцові вали і т.п. (таблиця 1) – входять в склад більшості машин і механізмів і у той же час є одними з найскладніших для виготовлення деталей. При одиничному та дрібносерійному типах виробництва, які в сучасних умовах всесвітньої економічної кризи і викликаної нею зупинки масового виробництва виходять на передній план і набувають неабиякої ваги, вартість виготовлення таких деталей традиційними методами – копіювання і обкату – є дуже високою. Це зумовлено застосуванням при цих методах обробки спеціального та конструктивно складного інструменту і/або спеціального обладнання.

Одним з рішень проблеми низько-затратного виготовлення деталей такого типу в умовах одиничного та дрібносерійного виробництва є застосування при цьому простих і широко розповсюджених дискових фрез у поєднанні з кінематичними схемами, що забезпечують виготовлення коліс методом контурної обробки, і реалізуються з допомогою універсального обладнання (наприклад, оброблювального центру).

Про перспективність цього методу обробки вже неодноразово йшлося в літературі і доповідалося на конференціях [1-4]. Чимало було зроблено для теоретичного обґрунтування можливості його реалізації, включаючи розробку узагальненої математичної моделі процесу формування [2], математичне моделювання його кінематичних характеристик [3] і розрахунок продуктивності обробки [5]. Однак практично відсутня інформація щодо економічного ефекту від його практичного застосування для виготовлення деталей з періодичними профілями.

Таблиця 1 – Деталі з періодичними профілями

Зубчасті колеса з різними профілями				Некрутлі зубчасті колеса
Евольвентні	Циклоїдальні	Цівкові	Особливі	
				
Зірочки ланцюгових передач	Колеса зубчастих пасових передач	Храпові колеса	Шліцові вали	Кулачки та ін.
				

Тому наступним логічним кроком в дослідженні методу контурної обробки деталей з періодичними профілями дисковими фрезами є розрахунок економічного ефекту від його застосування у виробництві і відповідно визначення його місця серед інших методів обробки деталей такого типу.

Для прикладу, розрахуємо і порівняємо собівартість обробки деталей з періодичним профілем різними методами (обкату, копіювання і контурної обробки) (таблиця 2) в одному і тому ж оброблювальному центрі. Власне оброблювальному центру, як обладнанню для проведення обробки, було надано перевагу через те, що вони, з одного боку, є більш поширеними на малих машинобудівних підприємствах, ніж спеціальне обладнання, а з іншого боку, дозволяють реалізувати кожен з вибраних методів обробки і тим самим створити рівні умови для їх порівняння.


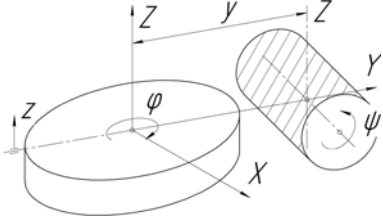
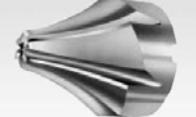
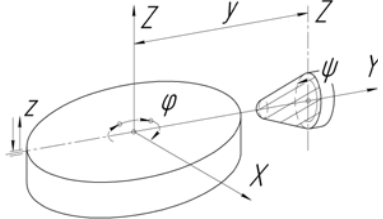

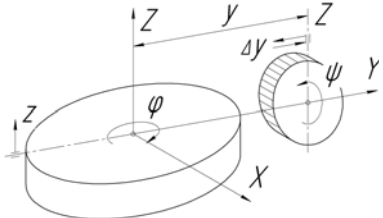

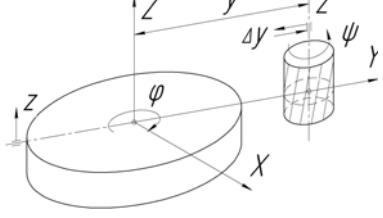
Технологічна собівартість операції металообробки може бути представлена у вигляді суми витрат трьох груп [6]:

$$C = C_A + C_B + C_V, \quad (1)$$

де  $C_A$  – витрати на заробітну плату, електроенергію і інструмент оснастку при виконанні технологічної операції, євро;  $C_B$  – витрати на амортизацію і ремонт універсального обладнання, утримання виробничих приміщень, євро;  $C_V$  – інші цехові, заводські і не виробничі витрати, євро.

Якщо при масовому виробництві усі затрати будуть безпосередньо залежати від норми часу  $t_j$  на операцію металообробки і розміру партії деталей  $P_n$  [6], то при одиничному і дрібносерійному виробництвах витрати на інструмент будуть залежати від цих параметрів опосередковано, тому що, як

Таблиця 2 – Методи обробки деталей з періодичним профілем

№	Метод	Інструмент	Схема обробки
1	Обкат черв'ячними фрезами	 Фірма "Fette"	
2	Копіювання модульними фрезами	 Фірма "Fette"	
3	Контурна обробка дисковими фрезами	 Фірма "Alberg"	
4	Контурна обробка пальцевими фрезами	 Фірма "Alberg"	

для виготовлення пари зубчастих коліс з модифікованим профілем зубів, так і для виготовлення сотні, необхідно купувати спеціальний інструмент, ціна якого в обох випадках буде однаковою. Тому середня собівартість обробки однієї деталі в одиничному і дрібносерійному виробництві, виходячи з рівняння (1), запишеться у вигляді:

$$C = t_j (K_{znj} + K_{yz}) + \frac{q(C_{incj} + C_{vidj})}{P_n}, \quad (2)$$

де  $j$  – номер операції металообробки відповідно до номеру метода обробки в табл. 2,  $j = 1 \dots 4$ ;  $t_j$  – норма часу на  $j$ -у операцію металообробки, яка визначається з основного часу обробки  $t_j \approx 1,1 \cdot t_{oj}$ , хв:

– для методу обкату (обробка черв'ячними фрезами) [7]:

$$t_{o1} = \frac{(l_{роб} + l_{спіз} + l_{неп}) \cdot z}{n \cdot S_o \cdot k_3}; \quad (3)$$

– для методу копіювання (обробка модульними фрезами) [7]:

$$t_{o2} = \left( \frac{(l_{роб} + l_{спіз} + l_{неп})}{S_m} + \frac{(l_{роб} + l_{спіз} + l_{неп})}{S_{зв.х.}} \right) \cdot z; \quad (4)$$

– для методу контурної обробки (обробка дисковими і пальчиковими фрезами) [8]:

$$t_{o3,4} = \left( \frac{l_{роб}}{S_m} + \frac{l_{ув}}{S_{ув}} \right) \cdot i_{np} \cdot z, \quad (5)$$

де  $l_{роб}$ ,  $l_{спіз}$ ,  $l_{неп}$ ,  $l_{ув}$  – відповідно довжина робочого ходу, врізання, перебігу та швидких ходів інструменту, мм;  $S_o$  – осьова подача інструменту, мм/об;  $S_m$ ,  $S_{зв.х.}$ ,  $S_{ув}$  – хвилинні подачі робочого руху, зворотного ходу та швидких переміщень інструменту, мм/хв;  $n$  – частота обертання інструмента, об/хв;  $k_3$  – число заходів фрези;  $z$  – кількість профілів деталі (для зубчастих коліс – кількість зубів);  $i_{np}$  – кількість проходів.

$K_{зпj}$  – норматив затрат на заробітну плату основних робітників при виконанні  $j$ -ї операції, який буде відрізнятися, в залежності від методу обробки, так як контурна обробка вимагатиме від робітника додаткового вміння використовувати САМ-програми для генерації кодів для системи ЧПУ, євро/хв;  $K_{уз}$  – узагальнений норматив затрат груп Б і В, включаючи електроенергію, який буде однаковим для усіх чотирьох розглянутих методів обробки, євро/хв;  $C_{інсj}$ ,  $C_{відj}$  – вартість інструменту і його відновлення (переточування) при виконанні  $j$ -ї операції, євро;  $P_n$  – розмір партії оброблюваних деталей, шт;  $q$  – кількість інструментів необхідних для обробки усієї партії деталей,

$$q = \frac{P_n \cdot t_j}{T_j \cdot n_{відj}}, \quad q \in Z, \text{ шт},$$

де  $T_j$  – середня стійкість інструмента між відновленнями (переточуваннями), хв;  $n_{відj}$  – максимальна кількість відновлень (переточувань).

При обробці деталей з різними періодичними профілями середня собівартість обробки однієї деталі визначається за формулою:

$$C_{сеп} = \frac{\sum_{i=1}^{k_{дем}} (C_i + C_{ни})}{k_{дем}}, \quad i \in Z, \quad (6)$$

де  $C_{ни}$  – вартість переналаштування верстату для обробки  $i$ -ї деталі, євро;  $k_{дем}$  – кількість деталей з різними періодичними профілями.

Результати розрахунків за формулою (2) середньої собівартості обробки однієї деталі в одиничному і дрібносерійному виробництві різними методами представлені на рисунках 1 і 2. Причому на рисунку 1 представлено залежність ціни операції нарізання різними способами зубчастого колеса модулем  $m = 7 \text{ мм}$ , кількістю зубів  $z = 20$  і шириною вінця  $b_w = 15 \text{ мм}$  від розміру партії. А на рисунку 2 представлено залежність ціни операції обробки від від

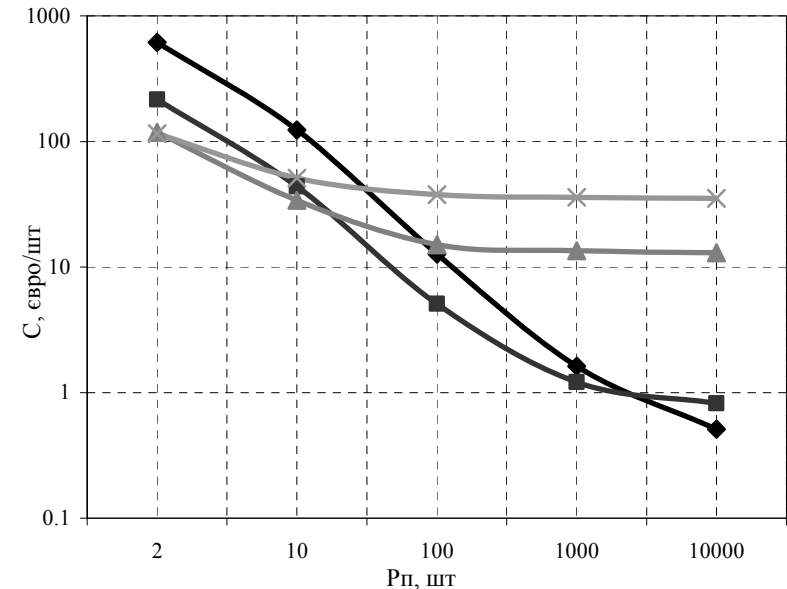


Рисунок 1 – Залежність собівартості зубообробки від розміру партії при різних методах обробки:  
 ◆ – чорв'ячна; ■ – модульна; ▲ – дискова; × – пальцева фреза

ношення ділильного діаметру зубчастого колеса  $d_w = 140 \text{ мм}$  до ширини зубчастого вінця  $b_w = 1..1000 \text{ мм}$  при одиничному  $P_n = 2 \text{ шт.}$  (рис. 2, а) і дрібносерійних виробництвах  $P_n = 10 \text{ шт.}$  і  $P_n = 20 \text{ шт.}$  (рисунки 2, а і б).

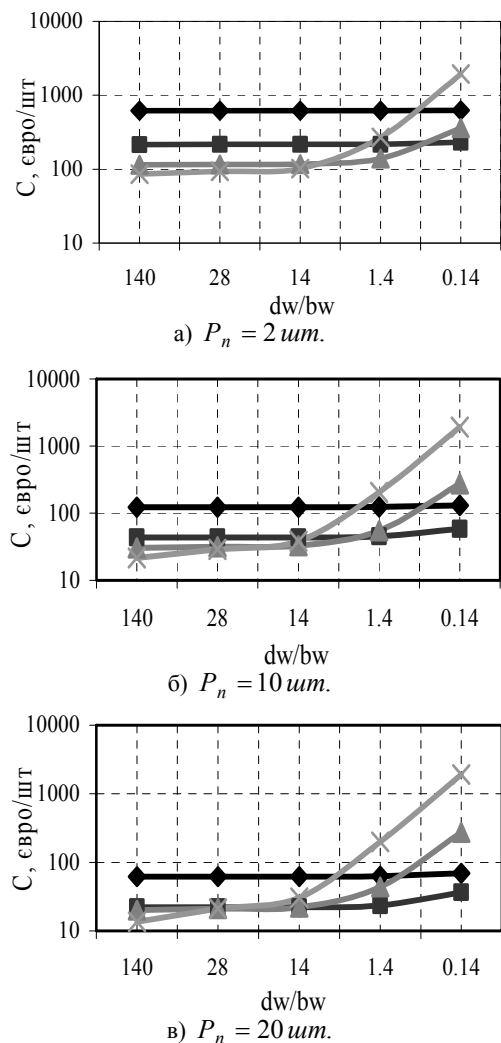


Рисунок 2 – Залежність собівартості зубообробки від співвідношення діаметру деталі до ширини вінця при різних розмірах партій і при різних методах обробки:

◆ – черв'ячна; ■ – модульна; ▲ – дискова; × – пальцева фреза

Загалом встановлено, що при виготовленні деталей з періодичними профілями середньої довжини  $d_w / b_w = 0,5..20$  і розмірах партій  $P_n = 1..20 \text{ шт.}$  даний спосіб обробки є не лише альтернативою традиційним процесам обробки (зубофрезерування черв'ячними, профільними і кінцевими фрезами), але й дозволяє значно знизити собівартість виготовлення деталей такого типу.

Більш чітко спостерігається економічна доцільність застосування контурної обробки дисковими фрезами у порівнянні з традиційними методами обробки, коли необхідно є висока гнучкість виробництва деталей з періодичним профілем, наприклад, при почерговій обробці чотирьох різних деталей з відмінними періодичними профілями – трьох евольвентних зубчастих коліс різного модуля  $m$  і кількості зубів  $z$  (рисунки 3, а, б і в) і одного цівкового зубчастого колеса для цівок радіусом  $r_u$  і кількості зубів  $z$  (рисунки 3, г).

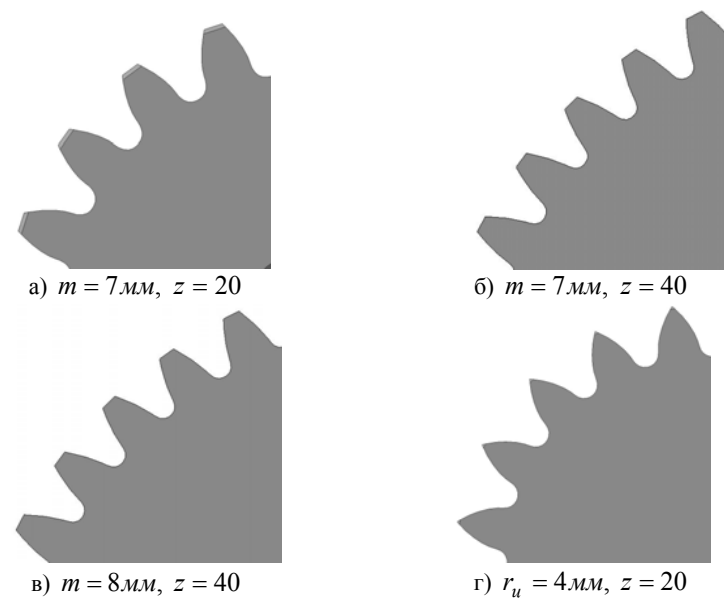


Рисунок 3 – Оброблювальні деталі з періодичним профілями (а, б, в – евольвентні зубчасті колеса; г – цівкове колесо)

Для наведеного прикладу за формулою (6) було розраховано середню собівартість обробки однієї деталі при різних методах обробки. При цьому основними затратами, які у кінцевому результаті найбільше вплинули на собівартість обробки, виявилися основний час обробки і вартість інструменту.

І хоча, з одного боку, основний час обробки  $t_o$  одного періодичного профілю (у даному випадку зуба) при одній і тій же швидкості різання  $v_c = 250 \text{ м/хв}$  при контурній обробці виявився від 20 до 100 разів довшим, ніж при обкаті чи копію-

ванні (рисунок 4, а), що пов'язано зі складною кінематикою формоутворення, більшою довжиною робочих ходів і невисокою жорсткістю інструмента, яка не дозволяє інтенсифікувати процес контурної обробки. А з іншого боку, затрати на інструмент виявились від 15 до 50 разів меншими (рисунок 4, б), що зумовлено високою гнучкістю контурної обробки – для обробки чотирьох заданих деталей методом обкату потрібно три різні черв'ячні фрези, а методом копіювання, навіть, чоти-

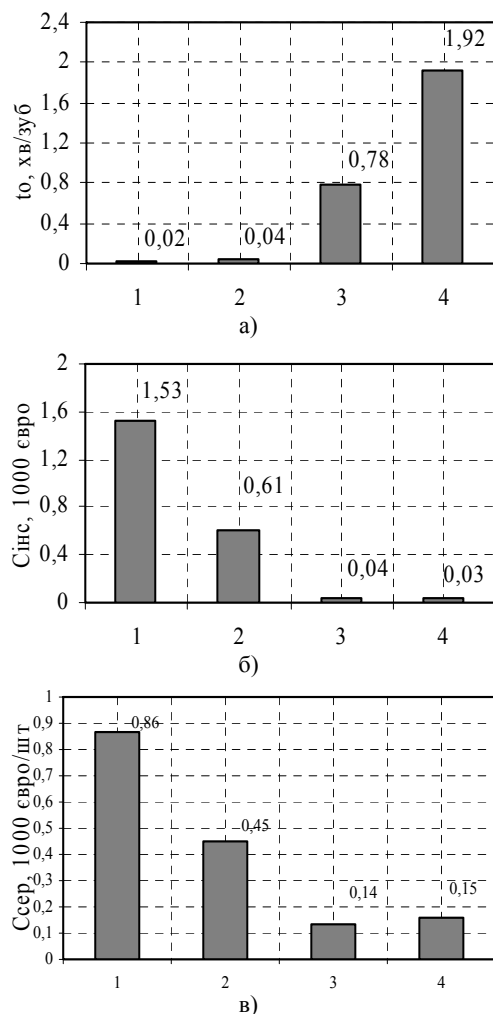


Рисунок 4 – Основний час обробки одного зуба (а), середні затрати на інструмент (б) і середня собівартість зубообробки при різних методах обробки:  
1 – черв'ячна; 2 – модульна; 3 – дискова; 4 – пальцева фреза

ри різні модульні фрези, у той час, коли при контурній обробці достатньо одного і того ж інструмента. У кінцевому результаті, середня собівартість виготовлення однієї деталі при контурній обробці виявилась у 3-6 разів нижчою, ніж при традиційних методах обробки (рисунок 4, в). Це, у свою чергу, дозволяє в умовах одиничного і дрібносерійного виробництва отримати неабияку економічну вигоду.

### Висновки.

1. Отримані результати техніко-економічно розрахунку і порівняння собівартості обробки деталей з періодичними профілями різними методами обґрунтовують економічну доцільність упровадження на виробництві контурної обробки дисковими фрезами.

2. Встановлені оптимальні для даного методу обробки розміри оброблюваних деталей з періодичним профілем ( $d_w / b_w = 0,5..20$ ), а також розміри їх партій ( $P_n = 1..20 \text{ шт}$ ) визначають певну нішу ринку виробництва деталей такого типу, яку даний метод обробки може частково або повністю зайняти, витіснивши при цьому традиційні методи обробки. Зокрема, це стосується виробництва крупно-модульних зубчастих коліс великого діаметру, для якого власне характерними є малий розмір партій деталей і висока ціна спеціального інструменту необхідного для їх виготовлення.

3. Значно більший економічний ефект, ніж оптимальні розміри оброблювальних деталей, а також розміри їх партій, дає висока гнучкість даного методу обробки. Це зумовлено насамперед відсутністю витрат на закупівлю нового інструменту при зміні форми і розміру оброблюваних періодичних профілів. І дозволяє при одиничному і дрібносерійному виробництві уже при виготовленні четвертої деталі з іншим періодичним профілем знизити собівартість обробки у 3-6 разів і отримати значну вигоду.

**Список літератури:** 1. Коганов И.А. Прогрессивная обработка зубчатых профилей и фасонных поверхностей. – Тула: Приокское книжн. из-во, 1970. – 180с. 2. Данильченко Ю.М., Пастернак С.І. та ін. Кінематика формоутворення циліндричних зубчастих коліс з заданим профілем дисковим інструментом // Вестник НТУУ "Київський політехнічний інститут", сер. Машиностроєння. – 2005. – № 46. – С. 104-108. 3. Данильченко Ю.М., Пастернак С.І. та ін. Математичне моделювання законів руху дискового інструменту при обробці зубчастих коліс довільного профілю // Вестник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Машиностроєння. – 2006. – №49. – С. 112-118. 4. Пастернак С.І., Данильченко Ю.М. та ін. Контурна обробка зубчастих коліс з довільним профілем зубів дисковими інструментами // Матеріали доповідей Міжнародної науково-технічної конференції студентів, аспірантів і молодих вчених "Прогресивні напрямки розвитку машино-приладобудівних галузей та транспорту". – Севастополь: В-во СевНТУ, 2007. – С. 90-91. 5. Данильченко Ю.М., Пастернак С.І., та ін. Продуктивність контурної обробки зубчастих ланок дисковим інструментом // Вестник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Машиностроєння. – 2008. – №53. – С. 215-225. 6. Биктимов Р., Гречинников В., и др. Управление качеством, персоналом и логистика в машиностроении: Учебное пособие. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2005 – 256с. 7. Овумян Г.Г., Адам Я.И. Справочник зубореза – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1983 – 223с. 8. Общемашиностроительные нормативы времени и режимов резания для нормирования работ, выполняемых на универсальных и многоцелевых станках с числовым программным управлением. – М.: Экономика, 1990. – Ч. I-II.

Надійшла в редакцію 30.04.09

**А.Г. ПРИЙМАКОВ**, к.т.н., профессор ХГТУСА, г. Харьков  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доцент НТУ "ХПИ", г. Харьков  
**В.Н. СТАДНИЧЕНКО**, канд. техн. наук, профессор НАУ, г. Киев

**СТРУКТУРНАЯ ПРИСПОСОБЛИВАЕМОСТЬ  
 МАТЕРИАЛОВ ЗУБЧАТЫХ ПАР –  
 КЛЮЧ К СОЗДАНИЮ КВАЗИБЕЗИЗНОСНОГО ТРЕНИЯ**

Розглянуто створення фізичної моделі структурної пристосованості, що описує лінійні і нелінійні процеси в зубчастих трибологічних системах для оптимізації процесів тертя, аж до отримання режиму квазібездозносного тертя.

Creation of physical model of structural adaptability, describing linear and nonlinear processes in the toothed tribologies systems for optimization of friction processes is considered, up to the receipt of the kvazi-nonwear friction mode.

**Введение.** Минимальные принципы и устойчивость явления структурной приспособливемости (СП) конструкционных материалов описаны в работах [1...4].

Целью данной статьи служит создание физической модели СП, описывающей линейные и нелинейные процессы в зубчатых трибосистемах (ТС) для оптимизации процессов трения в них, вплоть до получения режима квазибездозносного трения.

**Физическая модель СП.** Описанный ниже механизм явления СП показывает, что при этом явлении минимальные принципы проявляются в форме минимизации эффективного объема всех видов взаимодействия твердых тел и среды при трении (деформационного, химического, электромагнитного и др.), что описывается физической моделью (рисунок 1), полученной в результате анализа теоретических и экспериментальных исследований [5...9].

Этот принцип может быть записан в виде

$$\int_V \frac{\Delta E(V)}{A} dV = \min, \tag{1}$$

и иллюстрируется схемой на рисунке 2, где направление *z* является нормалью к поверхности трения, линией 1 показано приращение внутренней энергии при структурной приспособливемости, локализованной в зоне 1 первичных структур; линией 2 ограничена область приращения внутренней энергии при других процессах трения (повреждаемости).

Следствиями принципа являются условия

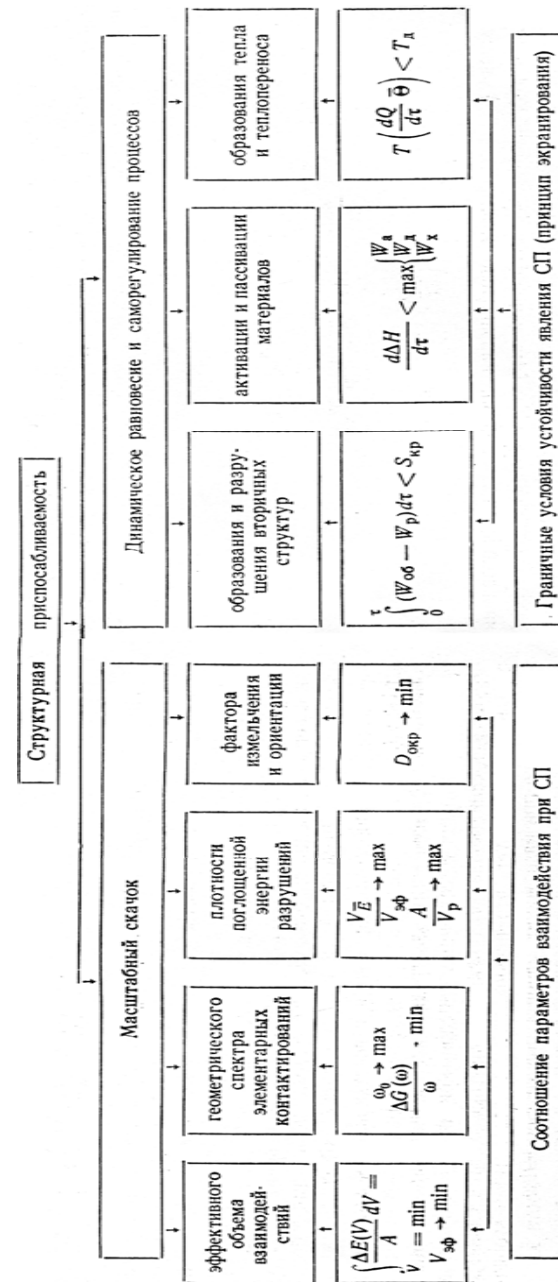


Рисунок 1 – Физическая модель СП при трении в зубчатых парах



$$\left. \begin{aligned} V_{\text{эф}} &\rightarrow \min; \\ \frac{A}{V_p} &\rightarrow \max; \\ \frac{V_{\bar{E}}}{V_{\text{эф}}} &\rightarrow \max, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $V_{\text{эф}}$  – эффективный объем взаимодействий;  $V_p$  – объем разрушенного материала;  $V_{\bar{E}}$  – объем материала, поглотившего энергию  $\bar{E}$ , близкую к предельной.

Таким образом, при явлении СП происходит масштабный и энергетически скачок, состоящий в локализации эффективного объема  $V_{\text{эф}}$  и достижения в этом объеме предельной энергонасыщенности разрушаемой фазы, что реализуется путем перехода материала к метастабильному состоянию, соответствующему максимальной прочности.

Экспериментально установлено, что удельная работа разрушения при СП на несколько порядков выше, чем при других процессах трения [1...3].

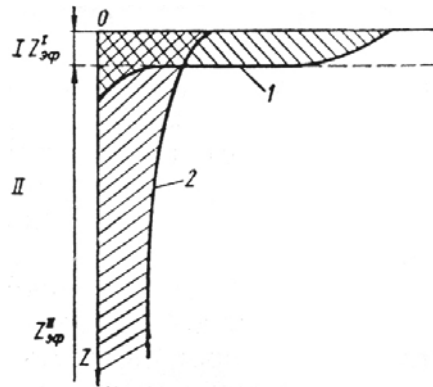


Рисунок 2 – Схема распределения поглощенной энергии при структурной приспособляемости (1) и других процессах трения (2):  
 $z_{\text{эф}}$  – эффективная толщина вторичных структур

Минимальные принципы внешнего трения при явлении СП также проявляются и в соответствующем изменении геометрии поверхности раздела контактирующих тел. При переходе от состояния поверхностей после технологической обработки к состоянию СП происходит масштабный скачок геометрического спектра элементарных контактирований. Если в первом случае дискретность фактического контакта главным образом проявляется на уровне микронеровностей, то при СП дискретность контактирования определяется

размерами субмикронеровностей порядка сотен и тысяч нанометров (того же порядка, что и толщина пленок вторичных структур и протяженность области когерентного рассеивания). Это соответствует смещению частот геометрического спектра в сторону высоких частот, т.е. нижняя частота спектра  $\omega_0 \rightarrow \max$ . При этом уменьшаются и амплитудные значения спектра или его "энергия"  $\Delta G(\omega)$ , соответствующая частоте  $\omega$ , т.е.  $\Delta G(\omega)/\omega \rightarrow \min$ .

Минимизация трения и износа при СП реализуется также посредством резкого уменьшения факторов ориентации. В данном случае в качестве фактора ориентации выбрана дисперсия области когерентного рассеивания  $D_{\text{окр}}$ , которая при СП стремится к минимуму. Направление ориентации совпадает с направлением относительного перемещения.

Граничные условия существования СП представляют принцип экранирования, состоящий в том, что скорости деструктивных и восстановительных процессов в зоне трения должны быть согласованы таким образом, чтобы обеспечивалась достаточная экстенсивность пассивирования поверхностей трения (площадь  $S_{\text{кр}}$ ), а вероятность встречи активных (ювенильных) участков была пренебрежимо мала. Этот принцип позволяет записать следующие граничные условия [8, 10]:

$$\int_0^t (W_{\text{об}} - W_p) d\tau > S_{\text{кр}}; \quad (3)$$

$$\frac{d\Delta H}{d\tau} < \max\{W_a, W_d, W_x\}; \quad (4)$$

$$T\left(\frac{dQ}{d\tau}, \bar{\Theta}\right) < T_d. \quad (5)$$

Условие (3) накладывает ограничения на скорости образования  $W_{\text{об}}$  и разрушения  $W_p$  вторичных структур. Условие (4) состоит в требовании того, чтобы одна из скоростей возможных пассивирующих процессов (адсорбции  $W_a$ , диффузии  $W_d$ , химических реакций  $W_x$  и т.п.) была выше скорости активации – приращения энтальпии  $d\Delta H/d\tau$  трансформируемого объема  $V_{\text{эф}}$ . Условие (5) накладывает ограничения на температуру поверхностей трения  $T$ , зависящую от скорости теплообразования  $dQ/d\tau$  и теплофизических констант  $\bar{\Theta}$  системы; эта температура не должна быть выше критической температуры деструктивных процессов  $T_d$  (десорбции, химического разложения и т.п.).

**Экспериментальное исследование структурной приспособляемости.** Анализ экспериментальных данных [7, 9, 10] по исследованию явления СП позволяет сделать следующие количественные оценки параметров:

$$\left. \begin{aligned} z_{\text{эф}} < 100 \text{ нм}; \\ \int_0^{z_{\text{эф}}} \frac{\Delta E(z)}{A} dz < 0,01; \\ \frac{A}{V_p} > 10^6 \text{ Дж/мм}^3; \\ \frac{V_E}{V_{\text{эф}}} > 0,9. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Например, для металлических материалов интенсивность поверхностного разрушения при СП имеет порядок  $10^{-2} \text{ мм}^3/(\text{см}^2 \cdot \text{км})$ .

Эти оценки могут быть приняты для расчета интенсивности нормального (допустимого) износа и использованы для оптимизации процессов трения.

С целью экспериментального подтверждения возможности структурной приспособляемости материалов зубчатых колес, а также условий ее возникновения, авторами был проведен комплекс трибологических исследований на компьютеризованном трибологическом комплексе, описанном в [11]. Процесс трения зубчатых пар имитировался на машине трения 2070СМТ в двух характерных для зубчатых передач режимах: трение качения и трение качения с 20% проскальзыванием, а также с варьированием наиболее типичных для зубчатых пар машинных масел: Б-3В, МС-8П, ИПМ-10, ИГМ-10.

На рисунке 3 показана структурная схема программного нагружения образцов пар трения в условиях регулирования теплового потока, т.е.  $S_i \rightarrow \text{var}$ ; отметим, что таким способом варьируется и уровень структурной энтропии  $E_i \approx S_i$ .

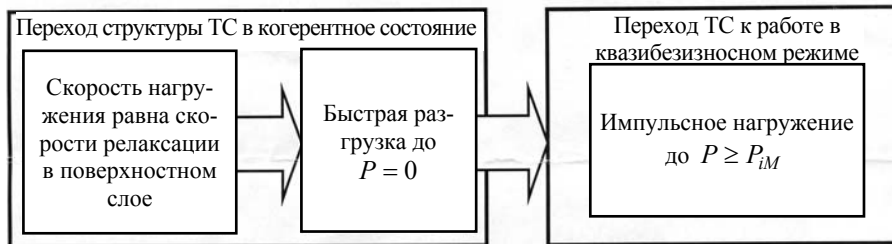


Рисунок 3 – Программное нагружение для моделирования квазибездозносного трения:  $P$  – давление в зоне контакта зубчатой пары

На рисунке 4 показано изменение во времени избыточной энтропии  $\delta^2 S$  в случае асимптотической устойчивости (1), нейтральной устойчивости (2) и неустойчивости (3) для пары из материалов Сталь 30ХНМА/Сталь 40Х при условиях:  $V = \text{const}$ ,  $P = \text{const}$ , масло – Б-3В.

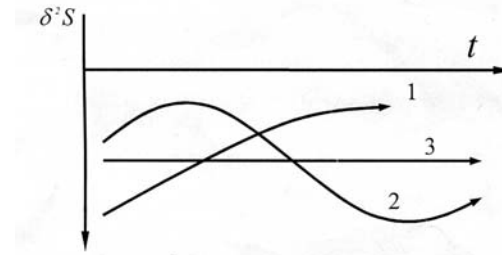


Рисунок 4 – График зависимости  $\delta^2 S = f(t, \lambda)$ :

$\delta_x P < 0$  при  $t \geq t_0$  – стойкое стационарное состояние;  $\delta_x P > 0$  при  $t \geq t_0$  – асимптотически стационарное состояние;  $\delta_x P(\lambda_c) = 0$  при  $t \geq t_0$  – нейтральная стойкость;  $\lambda_c$  – критическое значение  $\lambda$  ( $\lambda$  – мера отдаленности от равновесия)

На рисунке 5 для тех же образцов и тех же условий, но при  $S_e \rightarrow \text{var}$  показано, как регулированием теплового потока обеспечивается переход от самоорганизации ТС к ее СП, причем интенсивность изнашивания  $I = f(t)$  во времени изменяется скачкообразно (ступенчато).

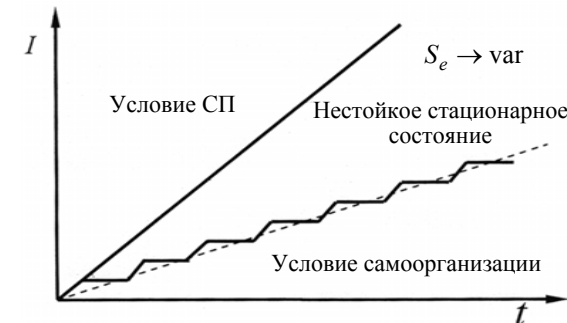


Рисунок 5 – График зависимости  $I = f(t)$

На рисунке 6 а,б показана эволюционная ветвь изменения противозносных свойств трибосопряжения Сталь 30ХГСА/Сталь 45, испытанного в среде масел Б-3В, МС-8П, ИПМ-10, ИГМ-10 при  $V = \text{const}$ ,  $P = \text{const}$ .

На основании теоретических и экспериментальных исследований авторы разработали представленную на рисунке 7 методику исследований процессов эволюции ТС вплоть до саморегулирования  $dS/dt$ ;  $dH/dt$  ( $H$  – энтропия ТС).

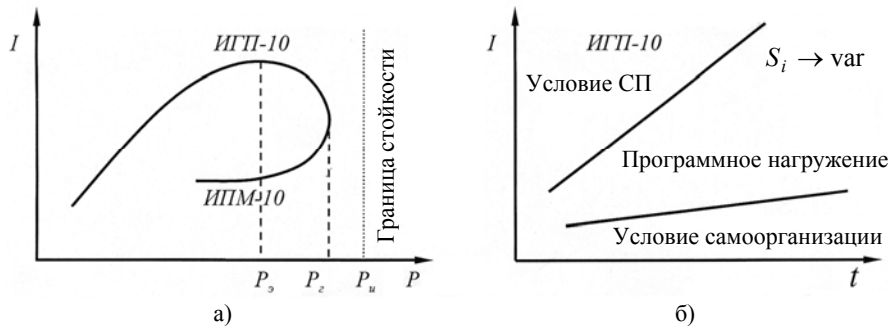


Рисунок 6 – Практическая реализация квазибездозного трения пары Сталь 30ХГСА/Сталь 45:

а) график зависимости  $I = f(t)$ ; б) график зависимости  $I = f(t)$  при  $S_i \rightarrow \text{var}$

### Выводы.

1. Теория и практика структурной приспособляемости конструкционных материалов зубчатых пар позволяет вплотную подойти к формированию условий квазибездозного трения в трибосистемах зубчатых пар.
2. Создана мотивированная физическая модель СП в зубчатых парах.
3. Впервые сделаны количественные оценки параметров трения в зубчатых парах, в частности, интенсивности допустимого износа, что позволяет управлять процессом структурной приспособляемости материалов зубчатых пар.
4. Разработана методика исследования процессов эволюции ТС вплоть до саморегулирования в них.

**Список литературы:** 1. Костецкий Б.И., Носовский И.Г., Караулов А.К. и др. Поверхностная прочность материалов при трении. – Киев: Техника, 1976. – 296с. 2. Расчет износостойкости трущихся поверхностей машин / Под ред. А.А. Благоурава. – М.: ВНИИНМАШ, 1972. – 296с. 3. Иванова В.С. Синергетика: Прочность и разрушение металлических материалов. – М.: Наука, 1992. – 160с. 4. Коллинз Д. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание. Предотвращение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 615с. 5. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510с. 6. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 344с. 7. Бершадский Л.И. Основы теории структурной приспособляемости и переходных состояний трибосистем и ее приложение к задачам повышения надежности зубчатых и червячных передач: Автореф. дис... докт. техн. наук: 05.02.02. – Москва, 1982. – 48с. 8. Реология. Теория и приложения / Под ред. Э. Эйпиха: Пер. с англ. – М.: Инстр. лит-ра, 1962. – 822с. 9. Стадниченко В.М. Механизм формирования вторичных структур пар трения на базе методу електронно-акустичної емісії: Автореф. дис... докт. техн. наук: 05.02.04. – К.: НАУ, 2008. – 47с. 10. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Теорія зносостійкої витривалості та її застосування в машинобудуванні. – Харків: Оберіг, 2009. – 386с. 11. Приймаков А.Г., Стадниченко Н.Г. О механизмах структурной приспособляемости при абразивном изнашивании материалов // Проблемы трибологии: Междунар. научн. журнал. – 2004. – №2. – С.113–121.

Поступила в редколлегию 25.04.09

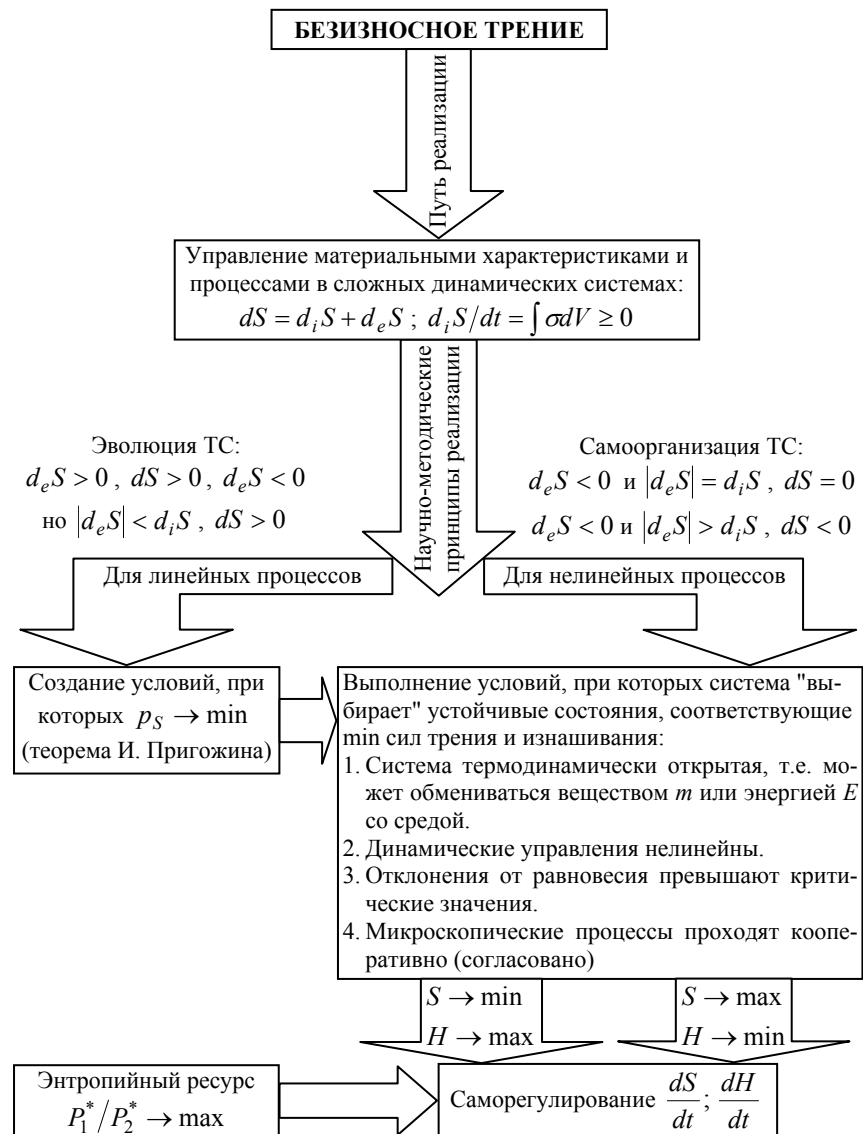


Рисунок 7 – Методика исследований процессов эволюции в трибосистемах

**В.В. РОМАНОВ**, к.т.н., технический директор ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект"  
**В.Е. СПИЦЫН**, к.т.н., главный конструктор ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект"  
**А.И. МИРОНЕНКО**, начальник отдела редукторов ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект"  
**Е.А. ГАМЗА**, ведущий инж.-констр. отд. редукторов ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект"

## ИОННО-ПЛАЗМЕННОЕ АЗОТИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ И СРЕДНЕ НАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС РЕДУКТОРОВ

Представлені результати іоно-плазмового азотування конічних та циліндричних зубчастих коліс. Висвітлена методика порівняльних випробувань цементованих і азотованих зубчастих коліс на стенді замкнутого контуру. Показані результати дефектації зубців з різною хіміко-термічною обробкою після їх випробувань.

The results of the nitriding of conical and cylinder gear-wheels are presented. The method of comparative tests of the cemented and nitrided gear-wheels is lighted up on a stand reserved a contour. The results of indents are rotined with different treatment after their tests.

**Введение.** Газотурбинные установки для кораблей на воздушной подушке и подводных крыльях, которые создаются в ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект", оснащены, в основном, угловыми редукторами с применением конических зубчатых передач в сочетании с передачами с цилиндрическими колесами. Как правило, высокоскоростные и тяжелонагруженные зубчатые колеса имеют цементуемые шлифованные зубья. Однако наряду с высокой нагрузочной способностью цементуемых зубчатых колес они имеют ряд следующих существенных недостатков:

1. Поводка зубчатых колес при высокой температуре закалки (~950°C) после цементации, в результате чего необходимо проводить дополнительную операцию шлифования зубьев и других особо точных поверхностей.

2. В процессе шлифования цементуемых поверхностей существует большая вероятность появления прижогов следствии отклонения от режимов технологического процесса.

3. Для выявления возможных прижогов (прижогов отпуска и вторичной закалки) вводится дополнительная гальваническая операция – травление, которая является экологически вредной.

4. Цементуемые зубчатые колеса имеют относительно невысокую температуру отпуска (~160°C), что ограничивает температурный режим и быстроходность редуктора.

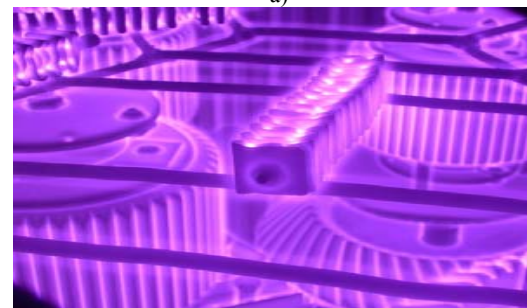
**1. Ионно-плазменное азотирование зубчатых колес.** С целью устранения вышеуказанных недостатков цементуемых зубчатых колес на ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект" проведены экспериментальные работы по сравнительной проверке работоспособности зубчатых колес с цементуемыми и

азотируемыми (ионно-плазменное азотирование – ИПА) зубьями конических и цилиндрических передач редукторов воздушного винта корабля на воздушной подушке. Проведенные работы заключались в следующем.

Два редуктора воздушного винта (нижний №1 и верхний №2) оснащены коническими и цилиндрическими зубчатыми колесами из материала 18X2H4MA ГОСТ 4543-71 с цементуемыми и шлифуемыми зубьями. Толщина слоя цементации после шлифования зубьев  $h > 1,0$  мм, твердость рабочей поверхности зубьев HRC=59. Другие аналогичные два редуктора воздушного винта (нижний №3 и верхний №4) оснащены такими же коническими и цилиндрическими зубчатыми колесами из материала 18X2H4MA, но с химико-термическим упрочнением зубьев методом ионно-плазменного азотирования (зубья после ИПА не шлифовались). Толщина слоя азотирования  $h = 0,40 \dots 0,45$  мм, твердость рабочей поверхности зубьев HV 685...700. При проверке геометрических параметров и пятен контакта сопрягаемых зубьев до и после ИПА отличий не обнаружено.



а)



б)

Рисунок 1 – Расположение азотируемых зубчатых колес на установке АР-63 (а), процесс ионно-плазменного азотирования (б).

Процесс ИПА проводился на совместном белорусско-американском

предприятия "Авицена Интернешнл" (г. Минск) на установке АР-63 в автоматическом режиме при температуре 487°С в азот, водород, аргонсодержащей плазме пульсирующего тока, время выдержки 70 часов (рисунок 1).

**2. Сравнительные испытания зубчатых колес с различной химико-термической обработкой.** Указанные редукторы воздушного винта №№ 1, 2, 3 и 4 проходили 100-часовые испытания на номинальном режиме на стенде замкнутого контура в научно-исследовательском отделении ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект" [1] по программе, предусматривающей получение следующих параметров:

- мощность, циркулирующая в замкнутом контуре – 7000 л.с.;
- частота вращения входных валов редукторов №1 и №3 – 7000 об/мин;
- окружная скорость в зацеплении конических зубчатых колес редукторов №1 и №3 –  $V=135,8$  м/с;
- окружная скорость в зацеплении цилиндрических зубчатых колес редукторов №2 и №4 –  $V=46,4$  м/с;
- контактные напряжения на поверхности круговых зубьев конических колес – редукторов №1 и №3  $\sigma_{H1}=1168$  МПа;
- контактные напряжения на поверхности прямых зубьев псевдопланетарной передачи редукторов №2 и №4 –  $\sigma_{H2}=912$  МПа.

Принципиальная схема испытательного стенда показана на рисунке 2, его внешний вид показан на рисунке 3.

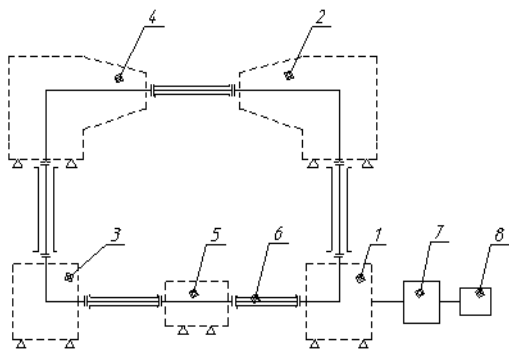


Рисунок 2 – Принципиальная схема испытательного стенда редукторов по замкнутому контуру

- 1, 3 – нижние редукторы; 2, 4 – верхние редукторы; 5 – гидравлический нагружатель; 6 – рессора измерения крутящего момента; 7 – стендовый мультипликатор; 8 – приводной электродвигатель.

**3. Результаты дефектации зубчатых колес с различной химико-термической обработкой после испытаний.** После выполнения 100 часовых испытаний все редукторы №№ 1, 2, 3 и 4 были разобраны и продефектированы. Результаты дефектации следующие.



Рисунок 3 – Внешний вид испытательного стенда редукторов по замкнутому контуру

Внешний вид цилиндрических и конических зубчатых колес с ионно-плазменным азотированием в удовлетворительном состоянии, следов натира, выкрашивания и заедания не наблюдается (рисунок 4).



Рисунок 4 – Состояние зубчатых колес с ионно-плазменным азотированием

Проверка поверхности зубьев неразрушающими методами контроля (магнитопорошковая дефектоскопия, люминесцентный контроль) каких-либо дефектов не обнаружила. Твердость поверхностей зубьев соответствует твердости после изготовления (HV~680-700). Геометрический контроль зубчатых колес также не обнаружил каких-либо отклонений по сравнению с исходным состоянием.

Состояние аналогичных зубчатых колес с цементированными зубьями также удовлетворительное (рисунок 5).

С целью внедрения ИПА в технологические процессы изготовления зубчатых колес, других деталей ходовой части редукторов и газотурбинных двигателей, а также различного режущего инструмента в НПКГ "Зоря" – "Машпроект" создана соответствующая установка для ИПА указанных деталей. На указанной установке отработаны технологические процессы ИПА. Сравнительные испытания конических колес с ИПА на установке производства ГП НПКГ "Зоря" – "Машпроект" и установке АР-63 (Беларусь) намечено провести на стенде замкнутого контура (рисунок 2) в III-м квартале 2009г.



Рисунок 5 – Состояние зубчатых колес с цементированными зубьями

Необходимо также отметить, что в девяностых годах прошлого столетия нашим предприятием в сотрудничестве с Московским высшим техническим училищем им. Баумана проводились исследования новой высокопрочной стали ВКС-7 с качественно лучшим способом поверхностного упрочнения – ИПА. Внедрение ИПА позволило получить ряд преимуществ по сравнению с

обычным печным газовым азотированием:

- более высокая скорость процесса;
- высокая экономичность, расход электроэнергии снижается в 3...5 раз, аммиака – в 30...80 раз;
- высокая пластичность азотированного слоя;
- повышенная контактная и изгибная выносливость;
- простота защиты поверхности в местах, не требующих азотации.

Для проверки повышенной контактной и изгибной выносливости проведены стендовые испытания зубчатых колес, изготовленных из стали ВКС-7 с ИПА, на одном комплекте цилиндрического псевдопланетарного редуктора энергетической установки ГТГ – 2500. Для сравнительных испытаний шестерни из ВКС-7 были изготовлены с шириной зубчатого венца 55 мм., в то время как аналогичные серийные шестерни из 18Х2Н4МА с обычным газовым азотированием имели ширину 95 мм. Редукторы с опытными и серийными шестернями испытывались также на специально созданном стенде замкнутого контура с перегрузкой по крутящему моменту на 25% выше номинального. Время испытаний составило 60 часов, при этом шестерни наработали  $1,5 \times 10^8$  циклов.

Дефектация редукторов после указанных испытаний показала удовлетворительное состояние зубчатых колес из стали ВКС-7 с ИПА. [2].

#### Выводы.

1. Цилиндрические и конические зубчатые колеса с ИПА работоспособны при окружных скоростях до ~140 м/с и контактных напряжениях  $\sigma_H=1170$  МПа.
2. На проверенных параметрах зубья, азотируемые методом ИПА, не уступают по работоспособности цементированным зубьям
3. При создании новых и модернизации существующих высокоскоростных и средне нагруженных редукторов целесообразно заменить цементруемые и шлифованные зубья на их ионно-плазменное азотирование. Указанная замена позволит:
  - 3.1. Исключить дорогостоящий и длительный процесс шлифовки зубьев после цементации, а следовательно и вероятность их прижогов.
  - 3.2. Повысить рабочую температуру в зубчатом зацеплении до 450 °С.
  - 3.3. Уменьшить вероятность заедания зубьев.

**Список литературы:** 1. *Сучасні проблеми триботехніки*: Матеріали I-ї міжнародної науково-технічної конференції – Миколаїв: НУК, 2007. – 144с. 2. *Известия академии инженерных наук Украины*, выпуск 1/1999.

*Поступила в редакцию 25.04.09*

**Д.С. СТАВРЕВ**, д.т.н., профессор факультета МТ, ТУ – Варна, Болгария  
**Ц.Д. ДИКОВА**, к.т.н., доцент факультета ДМ, МУ – Варна, Болгария

## ГЛУБИННО-ПОВЕРХНОСТНОЕ УПРОЧНЕНИЕ – МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Для упрочнения зубчатых колес используют методы термической и химико-термической обработки. При больших диаметрах и модулях химико-термическая обработка в принципе не применима. В тех случаях обычно выполняют улучшение в целом объеме до нарезки зубьев или поверхностную закалку на глубине 2-5мм для модулей свыше 7-8мм. Нами создан метод, разработано промышленное сооружение и введена в эксплуатацию технология, названная "глубинно-поверхностное упрочнение". Метод и технологию можно применять для упрочнения водимых и ведущих зубчатых колес диаметром 300-1300мм и модулем 5-12мм. Осуществляется предварительным подогревом объема колеса, газо-пламенным нагревом контура зацепления с проникновением тепла в глубину, следующим регулируемым душевым охлаждением и самоотпуском. После упрочнения твердость на поверхности достигла 32-40 HRC при глубине упрочненного слоя 15-25мм. Таким образом, долговечность зубчатых колес диаметром 1260мм и модулем  $m=9$ мм повысилась свыше 2,5 раза.

Methods of heat treatment and chemical heat treatment are usually used for gear-wheels hardening. But principally chemical heat treatment cannot be applied for gears of large diameters and modules. In these cases volume hardening following by high temperature tempering before cutting the gear teeth or surface quenching in depth of 2-5 mm for modules over 7-8mm are commonly used. We developed method, worked out equipment and implemented into production technology, called by us "in depth surface hardening". The method and technology can be used for hardening of different kinds of gear-wheels with diameters 300-1300mm and modules 5-12mm. It is realized by preliminary volume heating of the gear, gas-flame heating of the gearing contour accompanying by heat penetrating in the depth, following regulated shower cooling and self-tempering. The surface hardness after hardening reaches 32-40 HRC in depth of the hardening layer 15-25mm. Thus the life of the gear-wheels with diameter 1260mm and module  $m=9$ mm increases more than 2,5 times.

**1. Введение.** Для упрочнения зубчатых передач из конструкционных сталей обычно применяют методы термической и химико-термической обработки [1-5]. В машиностроении и автомобилестроении, в случаях серийных и массовых производств шестерен и зубчатых валов, технология цементации отвечает конструктивным требованиям. Применяют, так же, метод индукционного нагрева с последующей закалкой для достижения свойств на поверхности зацепления. При этом, удовлетворительные результаты получены при сквозном нагреве зубьев шестерен модулем до  $m=4,5$ . Для больших модулей (свыше 10) шестерни упрочняют методом индукционной закалки "по впадине" и "по фланкам". При этом, трудно избежать закалочных трещин, обычно возникающих в основании зубьев [4]. Вследствие гетерогенных деформаций нарушается геометрия зацепления, что особенно заметно при упрочнении шестерен с косыми зубьями. Для шестерен среднего модуля ( $m=5-10$ мм) и диаметра свыше 300мм применение цементации неприемлемо из-за наличия больших объемных деформаций и дорогостоящей дополнительной обработки [6]. В тяжелом машиностроении при конструировании крупных шестерен среднего и большого модуля требуется улучше-

ние (закалка с высоким отпуском) заготовки до твердости 250-300 НВ [2]. После чего следует нарезание зубьев. Достигнутые механические свойства зацепления часто являются недостаточными для достижения высокой прочности изгиба и контактной выносливости. Долговечность в данном случае недостаточна. Приходится делать периодические ремонты, которые связаны с большими затратами.

Нами разработан метод, названный "глубинно-поверхностное термическое упрочнение", создана технология и сооружение для реализации метода [7, 8]. Вследствие их применения достигнуто повышение долговечности зубчатых передач в тяжелом машиностроении. Описание метода, особенности технологии и сооружения, полученные результаты после их применения являются предметом настоящей работы.

## 2. Эксплуатационные и конструктивно-технологические основы.

Как было уже отмечено, классическое объемное улучшение и поверхностное упрочнение не являются подходящими для шестерен в большинстве случаев тяжелого машиностроения. Это относится особенно к шестерням модулями  $m=6-12$ мм и диаметрами 500-1500мм с косыми (шевронными) зубьями. Обычно эти передачи конструируют для высокоскоростных степеней больших редукторов горно-обогатительной, нефтедобывающей, геолого-разведочной, металлургической и химической промышленности. Основные требования здесь относятся к преодолению больших перегрузок крутящих моментов вместе со значительными контактными напряжениями. Это означает, что в зоне зацепления необходимо обеспечить одновременно сравнительно высокую твердость в линии контакта, достаточную прочность на изгибе в основании зубьев в сочетании с надежной ударной вязкостью.

По отношению подбора материала и технологии заготовки конструкции делаются из проката при использовании сварочного монтажа или из литой заготовки с последующей закалкой и высоким отпуском [9]. Применяют средне-углеродистую низко-легированную сталь с хорошей прокаливаемостью – 40X, 40XM, 40XMФ, 40XHM. Эти стали удовлетворительно свариваются.

В основе технологии и реализации процесса применены следующие термофизические характеристики [2].

Распределение температуры в отдельной точке нагреваемой детали:

$$T = f(r, t) \cdot K \quad (1)$$

где:  $r$  – пространственный радиус-вектор точки;  $t$  – время.

Распределение температуры в рамках объема в определенном моменте времени формирует температурное поле. Передача тепла из источника нагрева к нагреваемой поверхности в условиях конвективного теплообмена выражается формулой:

$$\Phi_{\sigma} = \alpha A (T_{\sigma} - T_k) \cdot W \quad (2)$$

где:  $\alpha$  – интегральный коэффициент теплопередачи,  $W/m^2 \cdot K$ ;  $A$  – площадь теплопередачи,  $m^2$ ;  $T_U$  – температура среды,  $K$ ;  $T_k$  – температура на поверхности детали,  $K$ .

Поток тепла в объеме нагретого материала:

$$\Phi = -\lambda \cdot \frac{A}{\delta} \cdot \Delta t, W \quad (3)$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала, W/m.K;  $A$  – поверхность теплового потока,  $m^2$ ;  $\delta$  – глубина, m;  $\Delta t$  – разница температур между точками, K.

Анализ уравнения (1), (2), (3) показывает, что распределение температур в объеме упрочняемой детали зависит от геометрии детали, теплофизических свойств нагреваемого источника и среды, теплофизических свойств материала, величины поверхности теплопередачи и градиента температуры между ней и энергетическим источником (средой).

Эти рассуждения относятся к процессу нагрева и охлаждения. В этом смысле можно сказать, что достижение определенных конструктивных качеств при термическом воздействии зависит, прежде всего, от детали, интенсивности нагрева и теплоотвода от поверхности зубчатого контура. Регулировки интенсивности нагрева и охлаждения можно достичь путем изменения конструкции, расположения и интенсивности (мощности) нагревательных и охлаждающих устройств. Этот подход был воспринят нами для решения конкретной задачи метода.

**3. Сущность метода и технологии.** Предложенная и реализованная нами зависимость температура-время процесса "глубинно-поверхностного упрочнения" показана на рисунке 1. Отдельные этапы метода отличаются следующим:

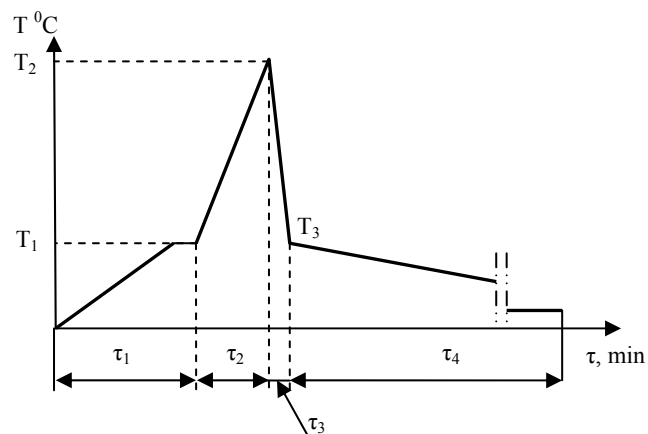


Рисунок 1 – Зависимость температура-время процесса "глубинно-поверхностного упрочнения" (схема):

$T_1$  – температура подогрева;  $T_2$  – температура нагрева для закалки контура;  $T_3$  – температура начала самоотпуска;  $\tau_1$  – время подогрева;  $\tau_2$  – время нагрева для закалки контура;  $\tau_3$  – время охлаждения при закалке;  $\tau_4$  – время самоотпуска.

Этап 1 – предварительный подогрев целого объема до выбранной температуры самоотпуска, который осуществляется печным или газопламенным способом. Температура и время зависят от конструкции – конфигурации, материала, требований к твердости и глубине слоя. Контроль температуры осуществляется контактным или инфракрасным термометром.

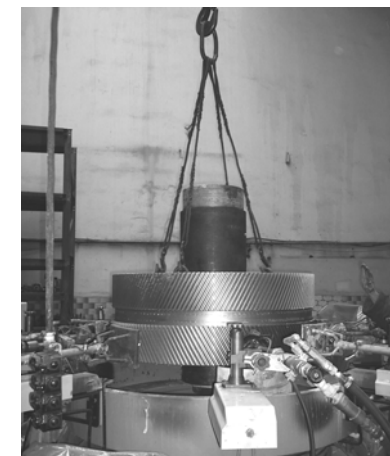


Рисунок 2 – Погружение установки

Этап 2а – установка детали (после печного нагрева) на сооружении (рисунок 2). Если подогрев осуществляется газопламенными горелками, установка проводится в начале процесса. При этом, обязательно следует сделать расстановку горелок и охлаждающих устройств по обрабатываемому контуру. Она сопровождается наладкой тепловой мощности нагрева и охлаждаемой мощности отвода тепла.

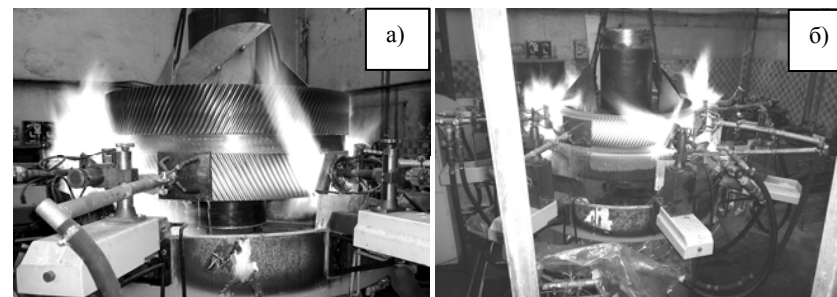


Рисунок 3 – Нагрев нижней – а) и верхней – б) полос двуполосатого шестерни шевронного зацепления

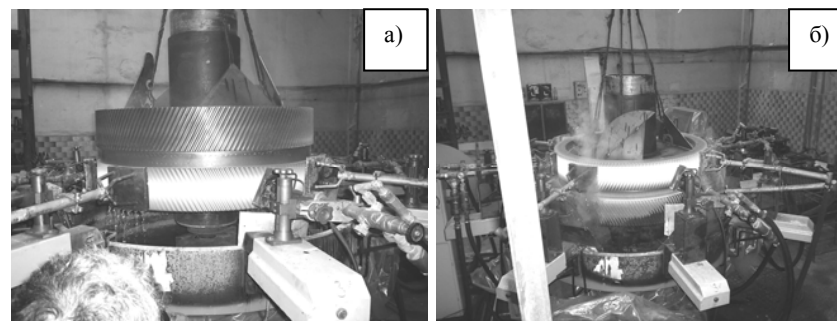


Рисунок 4 – Остановливание нагрева нижней – а) и верхней – б) полос шестерни



Этап 2б – нагрев контура зацепления до аустенитизации (рисунок 3). Продолжительность нагрева зависит от количества горелок и их расположения, тепловой мощности, площади теплообмена, выбранной температуры аустенитизации.

Этап 3 – останавливание нагрева, выдержка для выравнивания температур по площади контура (рисунок 4). Включается охлаждение водными душами. Продолжительность охлаждения зависит от дебита жидкости и охлаждаемой поверхности и массы (рисунок 5).

Этап 4 – останавливание охлаждения и начало самоотпуска за счет тепlopереноса из сердцевины шестерни (рисунок 6). Самоотпуск гарантирует отсутствие трещин зубчатого контура [9]. Его продолжительность зависит от температуры, условий нагрева и охлаждения, конфигурации и массы шестерни. Можно продолжить его за счет дополнительно вводимого тепла горелок малой мощности. Практически можно осуществить отпуск для коррекции твердости.

Процесс упрочнения двухполосных шестерен шевронного зацепления осуществляют в два этапа. Сначала упрочняют нижний контур, потом верхний (рисунок 3а и 3б). Шестерня шевронного зацепления модулем  $m=9\text{mm}$ ,

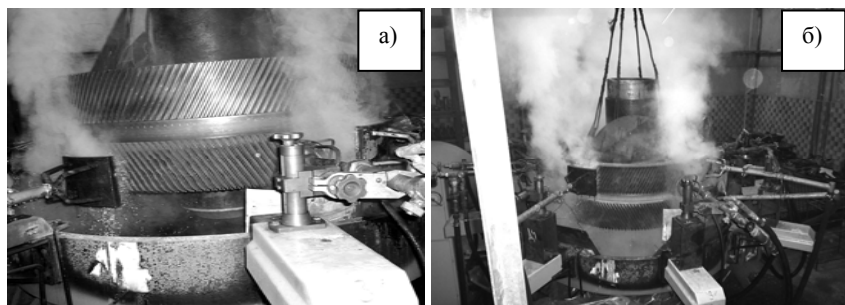


Рисунок 5 – Охлаждение нижней – а) и верхней – б) полос шестерни



Рисунок 6 – Останавливание охлаждения. Самоотпуск. Контроль температуры

диаметром 1260mm (рисунок 7) после упрочнения показала следующие результаты контроля: твердость поверхности зубьев 32-38 HRC, глубина упрочненного слоя (до твердости основного материала) 20-25mm.

**4. Промышленное сооружение.** Принципиальная схема сооружения показана на рисунке 8. Конструкция позволяет осуществить следующие возможности: упрочняемый диаметр – до 1300mm, высота упрочненной зоны при одно кратном нагреве (одним переходом) до 350mm, масса детали – до 2800kg. Вертикальный и установочный ход горелок и душевых устройств – 250mm. Максимальное число горелок – 8, максимальное число душевых устройств – 6. Скорость кручения основного вала – до  $20\text{min}^{-1}$ , регулируется бесступенно. Генерированная максимальная тепловая мощность горелок – 350 kW. Дебит охлаждающей системы – до  $250\text{dm}^3/\text{min}$ . Инсталлированная электрическая мощность (3x350V) – 3,5kW. Природный газ магистральный –  $P_n=0,3-0,5$  Мпа. Кислород магистральный технический –  $P_n=0,5-0,6$  Мпа. Воздух магистральный  $P_n=0,3-0,4$  Мпа. Охлаждаемая вода промышленная, механически фильтрованная  $P_n=0,5-0,7$  Мпа.

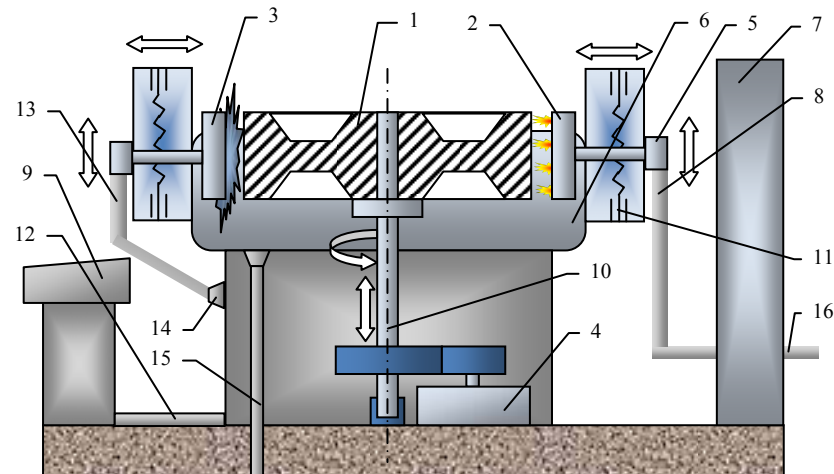


Рисунок 8 – Сооружение глубинно-поверхностного упрочнения (схема). 1-Обрабатываемая деталь; 2-Газо-кислородные горелки; 3-Душ охлаждения; 4-Задвижка кручения; 5-Кислородно-газовый инжектор; 6-Ванна отвода охлаждающей жидкости; 7-Шкаф регулировки рабочих газов; 8-Трубопроводы газовых потоков; 9-Пульт электроуправления; 10-Вал установочный; 11-Узел установки и передвижения горелок и душей; 12-Кабели электроуправления; 13-Шланг подвода воды; 14-Узел регулировки и управления охлаждающей жидкости; 15-Трубопровод отвода жидкости; 16-Трубопроводы технологических газов

**5. Результаты промышленного внедрения.** Метод и технология внедрены на заводе "Вапрес" в городе Плевен, Болгария. Упрочнены около 300 деталей тяжелого машиностроения. Реализация технологии на шестерни редуктора ленто-транспортной магистрали горно-добывающей промышленности позволило продлить срок эксплуатации до 2,5 раза.

**Выводы.** Разработанный метод для "глубинно-поверхностного упрочнения", технология и сооружение для их реализации позволило решить проблему упрочнения и повышения долговечности больших шестерен модулем до 12mm и диаметром до 1300mm. Метод реализуется предварительным подогревом, нагревом для закалки регулируемые газопламенными горелками, охлаждением регулируемые водными душевыми устройствами и следующим самоотпуском. Полученные твердость поверхности зацепления 32-38 HRC и глубина упрочненного слоя 20-25mm удовлетворяют конструктивные требования для новых и восстановленных шестерен. Применение этой технологии в реальных условиях повысило долговечность контура зацепления до 2,5 раза.

**Список литературы:** 1. *Warnecke H.-J.*, Einführung in die Fertigungs technik, B.G. Teubnet, Stuttgart, – 1993. – 428s. 2. *Technologie der Wärmebehandlung von Stahl*, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig. – 1987. – 672s. 3. *Большаков В.И., Долженков И.Е. и др.* Технология термической и комбинированной обработки металлопродукции. – Днепропетровск: Gaideamus, 2002. – 386с. 4. *Головин Г.Ф., Зимин Н.В.*, Технология термической обработки металлов с применением индукционного нагрева. – Ленинград: Машиностроение, 1990. – 87с. 5. *Friedrich*, Tabellenbuch Metall- und Maschinentechnik. – Ümmler Bonn, 1993. 6. *Лалев Б.И.*, Абразивная обработка металлов композитными дисками: Автореферат диссертации для присуждения ученой степени "кандидат технических наук". – Варна, 2005. 7. *Ставрев Д., Дикова Ц.*, Неконвенционална технология за термично обработване на инструменти и детайли // "Машины, технологии, материали". – 4-5, 2008. – С.30-32; 8. *Stavrev D., Dikova, Ts.*, Method for in depth surface thermal hardening // VI International Congress "Machinery, Technologies, Materials" MTM 2009, February 18-20, 2009. – Sofia, Bulgaria. – Vol.2. – P.5-8. 9. *Ставрев Д., Тонев Б., и др.*, Повърхностно дълбочинно уякчаване на ходови кола на подемно-транспортни машини // Машиностроене и електротехника. – 2006, №4-5. – С.132-135.

*Поступила в редколлегию 20.04.09*

УДК 621.83

**В.Е. СТАРЖИНСКИЙ**, ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси  
**В.Л. БАСИНЮК**, д.т.н., ОИМ НАН Беларуси  
**Е.И. МАРДОСЕВИЧ**, к.т.н., ОИМ НАН Беларуси  
**В.Ф. ХИЖЕНОК**, научный сотр. ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси

## **МНОГОПОТОЧНАЯ ПЛАНЕТАРНАЯ ПЕРЕДАЧА ЭКСЦЕНТРИКОВОГО ТИПА: РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ И АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Проанализовано геометрию планетарных багатопоточных зубчатых передач с малыми числами зубцов. Представлено технологию розрахунку геометрії зубців.

Geometry of epicyclic gear train of internal meshing with small tooth number difference between the ring gear and planet one, providing high gear ratio, is analyzed. Schematic diagram of eccentric gear train, containing the ring gear and movable output gear, both with internal teeth, and double-rim planet gears is considered. The technique of gearing geometry calculation and methodology of development of multipower-path planetary eccentric drive with double-rim planet gears are presented.

**Постановка проблемы.** Планетарные зубчатые передачи эксцентрикового типа широко используются в приводах разнообразных машин и механизмов благодаря возможности реализации больших передаточных отношений при высоких показателях массо-габаритных характеристик. Проблемы интерференции профилей зубьев, возникающие при создании передач внутреннего зацепления с минимальной разностью зубьев опорного колеса и сателлита, решаются разными способами, в том числе введением промежуточного сателлита, обеспечивающего передачу вращения от ведущего вала с эксцентриком через опорное колесо подвижному колесу выходного вала. Данная схема может быть усовершенствована установкой не одного, а нескольких промежуточных сателлитов, равномерно расположенных на орбите водила, что исключает присущий данной передаче дисбаланс и повышает ее несущую способность.

**Анализ литературы.** В планетарных эксцентриковых приводах используются передачи внутреннего зацепления, расчет геометрии которых регламентируется ГОСТ 19274-73. Малая разность зубьев  $z_d$  опорного колеса и сателлита позволяет реализовать высокие передаточные отношения, при  $z_d=1$  передаточное число  $u$  равно числу зубьев опорного колеса  $z_3$ . Для данного варианта передачи задача расчета сводится, в основном к выбору соответствующих коэффициентов смещения, обеспечивающих исключение интерференции профилей и необходимые качественные показатели [1, 2].

В работах авторов [3] показано, что приемлемое с точки зрения удовлетворения вышеназванным условиям решение состоит в создании передачи внутреннего зацепления, сателлит которой имеет постоянный коэффициент

смещения  $x_1 = -0,5$ , что исключает интерференцию вершин зубьев, а отсутствие интерференции профилей обеспечивается заданием соответствующего тангенциального смещения при нарезании сателлита. Возможными вариантами создания передач внутреннего зацепления с  $z_d = 1$  может быть также использование исходного контура с нестандартными параметрами, блокирующих контуров [2], а также проектирование передачи в обобщающих параметрах [4].

Наиболее радикальным решением проблем, возникающих во внутреннем зацеплении при  $z_d = 1$  является конструкция планетарной эксцентриковой передачи с промежуточным сателлитом [5]. В развитие такой схемы передачи с одним промежуточным сателлитом разработана схема многопоточной планетарной зубчатой передачи эксцентрикового типа, в которой сателлиты располагаются равномерно по окружности на периферии водила (являющимся, по сути, эксцентриком), а их зубчатые венцы смещены друг относительно друга на углы, соответствующий углам смещения впадин опорного и подвижного колес передачи в каждой из позиций сателлитов\*.

Основные положения геометрического расчета заявленной схемы планетарной эксцентриковой передачи приведены в [6]. В [6, 7] дана также методика расчета формирующих матриц, предназначенных для изготовления пластмассовых зубчатых колес с внешними и внутренними зубьями.

Для реализации схемы многопоточной планетарной эксцентриковой зубчатой передачи по схеме, см. рисунок 1 в настоящей статье дан вывод зависимостей, которые позволяют рассчитывать максимальное число сателлитов и углы смещения венцов в двухвенцовых сателлитах в зависимости от позиции, которую занимает каждый из сателлитов на орбите водила. На основе этих зависимостей построена анимационная модель передачи, подтверждающая возможность реализации передачи и позволяющая анализировать взаимодействие звеньев механизма.

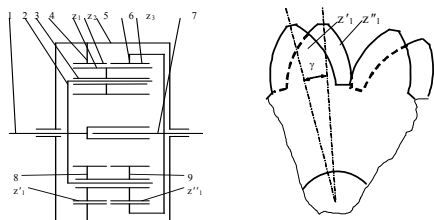


Рисунок 1 – Схема многопоточного планетарного эксцентрикового редуктора с одно (3) и двухвенцовыми (8,9) сателлитами

**Расчет числа сателлитов и углов, определяющих их взаимное положение на орбите водила.** Максимальное число сателлитов на орбите водила рассчитывают по формуле

$$n_{\max} = 2\pi a_w / (\cup A_1 A_2),$$

где  $a_w$  – межосевое расстояние эксцентриковой передачи;  $\cup A_1 A_2$  – длина дуги между точками пересечения

окружности диаметра  $d_{d1}$  вершин зубьев сателлита с окружностью радиуса  $a_w$ , см. рисунок 2.

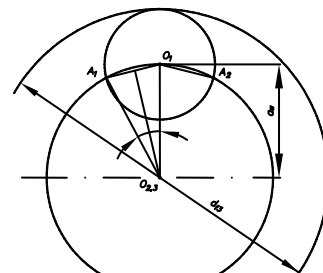


Рисунок 2 – Схема к расчету угла при определении максимального числа сателлитов в многопоточной планетарной эксцентриковой передаче

При  $c < 0,3m$  уменьшают полученное после округления число  $n_{\max}$  на две единицы.

**Расчет углов между сателлитами в многопоточной эксцентриковой передаче.** Углы между лучами, проведенными из центра опорного колеса через точки, определяющие положение осей сателлитов, рассчитываются с учетом смещения осей сателлитов на некоторую величину, значение которой зависит от номера позиции сателлита и определяется с учетом расположения зубьев каждого из венцов двухвенцового сателлита  $z_1^3$  и  $z_1^2$  во впадинах опорного  $z_3$  и подвижного  $z_2$  колес ( $z_1^3$  и  $z_1^2$  – венцы сателлита, зацепляющиеся соответственно с опорным и подвижным колесами).

Расчет углов, определяющих положение сателлитов на орбите водила, производится в следующей последовательности:

1) Угловой шаг зубьев опорного колеса  $z_3$ :

$$\gamma^{z_3} = 2\pi / z_3.$$

2) Угловой шаг зубьев подвижного колеса  $z_2$ :

$$\gamma^{z_2} = 2\pi / z_2.$$

3) Угол между лучами, проведенными через точки, обозначающие оси соседних сателлитов при равномерном расположении сателлитов на орбите водила:

$$\varphi = 2\pi / n.$$

4) Номера зубьев (впадин)  $N_i$  опорного колеса  $z_3$ , входящих в контакт с впадинами (зубьями) венца сателлита  $z_1^{100}$ :

$$N_i = i\varphi / \gamma^{z_3}, \quad (3)$$

где  $i$  – номер сателлита при движении по часовой стрелке (расчет – до  $n/2$ ).

Максимальное число сателлитов равно:

$$n_{\max} = \pi / \gamma, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – угол между радиусами, проведенными из центра опорного колеса в точку центра оси сателлита и точку пересечения окружности вершин сателлита с окружностью радиуса  $a_w$ .

Полученное значение  $n$  округляют до меньшего четного и проверяют наличие зазоров  $c$  между вершинами зубьев соседних сателлитов по формуле:

$$c = [(2\pi / n_{\max} - 2\gamma) / 2] a_w. \quad (2)$$

\* Заявка №а20080629 от 16.05.2008 г. на выдачу патента РБ «Планетарная зубчатая передача»

$$N_j = j\varphi / \gamma^{z_3}, \quad (4)$$

где  $j$  – номер сателлита при движении против часовой стрелки (расчет – до  $n/2$ ).

5) Углы  $\varphi_i^{z_3}$ , соответствующие номерам зубьев  $N_i$  колеса  $z_3$ :

- при отсчете по часовой стрелке:

$$\varphi_i^{z_3} = \gamma^{z_3} \cdot N_i, \quad (5)$$

- при отсчете против часовой стрелки:

$$\varphi_j^{z_3} = \gamma^{z_3} \cdot N_j. \quad (6)$$

6) Углы  $\varphi_i^{z_2}$ , соответствующие номерам зубьев  $N_i$  колеса  $z_2$ :

- при отсчете по часовой стрелке:

$$\varphi_i^{z_2} = \gamma^{z_2} \cdot N_i, \quad (7)$$

- при отсчете против часовой стрелки:

$$\varphi_j^{z_2} = \gamma^{z_2} \cdot N_j. \quad (8)$$

7) Разность углов  $\varphi_i^{z_2}$  и  $\varphi_i^{z_3}$ :

$$\Delta\varphi_i = \varphi_i^{z_2} - \varphi_i^{z_3}. \quad (9)$$

8) Фактическое положение осей сателлитов на орбите определяется углами  $\varphi_i$ :

$$\varphi_i = \varphi_i^{z_3} + \Delta\varphi_i / 2, \quad (10)$$

В таблице 1 в качестве примера приведены результаты расчета углов  $\varphi_i$  для передачи  $z_1=16$ ;  $z_2=99$ ;  $z_3=100$ ;  $n=12$ .

Таблица 1 – Значения углов, определяющих положение сателлитов на орбите водила

$\varphi^0$	$i$	$j$	$\varphi_i^{100,0}$	$\varphi_i^{99,0}$	$\Delta\varphi_i,^0$	$\Delta\varphi_i/2,^0$	$\varphi_i = \varphi_i^{100} + \Delta\varphi_i/2$
0	0		0	0	0	0	0
30	1		28,8	29,0909	0,290909	0,14545	28,94545
60	2		61,2	61,81818	0,61818	0,30909	61,50909
90	3		90	90,90909	0,90909	0,454545	90,454545
120	4		118,8	120,0	11,2000	0,600000	119,40000
150	5		151,2	152,72727	1,52727	0,763636	151,96363
180	6	6	180	181,818181	1,818181	0,90909	180,90909
210		5	151,2	152,727272	1,527272	0,76363	151,963636
240		4	118,8	120,0	1,200000	0,600000	119,40000
270		3	90	90,909090	0,90909	0,454545	90,454545
300		2	61,2	61,818181	0,618181	0,30909	61,5090909
330		1	28,8	29,090909	0,290909	0,14545	28,9454545
360		0	0	0	0	0	0

**Методика и алгоритм расчета углов смещения венцов двухвенцовых сателлитов относительно друг друга.** Принимая, что центры вращения каждого из двухвенцовых сателлитов располагаются на лучах, проведенных из центра  $O_{2,3}$  симметрично соответственно левому и правому налагаемых друг на друга профилям зубьев венцов сателлитов  $z_1^2$  и  $z_1^3$  (ось  $O_{2,3} Ci$ , см. рисунок 3), имеем из треугольника  $O_{1i}A_iB_i$ :

$$A_iB_i = 0,5d_{f_3} \sin(\Delta\varphi_i / 2);$$

$$\sin \delta_i = [0,5d_{f_3} \sin(\Delta\varphi_i / 2)] / R_i.$$

Углы, определяющие положение точки  $O_{1i}$  оси сателлита и точек  $A_i$  и  $B_i$  пересечения осей симметрии зубьев сателлитов с осями симметрии впадин соответственно опорного  $z_3$  и подвижного  $z_2$  колес передачи, рассчитывают по формулам (9), (10).

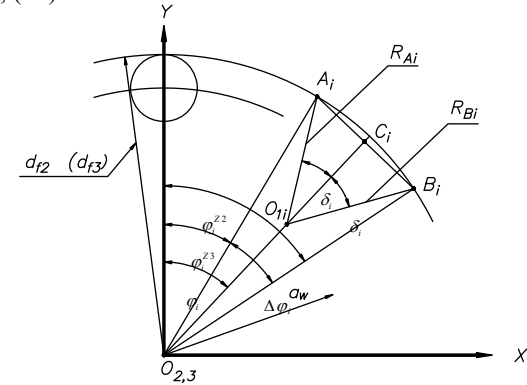


Рисунок 3 – Схема к расчету углов, определяющих положение осей сателлитов (точка  $O_{1i}$ ) и точек пересечения ( $A_i, B_i$ ) осей симметрии впадин опорного колеса с осями симметрии зубьев венцов двухвенцовых сателлитов

Для определения углов смещения венцов сателлитов  $\delta_i$  в каждой позиции запишем формулы для расчета координат точек  $O_{1i}$ ,  $A_i$  и  $B_i$ , длины отрезков  $O_{1i}A_i$  и  $O_{1i}B_i$ , см. рисунок 4 и направляющих косинусов этих линий в системе координат с началом координат в точке, соответствующей оси сателлита в каждом из положений  $i$  сателлитов на орбите водила и системой отсчета от нулевого положения ( $i=0$ ):

$$\bar{x} = x - x_0; \quad \bar{y} = y - y_0;$$

$$x_0 = a_w \sin \varphi_{O_{1i}}; \quad y_0 = a_w \cos \varphi_{O_{1i}}.$$

Тогда координаты радиусов  $R_{O_{1A}}$  и  $R_{O_{1B}}$  определяются из уравнений:

$$\bar{x}_{A_i} = (d_{f_3} / 2) \sin(\varphi_{O_{1i}} - \Delta\varphi_i / 2) - a_w \sin \varphi_{O_{1i}}; \quad (11)$$

$$\bar{y}_{A_i} = (d_{f_3} / 2) \cos(\varphi_{O_{1i}} - \Delta\varphi_i / 2) - a_w \cos \varphi_{O_{1i}}; \quad (12)$$

$$\bar{x}_{B_i} = (d_{f_3} / 2) \sin(\varphi_{O_{i1}} + \Delta\varphi_i / 2) - a_w \sin \varphi_{O_{i1}}; \quad (13)$$

$$\bar{y}_{B_i} = (d_{f_3} / 2) \cos(\varphi_{O_{i1}} + \Delta\varphi_i / 2) - a_w \cos \varphi_{O_{i1}}. \quad (14)$$

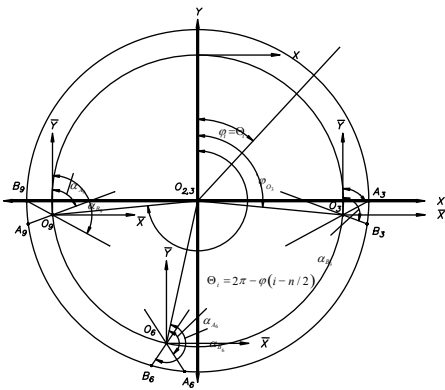


Рисунок 4 – Схема к расчету координат точек  $O_i$ ,  $A_i$ ,  $B_i$  и направляющих косинусов в системе координат  $XO_1Y$  центов смещения для спутников со стандартным исходным контуром:

$z$	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$x_{min}$	0,54	0,48	0,42	0,36	0,30	0,24	0,18	0,13	0,065

Таблица 2 – Углы  $2\delta_i$  поворота венцов спутников относительно друг друга

№№ позиций	$i$	$\Delta\varphi_i / 2, ^\circ$	$2\delta_i, ^\circ$
0	0	0	0
1	1	0,1454545	1,5453685
2	2	0,3090909	3,2832496
3	3	0,4545454	4,8273802
4	4	0,60	6,368054
5	5	0,7636363	8,103581
6	6	0,9090909	9,365096

В результате расчета имеем зависимость  $\delta_i = f(z_1)$ , представленную на рисунке 5.

**Оценка предельных минимальных габаритных размеров редуктора с многоспальной планетарной эксцентриковой передачей.** Минимальные радиальные габариты эксцентрикового редуктора, которые можно назначить из соображений практической целесообразности и наличия электропривода соответствующих габаритных размеров, оценивали, принимая в качестве исходных варианты параметров, указанных в таблице 3, см. рисунок 6.

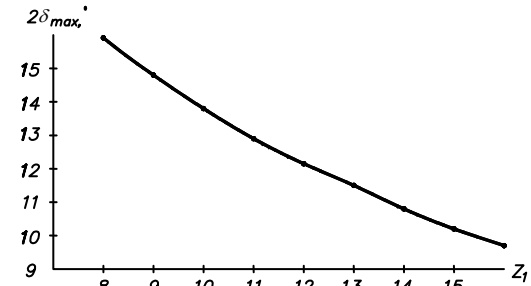


Рисунок 5 – Зависимость максимального угла  $\delta_{max}$  смещения венцов от минимального угла, свободного от подрезания, числа зубьев двухвенцового спутника (при  $i=n/2$ )

Таблица 3 – Массо-габаритные характеристики многоспальных планетарных эксцентриковых передач с промежуточными двухвенцовыми спутниками

Наименование, обозначение и размерность параметра	Численное значение параметра для варианта		
	А	Б	В
1	2	3	4
Модуль, $m$ , мм	0,1	0,3	0,45
Межосевое расстояние, $a_w$ , мм	4,493	13,219	18,675
Число зубьев – спутника, $z_1$	8	10	16
- подвижного колеса, $z_2$	99	99	99
- опорного колеса, $z_3$	100	100	100
Коэффициенты смещения $x_1$	0,54	0,42	0,35
$x_2$	0	0	0,35
$x_3$	-0,425	-0,437	-0,127
Диаметр вершин зубьев спутника, $d_{a1}$ , мм	1,108	3,852	8,415
Диаметр впадин опорного колеса, $d_{f3}$ , мм	10,165	30,488	46,011
Максимальное число спутников, $n$	24	20	12
Толщина зуба на окружности вершин спутника, $Sn_{a1}$ , мм	0,03	0,082	0,221
Зазор между вершинами зубьев соседних спутников, $c$ , мм	0,067	2,98	1,35
Диаметр свободного пространства, определяемого расстоянием вершинами зубьев спутников, $d_0$ , мм	7,878	22,586	28,935
Радиальный габаритный размер редуктора ( $d_{f3}+5m$ ), мм	10,7	31,0	48,3
Габаритные размеры редуктора (без электродвигателя), мм			
- длина, $L$	15	27	36
- диаметр, $D$	16	36	52
Показатель удельного передаточного отношения на единицу объема редуктора, $i_p/V$ , $\text{мм}^{-3} \cdot 10^{-2}$	13,30	3,27	1,70

Примечание: При расчете габаритных размеров редуктора приняты следующие значения конструктивных параметров – толщина стенок элементов редуктора с учетом осевых зазоров между элементами – 2 мм; ширина зубчатых венцов колес  $b_w=30m$  (примерно соответствует  $b_w=0,63a_w$ ) радиальные размеры – диаметры впадин опорного (подвижного) колеса плюс 3 мм – на толщину стенок и радиальный зазор на сторону.

Там же приведены результаты расчета редукторов с передаточным числом  $i=100$ . Выбор вариантов определялся назначением минимально возможных стан-

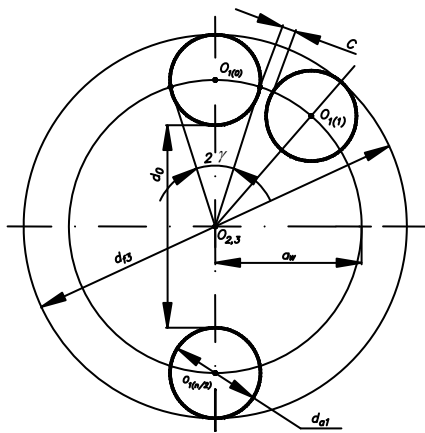


Рисунок 6 – К расчету радиальных габаритных размеров передачи

Разработана программа, позволяющая рассчитывать параметры исследуемого многопоточного эксцентрикового привода и строить анимационную модель зацепления. Предусмотрена процедура расчета максимального числа сателлитов, кратного и поэтапного уменьшения их числа, а также изменения, при необходимости, параметров профиля зуба сателлитов. Фрагмент анимационной модели показан на рисунке 7.

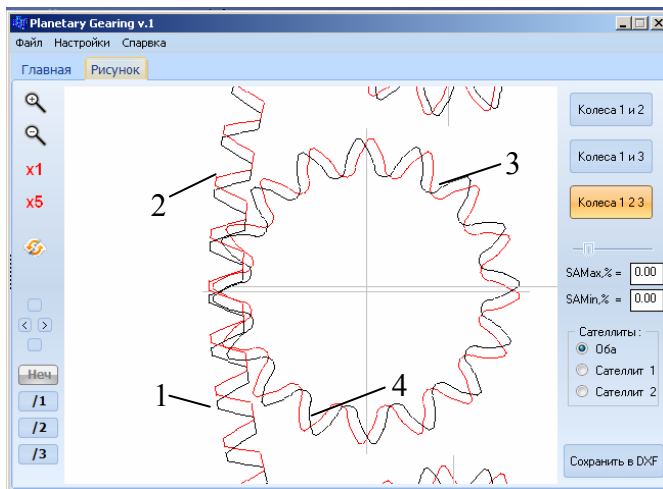


Рисунок 7 – Фрагмент зацепления двухвенцового промежуточного сателлита с опорным и подвижным зубчатыми колесами с внутренними зубьями: 1 – опорное зубчатое колесо  $z_3=100$ ; 2 – подвижное зубчатое колесо  $z_2=99$ ; 3 – зубчатый венец сателлита  $z_1=16$  в зацеплении с колесом  $z_3$ ; 4 – зубчатый венец сателлита  $z_1=16$  в зацеплении с колесом  $z_2$

дартных параметров, принятых в приборостроении ( $m_{\min}$ ,  $z_{\min}$ ) (вариант А), наиболее распространенного минимального модуля  $m=0,3$  мм (вариант Б) и варианта В, для реализации которого имелись готовые сателлиты  $m=0,45$  мм;  $z_1=16$ .

Как видно из таблицы 3, на основе предложенной схемы планетарной эксцентриковой передачи возможна реализация малогабаритного редуктора с высоким передаточным отношением; общие габариты привода с электродвигателем (в том числе для варианта мотор-редуктор) можно оценить как  $(L*D)$  мм  $100*60$  (с присоединенным электродвигателем) и  $70*60$  (мотор-редуктор).

**Закключение.** Выявлены патентоспособные варианты планетарных эксцентриковых передач и разработаны принципиальные схемы многопоточных передач с промежуточными двухвенцовыми сателлитами. Разработаны методики, алгоритмы и программы расчета геометрии передачи, размещения сателлитов на орбите водила и углов смещения венцов двухвенцовых сателлитов в каждой из позиций расположения сателлита на орбите. Создана анимационная 2-D модель передачи, обеспечивающая визуальный контроль и возможность корректировки отдельных геометрических параметров передачи. Оценка массогабаритных параметров разработанной схемы передачи свидетельствует о возможности реализации высоких показателей, в частности, показателя передаточного числа на единицу объема и массы редуктора.

**Список литературы.** 1. Скворцова Н.А. Исследование геометрии внутреннего зацепления для случая, когда разность чисел зубьев колес равна единице: Дисс. ... канд. техн. наук. – М., 1949. 2. Болотовский И.А. и др. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внутреннего зацепления. Расчет геометрических параметров. Справочное пособие. – Москва: Машиностроение, 1977. – 192с. 3. Пашкевич М.Ф., Печковская О.Е. Основы проектирования и оценка технического уровня модифицированных планетарных передач. Весці нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз-тэхн. Навук. – Минск, 2006. – №4. – С.57-66. 4. Вулгаков Э.Б. Исследование области существования внутреннего зацепления, Изв. ВУЗов. – Машиностроение, 1974. – №6. – С.56-61. 5. Ястребов В.М. Планетарная передача ЗК с общим сателлитом // Вестник машиностроения, 1960. – № 3. – С.17-20. 6. Старжинский В.Е., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И., Осипенко С.А. Планетарные эксцентриковые передачи с пластмассовыми зубчатыми колесами: расчет геометрии передач и формообразующих матриц. Международная научно-технической конференции ЗП-2007 "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов" // Вестник Национального технического университета ХПИ, Харьков, 2007. – №21. – С.86-95. 7. Старжинский В.Е., Басинюк В.И., Мардосевич Е.И. Многопоточные планетарные эксцентриковые передачи с одно- и двухвенцовыми сателлитами // Proceedings of X. International Conference on the Theory of Machines and Mechanisms. – Technical University of Liberec. Liberec, 2008. – P.567-574.

Поступила в редакцию 26.04.09

**Н.Л. УТУТОВ**, д.т.н., проф. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**А.П. КАРПОВ**, к.т.н., доц. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**В.Н. БАЮН**, к.т.н., доц. каф. тактико-спец. подготовки ЛГУВД

### К ОПРЕДЕЛЕНИЮ МОДУЛЯ, УГЛОВ НАКЛОНА И ЧИСЕЛ ЗУБЬЕВ В ПЕРЕДАЧАХ НОВИКОВА НЕКРУГЛЫМИ КОЛЕСАМИ

Описано порядок розрахунку некруглых зубчатых колес у загальному вигляді; представлено залежності для визначення радіусів кривизни, координат центрів кривизни центроїд, довжин центроїд залежно від функції передатного відношення.

The procedure of design of noncircular toothed gear wheel in a general view is described; dependences for determination of radiuses of curvature, coordinates of the centers of centrode curvature, centrode lengths are submitted depending on function of transmission ratio.

При расчетах передач зацеплением Новикова круглыми цилиндрическими колесами задаются величиной осевого перекрытия и числом зубьев ведущего колеса (шестерни) из определенных интервалов. Затем по известным формулам определяют угол наклона зубьев, модуль зацепления, межосевое расстояние и другие параметры [1]. Либо по приближенной формуле определяют делительный диаметр шестерни, затем модуль зацепления и угол наклона зубьев, задаваясь числом зубьев шестерни и коэффициентом осевого перекрытия. Потом определяют остальные параметры передачи.

В передачах с переменным передаточным отношением [3] (передачи некруглыми зубчатыми колесами) межосевое расстояние, модуль зацепления и углы наклона зубьев для заданной передачи имеют постоянные значения. На этом основании данные параметры для передач Новикова некруглыми колесами можно определять как в передачах круглыми колесами, делительные радиусы которых равны средним радиусам центроид некруглых колес. Для этого задаются из рекомендуемых интервалов коэффициентом осевого перекрытия [1] и числом зубьев ведущего колеса. Затем определяют ориентировочный модуль зацепления, угол наклона зубьев и межосевое расстояние, принимают модуль и межосевое расстояние по стандарту.

Затем определяют параметры, входящие в функцию передаточного отношения и вычисляют через определенные интервалы углов поворота  $\varphi_1$  радиусы центроид ведущего некруглого колеса:

$$r_1 = \frac{a_w \cdot i(\varphi_1)}{1 + i(\varphi_1)}, \quad (1)$$

и ведомого:

$$r_2 = \frac{a_w}{1 + i(\varphi_1)}, \quad (2)$$

где  $a_w$  – принятое межосевое расстояние передачи;  $i(\varphi_1)$  – функция передаточного отношения;  $\varphi_1$  – угол поворота ведущего колеса.

Строят в масштабе центроиды (рисунок 1).

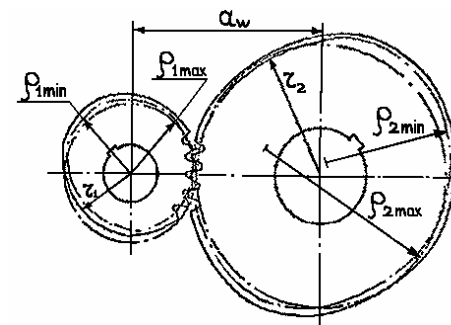


Рисунок 1 – Центроиды некруглых зубчатых колес

Определяют длину центроиды ведущего колеса [4]:

$$l_1 = a_w \int_0^{\varphi_1} \frac{\sqrt{[1 + i(\varphi_1)]^2 \cdot i^2(\varphi_1) + [i'(\varphi_1)]^2}}{[1 + i(\varphi_1)]^2} d(\varphi_1), \quad (3)$$

где  $i'(\varphi_1)$  – первая производная от функции передаточного отношения по параметру  $\varphi_1$ .

После этого определяют расчетное число зубьев ведущего колеса:

$$z_{1p} = \frac{l_1}{\pi m}, \quad (4)$$

принимают число зубьев  $z_1$ , округляя до целого в меньшую сторону, и определяют угол наклона зубьев:

$$\cos \beta = \frac{z_1}{z_{1p}}. \quad (5)$$

Затем определяют торцевой модуль зацепления и уточняют длины центроид ведущего и ведомого колес:

$$l_1 = m_t z_1; \quad (6)$$

$$l_2 = l_2 u, \quad (7)$$

где  $u$  – передаточное число передачи.

Определяют радиусы кривизн центроид [5] для ведущего колеса:

$$\rho_1 = \frac{a_w}{[1+i(\varphi_1)]^2 A_1} \left\{ i'^2(\varphi_1) + i^2(\varphi_1) \cdot [1+i(\varphi_1)]^2 \right\}^{3/2}, \quad (8)$$

где  $i'^2(\varphi_1)$  – квадрат первой производной от функции  $i(\varphi_1)$  по параметру  $\varphi_1$ ,

$$A_1 = i^2(\varphi_1) \cdot [1+i(\varphi_1)] + 2 \cdot i'^2(\varphi_1) - i(\varphi_1) \cdot i''(\varphi_1), \quad (9)$$

$i''(\varphi_1)$  – вторая производная от функции передаточного отношения.

Радиусы кривизн центроид для ведомого колеса:

$$\rho_2 = \frac{a_w}{[1+i(\varphi_1)]^2 A_2} \left\{ i'^2(\varphi_1) + [1+i(\varphi_1)]^2 \cdot i^2(\varphi_1) \right\}^{3/2}; \quad (10)$$

$$A_2 = -i^3(\varphi_1) \cdot [1+i(\varphi_1)] + 2 \cdot i'^2(\varphi_1) - i''(\varphi_1) \cdot i(\varphi_1), \quad (11)$$

Радиусы кривизн центроид минимальные и максимальные ориентировочно можно определить из построенных в масштабе центроид, что может быть допустимо при определении  $z_{\min}$  и  $z_{\max}$ .

Устанавливают минимальные и максимальные радиусы кривизн центроид и определяют значения минимальных и максимальных чисел зубьев на этих участках центроид:

$$z_{1\min} = \frac{2\rho_{1\min}}{m_t}; \quad (12)$$

$$z_{1\max} = \frac{2\rho_{1\max}}{m_t}; \quad (13)$$

$$z_{2\min} = \frac{2\rho_{2\min}}{m_t}; \quad (14)$$

$$z_{2\max} = \frac{2\rho_{2\max}}{m_t}, \quad (15)$$

где  $\rho_{1\min}$  и  $\rho_{1\max}$ ,  $\rho_{2\min}$  и  $\rho_{2\max}$  – минимальные и максимальные значения радиусов кривизн ведущего и ведомого некруглых колес.

Сравнивают полученные числа зубьев  $z_{1\min}$  и  $z_{2\min}$  с рекомендуемыми минимальными значениями.

Определяют углы поворота ведомой центроиды, дифференцируя функцию передаточного отношения:

$$\varphi_2 = \int_0^{\varphi_1} i(\varphi_1) d\varphi_1.$$

Согласно рекомендациям, представленным в [3], необходимым является проверка по условию непрерывности зацепления передачи некруглыми зубчатыми колесами, а именно передаточная функция должна быть непрерывной, плавно изменяющейся и дифференцируемой на всех ее участках.

Предложенная методика определения основных параметров передач некруглыми колесами распространяется на передачи с любой функцией передаточного отношения с эвольвентным зацеплением и зацеплением Новикова.

**Список литературы:** 1. Гузенков П.Г. Детали машин. – М.: Высшая школа, 1986. – 359с. 2. Иванов М.Н. Детали машин. – М.: Высш.шк., 1991. – 383с. 3. Литвин Ф.Л. Некруглые зубчатые колеса. – М.-Л.: Машгиз, 1956. – 312с. 4. Утатов Н.Л. Определение длины центроиды некруглых зубчатых колес // Теория механизмов и машин. Вып. 26. Респ. межвед. научно-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1979. – С.73-76. 5. Утатов Н.Л. К определению радиусов и координат центров кривизн центроид некруглых зубчатых колес // Теория механизмов и машин. Вып. 26. Респ. межвед. научно-техн. сб. – Харьков: Вища школа, 1979. – С.71-73.

Поступила в редакцию 22.04.09

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, д.т.н., проф. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**П.Н. ТКАЧ**, к.т.н., доц. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**О.А. РЕВЯКИНА**, к.т.н., ЛНУ им. Т.Г. Шевченко  
**Ю.А. СКЛЯР**, аспирант каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**И.Г. ТКАЧ**, аспирант каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

### О НАПРЯЖЕНИЯХ ИЗГИБА У ОСНОВАНИЯ ЗУБЬЕВ С ОБОБЩЕННЫМ ИСХОДНЫМ КОНТУРОМ.

Із застосуванням гіпотези ламаних перетинів визначені напруги вигину в основі прямих зубців коліс, нарізаних інструментом з узагальненим вихідним контуром.

With application of a hypothesis of broken cross-sections efforts of bending at a foundation of spur teeth of the g cut by the instrument with the generalized initial head loop are defined.

**Постановка проблемы.** В современных экономических условиях одной из основных задач, стоящих перед машиностроительной отраслью, является повышение качества и конкурентоспособности выпускаемой продукции. Среди продукции машиностроительной отрасли зубчатые передачи занимают одно из ведущих мест, так как входят в состав приводов практически всех



машин. Поэтому повышение качественных показателей зубчатого зацепления является, безусловно, актуальной задачей, являющейся неотъемлемой частью проблемы многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

**Анализ литературы.** Одним из важных критериев работоспособности зубчатых колес является изгибная прочность зубьев [2]. Вопросам определения напряжений изгиба у основания зубьев эвольвентных передач посвящено значительное количество работ, например [3, 4]. В этих работах при определении местных напряжений у основания эвольвентных зубьев эффективно используется гипотеза ломаных сечений. Однако, для зубьев передач, нарезанных инструментом с исходным контуром, очерченным произвольной кривой (обобщенным исходным контуром), эта задача не решалась.

**Цель статьи.** На основе гипотезы ломаных сечений получить обобщенные зависимости, позволяющие оценивать напряженно-деформированное состояние оснований зубьев, нарезанных инструментом с обобщенным исходным контуром.

**1. Геометрия обобщенного исходного контура.** На рисунке 1 изображен обобщенный исходный контур, рабочий профиль которого очерчен произвольной кривой, уравнение которой в системе координат  $X_p O_p Y_p$  имеет вид (ось  $O_p Y_p$  направлена по начальной прямой "н.п.")

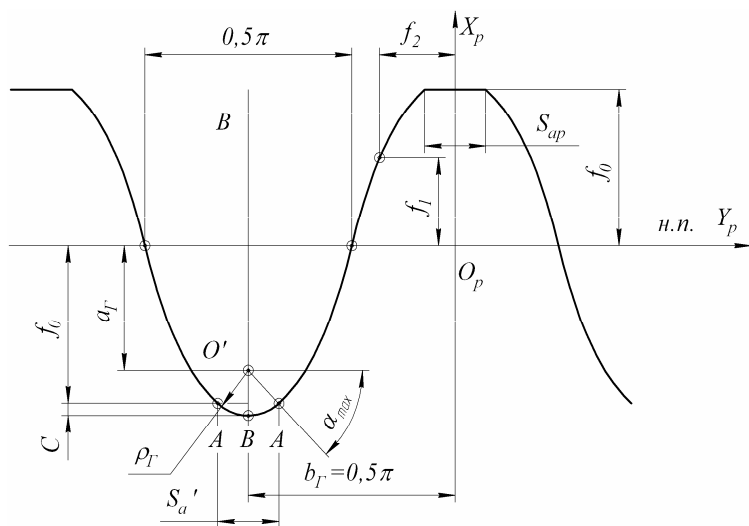


Рисунок 1 – Обобщенный исходный контур

$$\begin{aligned} X_p &= f_1(\lambda); \\ Y_p &= f_2(\lambda), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $f_1(\lambda)$ ,  $f_2(\lambda)$  – произвольные функции;  $\lambda$  – параметр (в дальнейшем значок  $\lambda$  в обозначениях функций и их производных будем опускать)

Будем предполагать, что галтель  $A-A$  исходного контура очерчена дугой окружности с радиусом  $\rho_G$ , а центр окружности расположен на прямой  $BB$ , являющейся осью симметрии зуба рейки. Тогда координаты точки  $A$  будут равны (в системе  $X_p O_p Y_p$ )

$$\begin{aligned} f_{1A} &= f_1(\lambda_0) = f_0; \\ f_{2A} &= f_2(\lambda_0), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\lambda_0$  – параметр, соответствующий точке  $A$  профиля исходного контура,  $f_0$  – расстояние точки  $A$  от оси  $O_p Y_p$  (от прямой "н.п.")

Угол  $\alpha_{\max}$ , соответствующий точке  $A$ , определяется из соотношения (при  $\lambda = \lambda_0$ )

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} = \frac{f'_{2A}}{f'_{1A}}, \quad (3)$$

где  $f'_{1A}$ ,  $f'_{2A}$  – производные функций (1) по  $\lambda$  при  $\lambda = \lambda_A$ , в точке  $A$ .

Тогда уравнение в системе координат  $X_p O_p Y_p$  дуги окружности с радиусом  $\rho_G$  будет иметь вид (рисунок 1):

$$\begin{aligned} f_{1G} &= -(\rho_G \sin \alpha_1 + a_G) + \xi; \\ f_{2G} &= \rho_G \cos \alpha_1 - b_G; \\ \alpha_{\max} &\leq \alpha_1 \leq 0,5\pi, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha_1$  – угол, соответствующий координате точки галтели исходного контура;  $a_G$ ,  $b_G$  – координаты центра окружности с радиусом  $\rho_G$  (в системе  $X_p O_p Y_p$ );  $\xi$  – смещение.

Из рисунка 1 следует

$$\begin{aligned} \rho_G &= \frac{S'_a}{2 \cos \alpha_{\max}}, \\ a_G &= (f_0 + c - \rho_G); \quad b_G = 0,5\pi; \\ c &= \rho_G (1 - \sin \alpha_{\max}), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $c$  – радиальный зазор в зацеплении.

**2. Радиус кривизны галтели зуба колеса.** Используя результаты [5] для определения кривизны поверхностей зубьев, нарезанных реечным инструментом с профилем, очерченным кривой (4), получаем значение кривизны галтели

$$\chi_{ГК} = \chi_{Г} + \frac{f'_{2Г} (\Omega'_{2Г})^2}{\tau_{Г} n_{Г}^3}, \quad (6)$$

где:  $n = \sqrt{(f'_{1Г})^2 + (f'_{2Г})^2}$ ;  $\tau_{Г} = R + \frac{f_{1Г}}{f_{2Г}} \Omega'_{2Г}$ ;  $\Omega_{2Г} = \frac{f_{Г} f'_{1Г}}{f'_{2Г}} + f_{2Г}$ ;  $f'_{1Г}$ ,

$f'_{2Г}$  – первые производные функций (4) по  $\alpha_1$ ;  $\Omega'_{2Г}$  – производная функции  $\Omega_{2Г}$  по  $\alpha_1$ ;  $R$  – радиус начальной окружности колеса;  $\chi_{Г} = 1/\rho_{Г}$  – кривизна галтели рейки.

С использованием соотношений (4), имеем

$$\begin{aligned} f'_{1Г} &= -\rho_{Г} \sin \alpha_1, \quad f'_{2Г} = -\rho_{Г} \sin \alpha_1; \\ \Omega_{2Г} &= -\operatorname{ctg} \alpha_1, \quad \Omega'_{2Г} = \frac{a_{Г}}{\sin^2 \alpha_1}; \\ n_{Г} &= \rho_{Г}. \end{aligned} \quad (7)$$

**3. Толщина основания и рабочего участка зуба колеса.** Согласно [5] уравнение галтели зуба колеса в системе координат  $X_1 O_1 Y_1$  ( $O_1$  – центр начальной окружности колеса) можно представить в виде (рисунок 2):

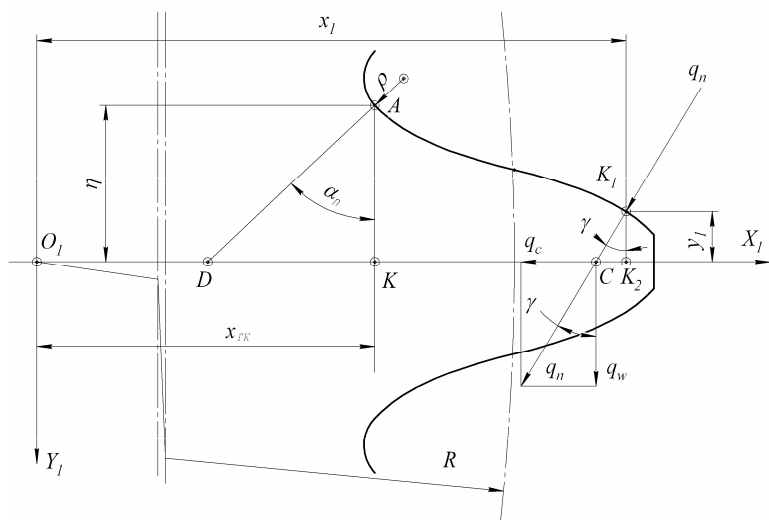


Рисунок 2 – Схема зуба колеса

$$\begin{aligned} x_{ГК} &= (f_{1Г} + R) \cos \varphi_{Г} + \Omega_{1Г} \sin \varphi_{Г}, \\ y_{ГК} &= (f_{1Г} + R) \sin \varphi_{Г} - \Omega_{1Г} \cos \varphi_{Г}, \\ \Omega_{1Г} &= \frac{f_{1Г} f'_{1Г}}{f'_{2Г}}, \quad \varphi_{Г} = \frac{\Omega_{2Г}}{R}. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда половина толщины зуба у основания равна (рисунок 2)

$$\eta = |y_{ГК}|. \quad (9)$$

Координаты рабочего профиля зуба колеса в системе координат  $X_1 O_1 Y_1$  равны [5]:

$$\begin{aligned} x_1 &= (f_1 + R) \cos \varphi_1 + \Omega_1 \sin \varphi_1; \\ y_1 &= (f_1 + R) \sin \varphi_1 - \Omega_1 \cos \varphi_1; \\ \varphi_1 &= \frac{\Omega_2}{R}; \quad \Omega_1 = \frac{f_1 f'_1}{f'_2}; \quad \Omega_2 = \Omega_1 + f_2, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $f_1, f_2$  – имеют значения (1),  $f'_1, f'_2$  – первые производные функций  $f_1, f_2$ .

Половина толщины зуба в сечении, соответствующем точке  $K$  (рисунок 2) имеет значение

$$\eta_k = |y_1|. \quad (11)$$

**4. Напряжения изгиба у основания зуба.** Напряжение изгиба в точке  $A$  (рисунок 2) равны [3]

$$\sigma_{из} = \frac{q_n CД \cos \gamma}{\eta^2} \cdot H, \quad (12)$$

где

$$H = \frac{\cos \alpha_n}{2 \left[ \frac{3 \frac{\eta}{\rho_{ГК}} + 2 \cos \alpha_n \left( \cos \alpha_n + \frac{\eta}{\rho_{ГК}} \right)^2}{2 \left( \frac{\eta}{\rho_{ГК}} \right)^2} + \frac{\left( \cos \alpha_n + \frac{\eta}{\rho_{ГК}} \right)^2}{\left( \frac{\eta}{\rho_{ГК}} \right)^3} \ln \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_n + \frac{\eta}{\rho_{ГК}}} \right]}. \quad (13)$$

В формулах (12) и (13)  $\alpha_n$  – угол между касательной профиля зуба в точке  $A$  и осью  $O_1 X_1$ ;  $\gamma$  – угол между напряжением  $q_n$  и перпендикуляром к оси  $O_1 X_1$ ;  $CД$  – расстояние точки  $D$  до точки пересечения  $q_n$  с осью  $O_1 X_1$ ;  $\eta$  и  $\rho_{ГК}$  определяются по формуле (9) и зависимости

$$\rho_{ГК} = \frac{1}{\chi_{ГК}}. \quad (14)$$

Переходим к определению углов  $\alpha_n$ ,  $\gamma$  и величины  $CD$ . Углы  $\alpha_n$  и  $\gamma$  можно определить из соотношений

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{y'_{Г}}{x'_{Г}}; \operatorname{tg} \gamma = \frac{x'_1}{y'_1}, \quad (15)$$

где  $x'_{Г}$ ,  $y'_{Г}$ ,  $x'_1$ ,  $y'_1$  – первые производные функций (8) и (10) соответственно.

Из рисунка 2 следует

$$\begin{aligned} CD &= x_1 - x_{ГК} + DK - K_2C; \\ DK &= \eta \operatorname{tg} \alpha_n; \\ K_2C &= \eta_K \operatorname{tg} \gamma. \end{aligned} \quad (16)$$

Заметим, что  $x_{ГК}$  изменяются в пределах, определяемых уравнениями (5),  $x_1$  определяется из условия изменения текущего радиуса колеса в пределах

$$R_f \leq \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \leq R_a, \quad (17)$$

где  $R_f$  и  $R_a$  – радиус впадин и вершин зубьев.

Положение точки контакта на профиле зуба при исследовании местных напряжений следует задавать в пределах определяемых соотношением (17).

Местное напряжение на стороне растяжения будет равно [3]

$$\sigma_m = \frac{TK}{bR} Y_F, \quad (18)$$

где  $T$  – крутящий момент на валу колеса;  $K$  – коэффициент расчетной нагрузки;  $b$  – ширина колеса;  $Y_F$  – коэффициент формы зуба, равный

$$Y_F = \frac{2\eta^2 \cos \alpha}{2CD \cdot H \cdot \cos \gamma - \eta \sin \gamma \cdot \cos^2 \alpha_n}. \quad (19)$$

В соотношении (19)  $\alpha$  – профильный угол исходного контура в точке, соответствующей точке приложения силы  $q_n$  (рисунок 2) на профиле зуба колеса. Отметим, что  $Y_F$  определен для модуля зацепления, равного единице, а при оценке прочности зубьев необходимо иметь максимальное значение  $Y_F$ .

Производные функций (8) и (10) по  $\alpha_1$  и  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} x'_{1Г} &= \left( f'_{1Г} + \Omega_{1Г} \frac{d\varphi_{Г}}{d\alpha_1} \right) \cos \varphi_{Г} + \left[ \Omega'_{2Г} - (f_{1Г} + R) \frac{d\varphi_{Г}}{d\alpha_1} \right] \sin \varphi_{Г}; \\ y'_{1Г} &= \left( f'_{1Г} + \Omega_{1Г} \frac{d\varphi_{Г}}{d\alpha_1} \right) \sin \varphi_{Г} + \left[ -\Omega'_{1Г} + (f'_{1Г} + R) \frac{d\varphi_{Г}}{d\alpha_1} \right] \cos \varphi_{Г}; \\ x'_1 &= \left( f'_1 + \Omega_1 \frac{d\varphi_1}{d\lambda} \right) \cos \varphi_1 + \left[ \Omega'_2 - (f_1 + R) \frac{d\varphi_1}{d\lambda} \right] \sin \varphi_1; \\ y'_1 &= \left( f'_1 + \Omega_1 \frac{d\varphi_1}{d\lambda} \right) \sin \varphi_1 + \left[ -\Omega'_1 + (f_1 + R) \frac{d\varphi_1}{d\lambda} \right] \cos \varphi_1, \end{aligned} \quad (20)$$

в этих равенствах  $\Omega'_{1Г}$ ,  $\Omega'_1$  – первые производные функций  $\Omega_{1Г}$  и  $\Omega_1$ ; а

$$\frac{d\varphi_{1Г}}{d\alpha} = \frac{\Omega'_{2Г}}{R}, \quad \frac{d\varphi_1}{d\lambda} = \frac{\Omega'_2}{R}, \quad (21)$$

где  $\Omega'_{2Г}$  определяется соотношением (7);  $\Omega'_2$  – производная функции  $\Omega_2$  (см. (10)) по  $\lambda$ .

**Список литературы:** 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Кудрявцев В. Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. Отд-ние, 1980. – 464с. 3. Кудрявцев В. Н. Зубчатые передачи. М.: Машиностроение, 1957. – 263с. 4. Гавриленко В. А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. М.: Машиностроение, 1969. – 431с. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2004. – 336с.

Поступила в редколлегию 25.04.09

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Власенко В.Н., Фей В.М.</b>	
Работы ТК-47 по развитию нормативной базы механических приводов общемашиностроительного и специального применения .....	3
<b>Власенко В.Н., Дидковский В.П., Добровольская И.В.</b>	
Современные требования к проектированию и производству высокоскоростных зубчатых редукторов специального назначения .....	5
<b>Tököly P., Gajdoš M., Vošanský M.</b>	
Effect of tooth shape to size of contact stress noninvolute gearing .....	10
<b>Бабичев Д.А., Бабичев Д.Т., Серебренников А.А., Панфилова Е.Б.</b>	
Универсальное плоское зацепление и типовые плоские профили .....	20
<b>Бережной В.А., Матюшенко Н.В.</b>	
О влиянии на динамику зубьев в эвольвентной прямозубой передаче .....	35
<b>Волонцевич Д.О., Куделя А.А., Сериков В.И., Бондаренко А.В.</b>	
К вопросу об эффективности применения двух и трех промежуточных валов в соосных непланетарных коробках передач для уменьшения их длины .....	39
<b>Грицай І.Є., Литвиняк Я.М.</b>	
Синусоїдальні зубчасті передачі як альтернатива традиційним передачам та новий метод їх виготовлення .....	43
<b>Елисеев Ю.С., Дзюба В.И., Бондаренко П.П., Яковлев В.А., Дорофеев В.Л.</b>	
В ФГУП «ММПП «Салют» готовится к производству станок 5843Ф4 для высокоточного шлифования зубчатых колес профильным кругом в том числе с зацеплением М.Л. Новикова .....	53
<b>Захарченко А.В.</b>	
Коефіцієнт тертя в трибосполученнях як головний параметр процесу .....	58
<b>Иванов Е.М.</b>	
Метод определения резонансных частот колебательных систем .....	68
<b>Ишин Н.Н., Гоман А.М.</b>	
Ускоренные испытания зубчатых колес на контактную выносливость .....	76
<b>Кладова О.Ю., Сапрыкин В.Н., Шебанов И.Г.</b>	
К синтезу оптимальных планетарных механизмов типа АІ с косозубыми цилиндрическими колёсами .....	90

<b>Крот П.В.</b>	
Динамические процессы в многопоточном редукторном приводе слябинга ..	96
<b>Надсін В.С.</b>	
Синтез верстатних зачеплень для формоутворення активних поверхонь ланок черв'ячної передачі жорсткою не конгруентною виробною парою ..	105
<b>Павлов А.И., Павлов В.А., Протасов Р.В.</b>	
Определение характеристик в зацеплении зубчатых колес, нарезаемых методом обката .....	111
<b>Пастернак С.І., Данильченко Ю.М., Сторчак М.Г., Кривошея А.В.</b>	
Економічне обґрунтування методу контурної обробки деталей з періодичними профілями дисковим інструментом .....	118
<b>Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Стадниченко В.Н.</b>	
Структурная приспособляемость материалов зубчатых пар – ключ к созданию квазибездозного трения .....	127
<b>Романов В.В., Спицын В.Е., Мироненко А.И., Гамза Е.А.</b>	
Ионно-плазменное азотирование высокоскоростных и средне нагруженных зубчатых колес редукторов .....	135
<b>Ставрев Д.С., Дикова Ц.Д.</b>	
Глубинно-поверхностное упрочнение – метод повышения долговечности зубчатых колес .....	141
<b>Старжинский В.Е., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И., Хиженок В.Ф.</b>	
Многопоточная планетарная передача эксцентрикового типа: расчет основных параметров и автоматизированное моделирование .....	148
<b>Утутов Н.Л., Карнов А.П., Баюн В.Н.</b>	
К определению модуля, углов наклона и чисел зубьев в передачах Новикова некруглыми колесами .....	158
<b>Шишов В.П., Ткач П.Н., Ревакина О.А., Скляр Ю.А., Ткач И.Г.</b>	
О напряжениях изгиба у основания зубьев с обобщенным исходным контуром .....	160

