

- уменьшения силуэта за счет применения двухтактных оппозитных двигателей (ХКБД);
- дополнительного бронирования боевого модуля (или десантного отделения);
- универсализации (за счет выделения отдельного объема, предназначенного для установки широкого спектра модулей);
- подвижности (за счет установки мощных двухтактных двигателей и ограничения массы машины);
- комфортности (за счет большого забронированного объема);
- огневой мощи (путем возможности установки в боевых модулях самого разнообразного современного вооружения).

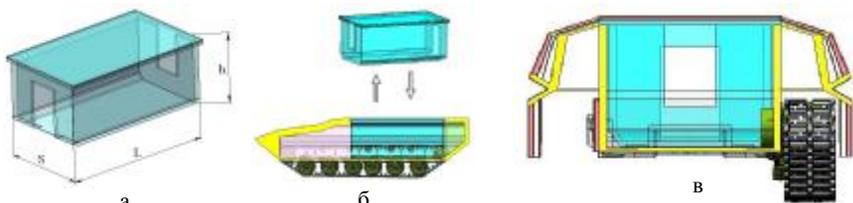


Рис. 2. Схема компоновочных решений универсальных боевых бронированных платформ: а – капсула; б – схема установки капсулы на платформе; в – платформа с установленной капсулой (вид спереди)

Моделирование процессов и состояний при применении средств поражения при анализе динамики, напряженно-деформированного состояния осуществляется в современных интегрированных CAD/CAM/CAE-системах, дополненных соответствующими математическими моделями, составляющими интеллектуальное «ноу-хау».

Заключение. Предложенный в статье подход к обоснованию структуры и параметров универсальных боевых бронированных платформ обладает следующими преимуществами по сравнению с традиционными.

1. На основе развиваемого подхода с использованием единой сквозной формализованной математической модели производится и структурная, и параметрическая оптимизация, а также моделирование физико-механических процессов и состояний.

2. Предложенный алгоритм решения задачи и формат хранения информации позволяют встраивать создаваемый программно-модельный комплекс в реальный процесс проектирования, в т.ч. с применением САПР.

3. Обеспечивается расчетно-экспериментальная верификация расчетных моделей на основе предложенного подхода, разработан вариант тяжелой боевой бронированной машины – универсальной боевой бронированной платформы.

В дальнейшем планируется развитие предложенного подхода, реализация созданной математической модели, совершенствование программно-мо-

дельного комплекса, а также обеспечение высоких ТТХ проектируемых с его применением боевых бронированных машин.

Список литературы. 1. Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Малакей А.Н., Гриценко Г.Д., Орлов Е.А. Структура специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения // Механіка та машинобудування. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2005. – №1. – С.184-194. **2.** Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57-79. **3.** Пелешко Е.В., Васильев А.Ю., Гриценко Г.Д., Бруль С.Т., Пономарев Е.П. Расчетно-экспериментальная идентификация параметров численных моделей корпусных элементов транспортных средств // Механіка та машинобудування. – 2007. – №1. – С.95-100.

Поступила в редакцию 10.10.09

УДК 539.3:612.76:616.001

Н.А. ТКАЧУК, докт. техн. наук, проф., зав. каф. ТММиСАПР,
О. В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, мл. науч. сотр. каф. ТММиСАПР, НТУ «ХПИ»,
И.И. ТРУФАНОВ, ортопед-травматолог, Запорожская медицинская академия последипломного образования, Городская клиническая больница экстренной скорой и медицинской помощи, г. Запорожье

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ БИОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НАГРУЖЕНИИ

У статті описані нові підходи, методи і моделі для розв'язання задач аналізу напружено-деформованого стану біомеханічних систем з урахуванням контактної взаємодії. Для розв'язання задач синтезу залучено і адаптовано метод узагальненого параметричного опису складних механічних систем.

In the paper new approaches, methods and models are described for tasks solution of stressed and deformed state analysis of biomechanical systems taking into account contact interaction. For the solution of synthesis tasks the method of generalized parametrical description of complicated mechanical systems is attracted and adapted.

Введение. В настоящее время в связи с широким распространением травм опорно-двигательного аппарата актуальной и важной проблемой является разработка и обоснование эффективных схем их оперативного лечения с учетом индивидуальных особенностей пациентов и видов травм. В современных условиях для этой цели наиболее подходят численные методы моделирования напряженно-деформированного состояния (НДС) биомеханических систем (БМС) реализованные в виде мощных компьютерных систем, в частности, метод конечных элементов (МКЭ). Однако прямое применение МКЭ к исследованию напряженно-деформированного состояния БМС малозэффективно, поскольку данные компьютерные системы напрямую для этого не адаптированы. В связи с этим большую актуальность и важность приобретает задача разработки новых

подходов к численному моделированию НДС элементов биомеханических систем, интегрирующих всю мощь современных численных методов. Данная задача в работе решается на примере моделирования травм голеностопного сустава.

1. Постановка задач исследований. При разработке математических моделей нагруженного состояния тканей человека исходят из того, что реальная ткань человеческого организма обладает бесконечным многообразием свойств, поэтому при построении теоретических выкладок (положений) реальные тела заменяются идеальными (гипотетическими, обладающими лишь свойствами, важными для конкретного случая).

В качестве основного метода моделирования в статье применяется метод конечных элементов, адаптированный для исследования биомеханических систем на основе авторских теоретических разработок. Таким образом, для разработки научно-обоснованных рекомендаций пооперативному лечению патологии и, в частности, травм голеностопного сустава требуется проведение комплекса исследований реакции элементов БМС на действие механической нагрузки, а также на изменение физико-механических характеристик материалов, вызванных травматическими повреждениями, внедрением имплантатов, элементов фиксации и внешних металлоконструкций.

В настоящее время методика таких исследований в таком объеме и при учете такого множества факторов в литературе отсутствует. В связи с этим в работе ставится задача создания общей системной методологии описания процессов деформации костной ткани, адаптации теоретических основ описания НДС к специфике свойств костной ткани человека, разработки математической модели контактного взаимодействия в БМС, создания геометрической и конечно-элементной моделей (КЭМ) исследуемой биомеханической системы. С использованием разработанного программно-модельного комплекса планируется провести подробный анализ НДС элементов исследуемой биомеханической системы при действии внешних сил и при изменении структуры и свойств ее элементов. На основе анализа полученных результатов будут разработаны рекомендации по обоснованию схем оперативного лечения травм и патологий. Ниже содержится описание методов, моделей и результатов исследований.

Модели для описания перемещений, деформаций и напряжений в форме тензоров рекомендуются к дальнейшему использованию по развитию единого методологического подхода к использованию теории механики сплошной среды в медицине. При этом требуется не только адаптация данных соотношений к исследованию НДС элементов биомеханических систем, но и дальнейшее развитие теории, поскольку значительный интерес представляет исследование контактного взаимодействия элементов этих систем. При этом необходимо отметить, что в отличие от распространенных в литературе традиционных моделей изотропного однородного материала в данном исследовании используется модель, достаточно адекватно отражающая строение и свойства костной ткани, а именно: материал костной ткани моделируется неоднородным изотропным материалом с определенными по литературным источникам характеристиками. Каждый из слоев

характеризуется своими постоянными того или иного материала. В результате поведение моделируемого элемента опорно-двигательного аппарата отличается от случая, когда он принимается состоящим из однородного и изотропного материала. Таким образом, введение многослойности решает частично также и проблему анизотропии свойств материалов костной ткани, во всяком случае, на интегральном для моделируемого элемента опорно-двигательного аппарата уровне.

2. Моделирование контактного взаимодействия в исследуемой биомеханической системе. В целом компоненты вектора перемещений точек u_i , тензора деформаций ϵ_{ij} , тензора напряжений σ_{kl} должны для каждого элемента БМС удовлетворять трем типам соотношений [1-6]:

- уравнения Коши:

$$2\epsilon_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}; \quad i, j = 1, 2, 3; \quad (1)$$

- уравнения равновесия:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad (2)$$

- закон Гука

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Здесь f – компоненты объемной нагрузки; E_{ijkl} – тензор упругих постоянных материала (в общем случае неоднородного и анизотропного).

Уравнения (1)-(3) действуют внутри области $W^{(m)}$, занимаемой в пространстве тем или иным элементом БМС с номером m . На границе области $W^{(m)}$ – на поверхности $S^{(m)}$ – перемещения, деформации и напряжения удовлетворяют некоторым краевым (граничным) условиям

$$\mathbf{u}|_{S^{(m)}} = \mathbf{u}^*(x), \quad (4)$$

где u^* – заданная функция перемещений;

$$\mathbf{\sigma}|_{S^{(m)}} = -\mathbf{\sigma}^*(x), \quad (5)$$

где $\mathbf{\sigma}^*$ – заданные давления; $S_u^{(m)}$ и $S_\sigma^{(m)}$ – части поверхности $S^{(m)}$, на которых задаются соответственно кинематические и силовые граничные условия классического типа (т.е. равенства). В то же время при моделировании НДС биомеханических систем зачастую приходится рассматривать неклассические граничные условия – условия типа неравенств. Они формируются для части поверхности $S_c^{(m)}$, на которой возможен контакт одного элемента исследуемой системы с другим:

$$u_v^{(m)} + u_v^{(n)} \leq \delta^{(mn)}(x); \quad (6)$$

$$\sigma_N^{(m,n)} \leq 0; \quad \sigma_T^{(m,n)} = 0, \quad (7)$$

где u_v – перемещения по нормали к поверхности S_c ; $\delta^{(mm)}$ – начальный зазор между поверхностями $S^{(m)}$ и $S^{(n)}$ элементов БМС; σ_N, σ_T – нормальное и тангенциальное напряжения на поверхности S_c .

Совокупность уравнений (1)-(5) и неравенств (6), (7), действующих внутри областей исследуемых элементов БМС и на их границах, представляют (в силу нелинейности соотношений (6), (7)) нелинейную начальную (или начально-краевую при учете зависимости нагрузки от времени) задачу. Для ее решения очень эффективным инструментом является метод вариационных неравенств [1-6]. В соответствии с ним исходная задача сводится к вариационному неравенству [1-6]

$$a(u, \delta u) \geq L(\delta u) \quad \forall \delta u \in K, u \in K, \quad (8)$$

где K – множество перемещений, удовлетворяющих неравенству (6), а $a(u, v)$ и $L(v)$ – билинейная и линейная формы, определяемые как [1-6]:3

$$a(u, v) = \sum_m \int_{W^{(m)}} \sigma_{ij}(u^{(m)}) \cdot \varepsilon_{ij}(v^{(m)}) dW; \quad (9)$$

$$L(v) = \sum_m \int_{S^{(m)}} \sigma_{ij}(u^{(m)}) \cdot v_i^{(m)} v_j dS. \quad (10)$$

Вариационное неравенство (8) согласно [1-6] эквивалентно проблеме поиска минимума функционала

$$I = \frac{1}{2} a(u, u) - L(u), \quad u \in K. \quad (11)$$

Таким образом, исходная нелинейная краевая задача (1)-(7) с ограничениями типа неравенств приводится к задаче отыскания экстремума функционала на множестве функций, удовлетворяющих граничным условиям в виде неравенств. Если исследовать поведение материала элементов БМС в упругой области, то задача (11) представляет собой задачу квадратичного программирования. В противном случае это задача нелинейного программирования на выпуклых множествах [7-9]. Для решения такого типа задач для областей сложной формы необходимо использовать численные методы [1-6]. В частности, наиболее мощным из них являются метод конечных элементов [10] и метод граничных элементов (МГЭ) [11]. Поскольку МКЭ обладает существенными преимуществами перед МГЭ с точки зрения приспособленности к решению задач для областей сложной формы с анизотропными и неоднородными материалами, то он и был выбран в данном случае как наиболее адаптированный к исследованию НДС элементов биомеханических систем. Кроме того, важным обстоятельством является наличие широкого спектра программных продуктов типа ANSYS, Nastran, Abaqus, обладающих достаточно развитыми средствами препроцессинга, высокоэффективными решателями с возможным распараллеливанием вычислений, а также удобными средствами постпроцессинга.

Основная идея метода конечных элементов состоит в том, что искомая вектор-функция u представляется в виде разложения

$$u = \sum \lambda_r \xi_r(x), \quad (12)$$

где λ_r – вектор узловых параметров, соответствующий множеству углов и степеней свободы конечно-элементной модели [10, 11], $\xi_r(x)$ – базисная функция, локально-определенная на множестве конечных элементов, имеющих общий узел r .

Ограничиваясь некоторой конечно-элементной разбивкой и применяя разложение (12), функционал I можно привести к виду:

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N k_{ij} \lambda_i \lambda_j - \sum_{i,j=1}^N b_i \lambda_j, \quad (13)$$

где

$$k_{ij} = \int_{(W^{(m)})} \sigma_{ij}(u^{(m)}) \cdot \varepsilon_{ij}(v^{(m)}) dW; \quad (14)$$

$$b_i = \int_{(S^{(m)})} \xi_i dS. \quad (15)$$

При отсутствии ограничений условие экстремальности (11)

$$\partial I / \partial \lambda = 0 \quad (16)$$

порождает систему линейных алгебраических уравнений

$$K \lambda = b, \quad (17)$$

где K – матрица жесткости, составленная из элементов k_{ij} (14), b – массив узловых нагрузок, вычисляемый по формуле (15).

Для учета граничных условий типа неравенств можно применит различные методы [7-13]: метод множителей Лагранжа, метод штрафа, методы спуска с проекцией на множество ограничений и т.д. В результате процесса итерационного уточнения решения получается вектор решения λ^* , область контактного взаимодействия S_c^* , а также величина и распределение на этой области контактного давления q_c^* . Кроме того, по соотношению (12) восстанавливается поле перемещений u^* , по уравнениям Коши (1) – тензор деформаций $\varepsilon^*(u^*)$, по зависимостям (3) – компоненты тензора напряжений $\sigma^*(u^*)$. Это дает возможность, в свою очередь, определить главные $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и эквивалентные σ_i напряжения в каждой точке БМС. В результате в каждой точке области $W^{(m)}$ вычисляются все характеристики НДС, а на поверхности $S^{(m)}$ – контактные давления. Знание этих характеристик позволяет уже на стадии анализа резуль-

татов определить степень опасности того или иного нагружения при текущем состоянии исследуемой БМС

- либо по критерию перемещений

$$u_3^{\max} \leq [u], \quad (18)$$

где u_3 – некоторые перемещения, представляющие опасность с точки зрения функциональности или условий послеоперационной реабилитации элементов биомеханической системы; $[u]$ – их предельные допустимые значения;

- либо по критерию прочности материала

$$\sigma_3^{\max} \leq [\sigma], \quad (19)$$

где σ_3 – эквивалентные напряжения (например, интенсивность напряжений σ_i); $[\sigma]$ – предельные допустимые напряжения;

- либо по критерию стойкости по отношению к контактному давлению

$$q_c^{\max} \leq [q_c], \quad (20)$$

где q_c – контактные давления в сопряжении элементов БМС, $[q_c]$ – предельные допустимые давления, которые выдерживает поверхность контактирующего тела без разрушения.

Учитывая [14], что ткани человека имеют механические характеристики, изменяющиеся с возрастом, полом, индивидуальными особенностями организма, а характеристики НДС, кроме внешней нагрузки, зависят также от физико-механических характеристик материалов, от вида травмы или другой патологии, от выбранной схемы оперативного лечения, то в итоге приходим к ситуации, когда ограничения (18)-(20) можно в общем виде записать следующим образом:

$$l_k(u^*, f, ind - ph - mech, pat, shurg) \leq [l_k](ind - mech, \tau, t, reab), \quad (21)$$

где $l_k, [l_k]$ – набор ограничительных характеристик и их предельных допустимых значений; u^* – перемещения, которые вместе с $\varepsilon^*(u^*), \sigma^*(u^*), q_c(u^*)$ и другими характеристиками НДС полностью характеризуют реакцию исследуемой БМС на действие внешней нагрузки f ; $ind - ph - mech$ – индивидуальные физико-механические характеристики материалов тканей человека; pat – особенности патологии (травмы); $shurg$ – особенности принятой к реализации схемы оперативного лечения пациента; $ind - mech$ – индивидуальные механические свойства пациента; τ – возраст пациента; t – время после оперативного лечения; $reab$ – условия реабилитационного периода, влияющие на изменение свойств элементов БМС (в т.ч. механические свойств тканей).

Соотношение (21) обобщает и завершает этап формализации при реше-

нии задачи анализа реакции биомеханической системы на действие всего комплекса внешних и внутренних факторов. В то же время решение единичной задачи анализа напряженно-деформированного состояния исследуемой БМС обладает ограниченной ценностью, поскольку в практике научных исследований требуется проведение обобщенных исследований для групп пациентов, для определенных видов травм и, соответственно, для различных типов схем оперативного лечения. При этом в клинической практике требуется решение задачи обоснования той или схемы оперативного лечения для того или иного конкретного случая травмы у вполне определенного пациента. В результате таких противоречивых требований возникает актуальная и важная задача разработки таких подходов, моделей и средств, которые бы давали возможность решать и задачи обобщенного анализа реакции биомеханической системы на те или иные факторы, и задачи синтеза схем оперативного лечения с учетом индивидуальных особенностей пациента и травмы. Решение данной новой научно-практической задачи описано ниже.

3. Развитие и адаптация обобщенного подхода к решению задач анализа и синтеза элементов биомеханических систем. Как отмечалось выше, наличие математического аппарата для анализа напряженно-деформированного состояния элементов биомеханических систем с учетом контактного взаимодействия, хотя и представляет исследователю мощный инструмент решения сложной нелинейной задачи, тем не менее, методологически он не приспособлен ни для проведения многовариантных исследований реакции этих систем на множество внутренних и внешних факторов, ни для решения обратной задачи – синтеза схем оперативного лечения по тем или иным критериям с учетом индивидуальных особенностей пациента. Возникающая научная задача является гораздо сложнее, поскольку с системной точки зрения является более общей, предполагающей при своем решении не только многократное решение частных задач анализа, но и процедуры изменения самих моделей исследуемых элементов биомеханических систем, критериев, ограничений и т.д.

Учитывая, что само по себе описание отдельно взятой травмы требует инструмента описания тел (осколков) достаточно сложной формы, то при варьировании этой формы задача адекватного описания чрезвычайно усложняется. То же относится и к другим перечисленным компонентам факторов. В связи с этим первичной подзадачей при исследовании является определение инструмента вариативного изменения моделей БМС, обладающего инструментарием, который позволяет, с одной стороны, строить модели исследуемых систем по некоторому алгоритму, а с другой – варьировать трудноформализуемые факторы. Кроме того, требуется совместимость создаваемого инструментария с методами анализа (в данном случае – с МКЭ).

Как показал анализ литературы, комплексу сформулированных требований в наибольшей степени соответствует метод обобщенного параметрического описания механических и биомеханических систем, предложенный и развитый проф. Ткачуком Н.А. и другими авторами [15-21]. Центральным понятием, привлекаемым для формализации процесса исследований, в дан-

ном случае выступает понятие *обобщенного параметра*. Обобщенный параметр – это элемент любой природы из множества факторов, который в совокупности с другими обобщенными параметрами позволяет однозначно создавать ту или иную модель исследуемой БМС. Следуя [15-21], если обозначить обобщенный параметр p_i , а множество всех обобщенных параметров – P , то задачу анализа в этих терминах можно записать в виде:

$$L(u, P, f, t) = 0. \quad (22)$$

Здесь P – множество параметров *ind-ph-mech*, *pat*, *shurg* (см. (21)); L – оператор краевой задачи (1)-(7).

Задача параметрического анализа формализуется в виде поиска зависимостей

$$h_k = h_k(u, P, f, t), \quad (23)$$

где h_k – характеристики состояния БМС (например, максимальные напряжения в отдельных элементах, перемещения, углы поворота, деформации и т.п.); $k = 1, \dots, N_h$ – текущий номер характеристики в их совокупности H .

Задача синтеза состоит в поиске такого набора варьируемых параметров p_{var}^* , являющихся подмножеством общего множества обобщенных параметров P , который доставляет минимум (максимум) некоторому функционалу качества R (например, критериям по прочности, жесткости, массе и т.д.):

$$p_{var}^* = \arg \min R(u, P, f, t), \quad p_{var} \subset P. \quad (24)$$

При этом u в (24) удовлетворяет уравнению состояния (22), а, кроме того, выполняются дополнительные ограничения

$$Q_k(u, P, H, f, t) \leq [Q_k], \quad k = 1, \dots, N_Q. \quad (25)$$

Здесь Q_k являются обобщениями активных ограничений (типа (18)-(20) или т.п.).

Таким образом, введение понятия обобщенного параметра дает возможность формализовать весь цикл исследований НДС элементов биомеханических систем, определения их реакции на изменение всех факторов, а также синтеза параметров по заданным критериям и ограничениям. При этом, следуя [15-21], для адаптации данного подхода к исследованию БМС, требуется создание специальных процедур получения моделей элементов биомеханических систем M по заданному набору обобщенных параметров P :

$$M = M(P). \quad (26)$$

Учитывая, что в современных условиях процесс создания геометрических и конечно-элементных моделей в основном осуществляется в CAD/CAE-системах [22-24], то предлагается следующий путь построения (26):

1) для того или иного класса биомеханических систем определяются варьи-

руемые p_{var} и неварьируемые обобщенные параметры P ;

2) с использованием p_{const} инструментария систем моделирования высокого уровня (типа Pro/ENGINEER, SolidWorks, ANSYS, Nastran) создается система управляющих команд U , которая по заданному набору параметров P генерируют модель исследуемого объекта M ;

3) разрабатывается процедура анализа текущего решения;

4) разрабатывается внешняя процедура варьирования p_{var} .

Оперируя с указанными выше четырьмя объектами и подсистемами, можно решать для определенного типа объектов весь комплекс сформулированных в статье задач.

Предложенный подход является обобщением метода построения моделей исследуемых биомеханических систем. Его адаптация к исследованию проведена и описана на примере анализа напряженно-деформированного состояния голеностопного сустава с учетом контактного взаимодействия костных тканей и металлических фиксаторов.

4. Исследование влияния различных факторов на напряженно-деформированное состояние голеностопного сустава при оперативном лечении. В связи с широким распространением травм голени достаточно актуальным является вопрос об исследовании НДС биомеханической системы «костная система голеностопа – имплантаты». В данной работе представлены результаты исследований, проводимые для нескольких видов БМС. С этой целью в пакете SolidWorks была создана трехмерная модель голени и сустава, далее на базе этой модели была построена конечно-элементная модель с помощью пакета ANSYS WorkBench, в котором были проведены дальнейшие исследования. Также была построена геометрическая модель, описывающая хрупкое разрушение большеберцовой кости (были выделены слой разрушения, основная часть кости и три осколка), были добавлены внутренняя и внешняя фиксирующие конструкции.

Разработка мощного теоретического аппарата для решения задач анализа НДС элементов БМС и их синтеза предоставляет возможность его реализации на примере конкретных типов задач. В частности, одним из достаточно сложных объектов исследований являются травмы голеностопного сустава, некоторые из них приведены в работе и описаны ниже. На рис.1 представлены трехмерные геометрические модели голеностопного сустава для всех вариантов расчетов:

1-я схема расчетов: голеностопный сустав в норме;

2-я схема расчетов: голеностоп с внедряемыми винтами крепления и внешней системой фиксации (показана условная геометрия);

3-я схема расчетов: фиксация осколков только внедряемыми винтами крепления.

Большеберцовая кость представляет собой трубчатую кость, на рис. 2 представлены рассеченные виды геометрии большеберцовой кости. Внутренняя часть кости – пористая костная ткань, внешняя – уплотненная. Их механические и физико-механические свойства существенно различаются, а сами ориентировочные числовые значения могут быть взяты из соответствующей

справочной литературы [14]. На рис. 3 представлена большеберцовая кость для второй и третьей схем расчетов с четко выраженным слоем разрушения. Разнесенный вид трех осколков, основной части и слоя разрушения кости представлен на рис. 4.



Рис. 1. Геометрическая модель биомеханической системы



Рис. 2. Большеберцовая кость в разрезах



Рис. 3. Большеберцовая кость для 2-й и 3-й схем расчетов



Рис. 4. Разнесенный вид большеберцовой кости для 2-й схемы

Для второй схемы расчетов фиксирующая конструкция, выполненная упрощенно, представляет собой пять фиксирующих стержней и соединительный элемент (основа); два стержня, связанных с основой, фиксируются к средней части большеберцовой кости, а три остальных, связанных с основой, фиксируют осколки между собой и основной частью кости. Внешний вид конструкции представлен на рис. 5. Для третьей схемы фиксирующая конструкция представляет собой три шурупа, связывающих между собой осколки с основной частью кости. Для корректного нагружения и закрепления большеберцовой кости в геометрии



Рис. 5. Фиксирующая конструкция (внешние элементы показаны в виде фиксаторов упрощенной формы)

ческой модели были достроены дополнительные элементы. На рис. 6 представлены геометрические модели с дополнительными элементами – верхняя и нижняя опоры. Конечно-элементная модель (КЭМ) была построена из элементов SOLID186 и SOLID187 и насчитывала 285 тыс. элементов. Ее вид представлен на рис. 7. На рис. 8 и 9 представлены КЭМ осколков, слоя разрушения и конструкции, соответственно.

Нагружение осуществляла прикладываемая к верхней опоре сжимающая сила величиной $300H$, закрепление осуществлялось путем закрепления нижней опоры, а также накладывались ограничения на верхнюю опору – разрешались перемещения только в осевом направлении, обеспечивая условия осевого сжатия. На рис. 10 представлена геометрия исследуемой БМС с внешними нагрузками. Свойства материалов приведены в табл. 1 [14]. В результате численного моделирования получен характер распределения эквивалентных напряжений (темные цвета соответствуют высоким напряжениям, светлые – низким), представленный на рис. 11.

На рис. 12 приведены распределения главных напряжений в кости, а на рис. 13 – распределения компонент тензора напряжений в большеберцовой кости. Видно, что доминирующими являются напряжения σ_y (вдоль вертикальной оси). Этот результат хорошо согласуется с результатами других исследователей. В то же время в зоне контакта в районе голеностопного сустава наблюдается напряженное состояние, сильно отличающееся от одноосного.



Рис. 6. Геометрическая модель с дополнительными элементами

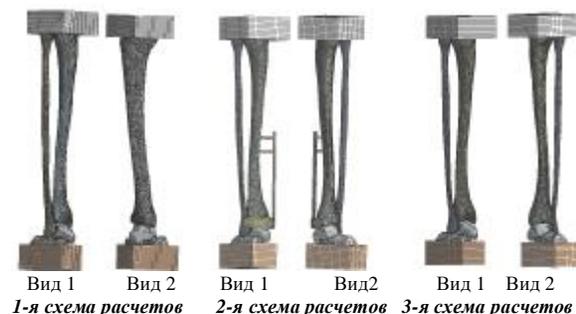


Рис. 7. Конечно-элементная модель с дополнительными элементами

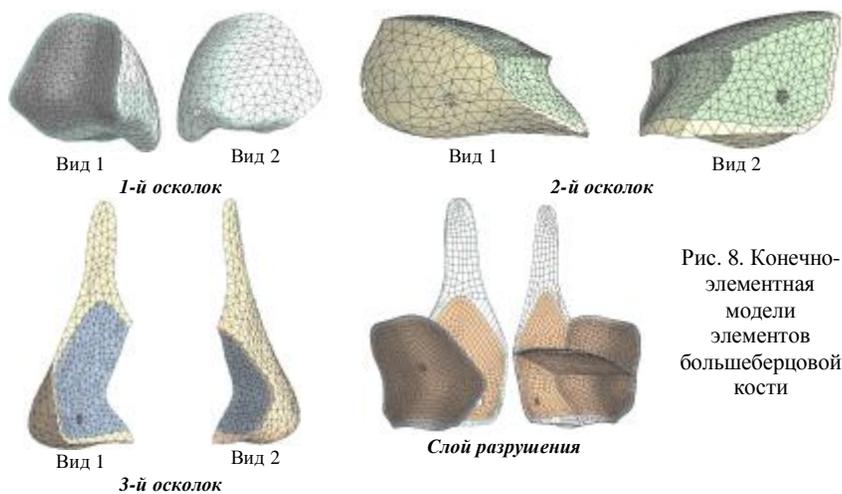


Рис. 8. Конечно-элементная модели элементов большеберцовой кости

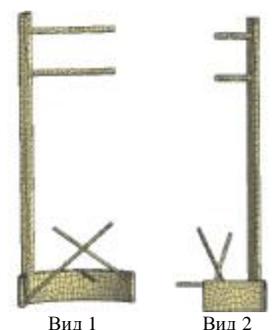


Рис. 9. Конечно-элементная модель конструкции

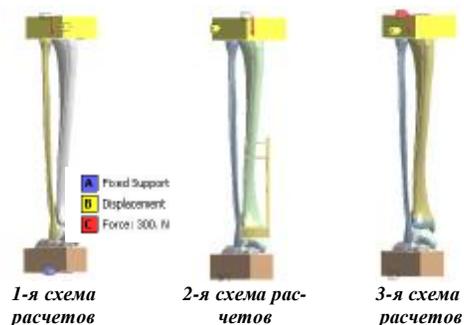


Рис. 10. Геометрическая модель с внешними нагрузками

На рис. 14 представлены контактные напряжения в большеберцовой кости и суставном хряще со стороны таранной кости. Видно, что даже при отсутствии травм и патологий (т.е. кости и сустав находятся в нормальном патофизиологическом состоянии, геометрия сопряженных поверхностей согласована) распределение контактных давлений неравномерно.

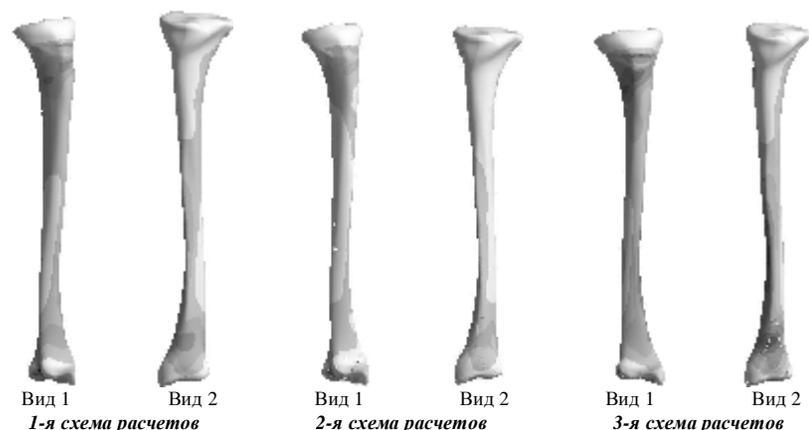


Рис. 11. Распределения эквивалентных напряжений: (системы координат: для вида 1 - ; для вида 2 -)

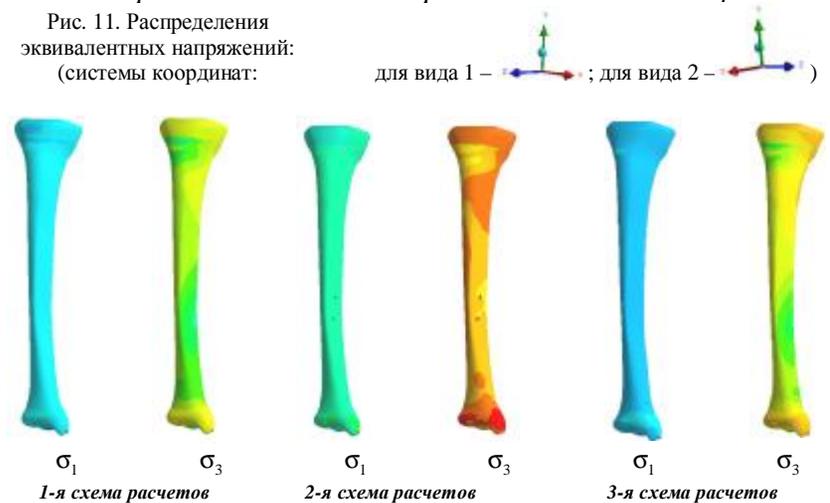


Рис. 12. Распределения главных напряжений σ_1, σ_3 в большеберцовой кости

Для 2-й и 3-й расчетных схем проводились ряд исследований, в котором варьировались модули упругости слоя разрушения (как трабекулярной, так и кортикальной костей), а также нагрузка. Расчеты проводились как для случая с внешней конструкцией, так и для случая без конструкции:

- 1) нагрузка составляет $300H$, исходные модули упругости материала слоя разрушения уменьшались на 2 порядка от исходных (т.е. момент после травмы);
- 2) нагрузка составляет $300H$, исходные модули упругости слоя разрушения уменьшались на порядок (момент спустя 20 дней после оперативного лечения);
- 3) нагрузка составляет $300H$, исходные модули упругости слоя разрушения

уменьшались на 10% (момент спустя 3 месяца после оперативного лечения);

4) нагрузка составляет 50Н, исходные модули упругости слоя разрушения уменьшались на 2 порядка;

5) нагрузка составляет 100Н, исходные модули упругости слоя разрушения уменьшались на порядок.

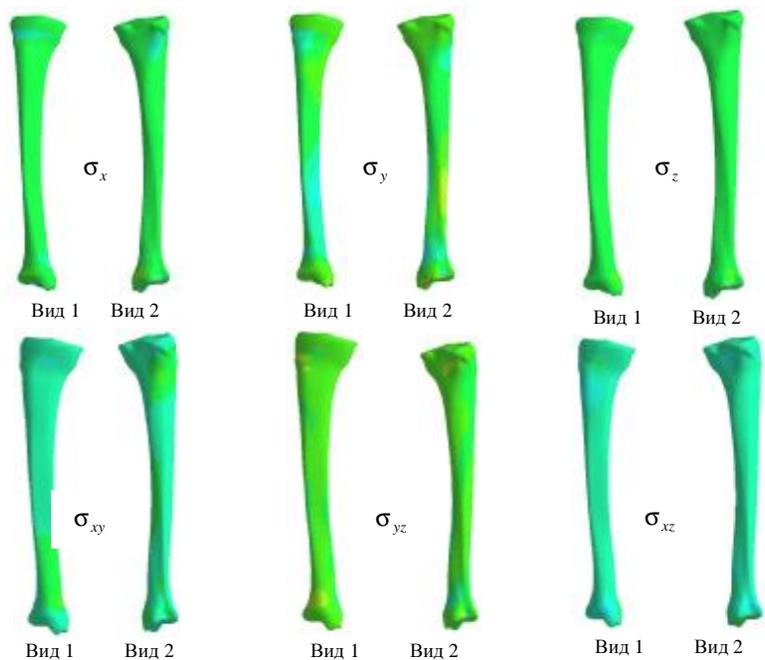


Рис. 13. Распределения компонент тензора напряжений в большеберцовой кости (направление осей координат аналогично рис. 11)



Рис. 14. Контактные напряжения

Таблица 1
Физико-механические характеристики некоторых тканей человека

Материал	Модуль Юнга E, МПа	Коэффициент Пуассона ν
Кортикальная кость	8 000	0,3
Губчатая кость	500	0,2
Хрящевая ткань	10,6	0,49

Распределение эквивалентных напряжений в осколках и слое разрушения представлено на рис. 15, распределение компонент напряжений в слое разрушения – на рис. 16, а на рис. 17 – главные напряжения в слое разрушения. Характер распределения перемещений в слое разрушения для всех расчетов имеет аналогичный вид и представлен на рис. 18.

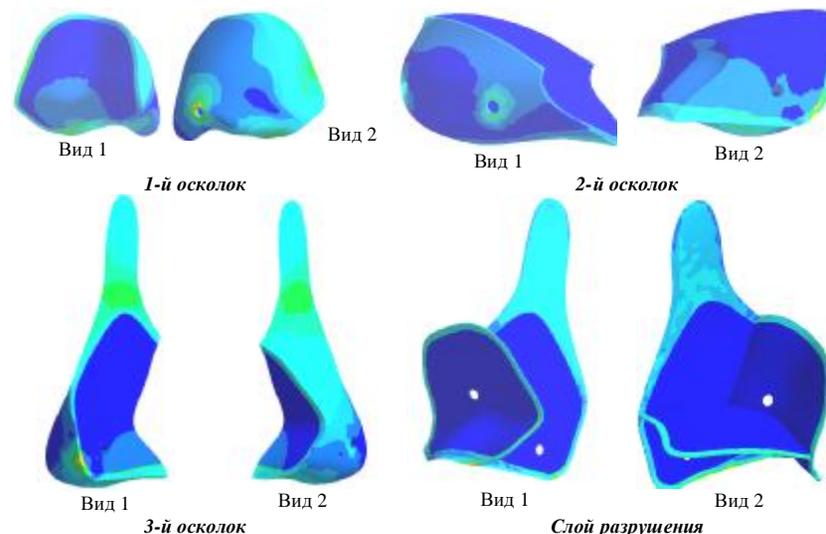


Рис. 15. Распределение эквивалентных напряжений в осколках и слое разрушения

На рис. 19-22 и в табл. 2 представлены числовые характеристики напряжений и перемещений (перемещения, приведенные для исходного варианта геометрии, представлены для всей большеберцовой кости).

Анализ представленных результатов позволяет сделать некоторые выводы.

1. Созданные конечно-элементные модели позволяют проводить исследования как неповрежденной большеберцовой кости, так и для определенного случая разрушения нижней части кости с явно выделенным слоем разрушения, модели содержат внешнюю и внутреннюю фиксирующие конструкции, соединяющие осколки с основной частью кости. Таким образом, данные модели обладают гораздо большими возможностями определения реакции исследуемой БМС на действующую нагрузку, чем при традицион-

ных подходах.

2. Из результатов исследования видно, что напряжения во всех расчетах не превышают предела прочности (предел прочности для большеберцовой кости равен 21,5 МПа, а максимальные напряжения во всех расчетах достигают 6,9 МПа).

3. Исследование моделей, описывающих разрушение и включающих фиксирующие конструкции, показало, что при использовании внешних конструкций напряжения и перемещения в слое разрушения снижаются, что соответственно ускоряет выздоровление пациента.

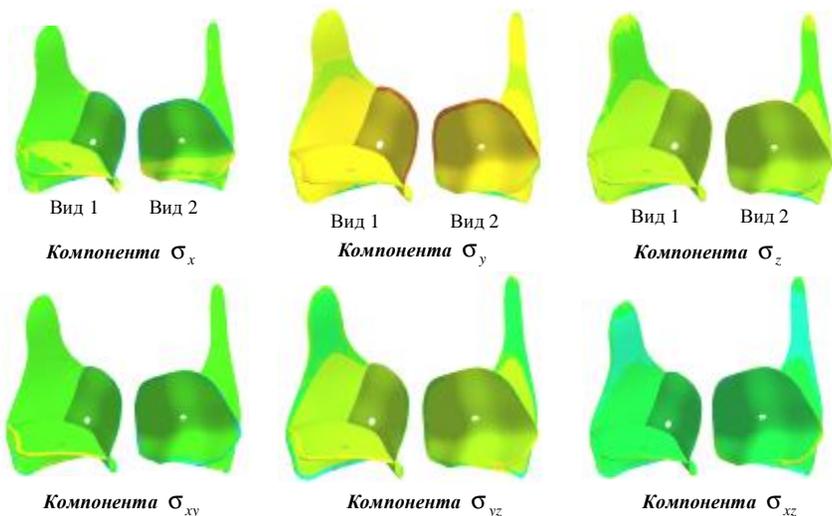


Рис. 16. Распределение компонент напряжений в слое разрушения (направление осей координат аналогично рис. 11)



Рис. 18. Распределение перемещений в слое разрушения

Рис. 19. Контролируемые характеристики напряженно-деформированного состояния в исследуемой биомеханической системе: максимальные напряжения в большеберцовой кости, МПа

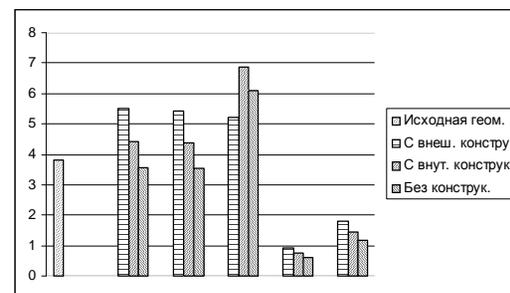


Рис. 20. Контролируемые характеристики напряженно-деформированного состояния в исследуемой биомеханической системе: максимальные напряжения в слое разрушения, МПа

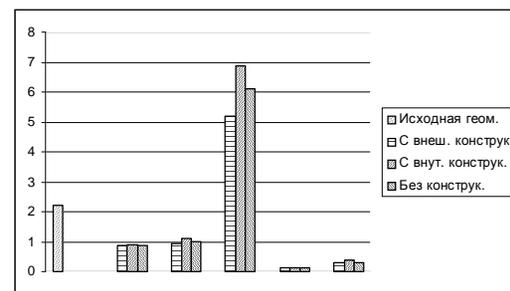


Рис. 21. Контролируемые характеристики напряженно-деформированного состояния в исследуемой биомеханической системе: максимальные контактные напряжения, МПа

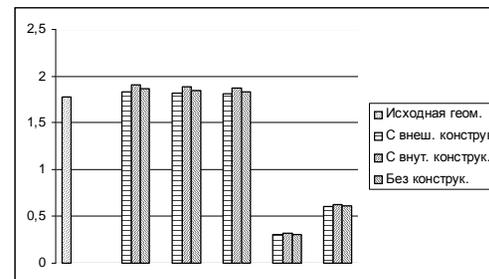
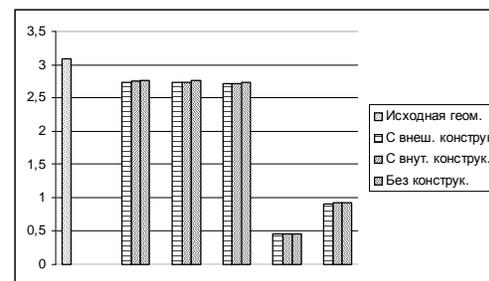


Рис. 22. Контролируемые характеристики напряженно-деформированного состояния в исследуемой биомеханической системе: максимальные перемещения в слое разрушения, 10^{-4} м



№ расчета	Варианты конструкций	Максимальные напряжения		Максимальные контактные напряжения, МПа	Максимальные перемещения в слое разрушения, 10^{-4} м
		в большеберцовой кости, МПа	в слое разрушения, МПа		
	Исходная геометрия	3,81	2,22	1,78	3,08
1	С конструкцией*	5,49	0,88	1,83	2,74
	С конструкцией**	4,41	0,906	1,906	2,75
	Без конструкции	3,55	0,89	1,86	2,77
2	С конструкцией*	5,44	0,93	1,82	2,73
	С конструкцией**	4,36	1,14	1,89	2,74
	Без конструкции	3,53	1,01	1,84	2,77
3	С конструкцией *	5,21	5,21	1,81	2,71
	С конструкцией**	6,86	6,86	1,87	2,71
	Без конструкции	6,1	6,1	1,83	2,73
4	С конструкцией *	0,91	0,14	0,305	0,457
	С конструкцией**	0,73	0,15	0,317	0,459
	Без конструкции	0,59	0,14	0,31	0,463
5	С конструкцией *	1,81	0,31	0,607	0,912
	С конструкцией**	1,45	0,38	0,63	0,916
	Без конструкции	1,17	0,33	0,615	0,923

Примечание: * – внешняя фиксирующая конструкция; ** – шуруп.

4. Напряжения в слое разрушения, как правило, ниже напряжений в осколках и неповрежденной части кости. Однако, учитывая, что предельные напряжения материала в слое разрушения намного меньше, чем материала неповрежденной кости (особенно в начальной стадии периода реабилитации), именно они являются определяющими для напряженного состояния всей системы.

5. Для определения тенденций в зависимостях характеристик напряженного состояния исследуемой биомеханической системы от варьируемых параметров характерно отсутствие доминирующих трендов. Это означает, что нельзя без подробного анализа текущей картины напряженно-деформированного состояния при тех или иных параметрах оценить степень влияния каждого из параметров в отдельности и их совокупности на контролируемые или управляемые характеристики.

5. Анализ результатов, рекомендации и выводы по результатам исследований. Анализ теоретических разработок, численных моделей и результатов расчетов, представленных в статье, позволяет заключить следующее.

1. В работе поставлена и решена новая задача разработки, совершенствования и адаптации методов моделирования реакции биомеханической системы на внешние нагрузки и на ряд факторов, определяемых с учетом индивидуальных особенностей пациентов и травм. Предложенная постановка отличается от традиционных формулировок механики деформируемого тела строгостью использованного математического аппарата, учетом реальных условий контактного взаимодействия путем привлечения современной теории

вариационных неравенств и метода конечных элементов.

2. В статье предложено развитие и адаптация метода обобщенного параметрического описания применительно к сложным биомеханическим системам. Научная новизна данного подхода определяется тем, что обобщает возможности параметрического анализа и синтеза на БМС. Это, в свою очередь, предоставляет исследователю чрезвычайно мощный новый инструмент исследований сложных биомеханических систем.

3. На примере голеностопного сустава в работе проиллюстрированы возможности численного моделирования, основанные на соединении преимуществ метода обобщенного параметрического описания исследуемых биомеханических систем и метода конечных элементов. Несомненными преимуществами и составляющими практической ценности данного подхода являются инструментарий для широкого варьирования структуры биомеханической системы, свойств материалов, вида травм, типа и параметров применяемых элементов фиксации и внешних устройств. Таким образом, разработан подход, позволяющий решать задачи, недоступные существующим методикам и средствам компьютерного моделирования.

4. В работе, в отличие от традиционных упрощенных моделей опорно-двигательного аппарата, используется не изотропная модель материала костной ткани, а многослойная модель, состоящая из изотропных материалов с разными физико-механическими и механическими свойствами. Это позволило более адекватно отразить свойства реальной костной ткани, в т.ч. в первом приближении промоделировать анизотропию свойств кости в целом. Все это было перенесено также на конечно-элементную модель и является одним из важных составляющих научной новизны предложенного в работе подхода.

5. Важной составляющей новизны в работе является предложенный способ моделирования материала очага межсуставного разрушения костной ткани. Он состоит в том, что свойства этого материала являются не постоянными, а предполагаются зависимыми от времени после оперативного вмешательства, схем послеоперационного лечения и условий реабилитации. Таким образом, создается инструмент исследования послеоперационного поведения пациента в хронологическом и лечебно-реабилитационном разрезе.

6. В работе впервые разработаны варианты расчетных моделей исследуемых биомеханических систем на примере очагового разрушения голени в районе голеностопного сустава. Анализ результатов позволил установить, что рассмотренные схемы оперативного лечения (с внешним креплением и внедряемыми фиксаторами) достаточно эффективны. Первая позволяет достичь повышенной иммобилизации за счет более высокого уровня напряжений, вторая – наоборот.

7. Установлено, что контактное давление в сопряжении «большая берцовая кость – таранная кость» изменяются по характеру при наличии травматического поражения. По сравнению с более гладкой картиной распределения, характерной для сустава без патологии, наблюдается пятнисто-рваное распределение контактных давлений с зонами раздела, соответствующими контурам осколков.

8. Установлено, что в процессе реабилитации рекомендуемые нагрузки на голеностопный сустав могут возрастать пропорционально степени восстановления механических свойств костного материала, образующегося по поверхности разрушения между осколками.

9. В работе проиллюстрирован полный комплекс исследований биомеханических систем на примере оперативного лечения большеберцовой кости – от описания геометрии до создания параметрических компьютерных конечно-элементных моделей, расчета напряженно-деформированного состояния с учетом контактного взаимодействия, анализа результатов и формирования рекомендаций для обоснования схем оперативного лечения. Такие возможности предоставил принципиально новый подход к обобщенному параметрическому моделированию элементов биомеханических систем, соединенный с конечно-элементным моделированием НДС и реализованный в виде специализированной среды исследования. При этом на каждом этапе исследований доступен весь объем информации в численном и графическом виде, модели могут корректироваться и уточняться, индивидуальные особенности травм и пациентов – вноситься в базы данных. Таким образом, на основе данного подхода можно формировать специализированные базы знаний по травмам опорно-двигательного аппарата, индивидуальным параметрам пациентов, а также по схемам оперативного лечения. При формировании таких баз данных и баз знаний возможна сверхоперативная оценка конкретного случая травмы и определение оптимальной схемы оперативного лечения. Данное направление исследований на сегодняшний день является одним из приоритетных в информационно-компьютерном обеспечении современных способов лечения распространенных травм и патологий опорно-двигательного аппарата.

Общий вывод по анализу материала состоит в том, что в статье представлена новая теоретическая разработка в области моделирования напряженно-деформированного состояния элементов биомеханических систем, основанная на соединении метода обобщенного параметрического описания сложных БМС, методов теории вариационных неравенств для моделирования нелинейных задач с ограничениями (контактное взаимодействие) и метода конечных элементов (моделирование НДС), на развитии и адаптации этих мощных современных методов к решению поставленной задачи. Данная теоретическая разработка реализована в виде специализированного комплекса алгоритмов и моделей в универсальных компьютерных пакетах типа SolidWorks, ANSYS, WorkBench и имеет большую практическую ценность как инструмент компьютерного моделирования биомеханических систем и обоснования схем оперативного лечения.

В ходе комплекса исследований установлены закономерности распределения компонент напряженно-деформированного состояния в элементах и контактного давления между ними, что представляет и научный, и практический интерес. Кроме того, очерчены направления дальнейших исследований, которые на основе полученных результатов могут простираются до создания общенациональной компьютерной базы данных и базы знаний по ви-

дам патологии и травм опорно-двигательного аппарата и рекомендуемым схемам их оперативного лечения с учетом индивидуальных особенностей пациентов.

Список литературы: 1. Гловински Р., Лионс Ж.Л., Тремольер Р. Численное исследование вариационных неравенств. – М.: Мир, 1979. – 574 с. 2. Дюво Г., Лионс Ж.Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 384 с. 3. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с. 4. Кравчук А.С., Суряков В.А. Численное решение геометрически нелинейных контактных задач // Доклады АН СССР, 1981. – Т.259. – № 6. – С.1327-1329. 5. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. – 1977. –Т.41.– Вып.2. – С.329-337. 6. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. – 1978. –Т.42. – Вып.3. – С.466–474. 7. Карманов В.Г. Математическое программирование. – М.: Наука, 1980. – 536 с. 8. Полак Э. Численные методы оптимизации. – М.: Мир, 1974. 9. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975. – 534 с. 10. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. - Amsterdam ; Heidelberg: Butterworth-Heinemann. – 2006. – 631 p. 11. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. – М.: Мир, 1987. – 328 с. 12. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 13. Belytschko, T., Liu, W. K. and Moran, B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures – J. Wiley & Sons. – New York. – 2000. – 600 p. 14. Березовский В.А. Колотилов Н.Н. Биофизические характеристики тканей человека. Справочник. // Под. ред. П.Г. Костоюка. – Киев: Наукова думка, 1990. – 224 с. 15. Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57-79. 16. Ткачук Н.А., Кохановский В.И., Быба К.Е., Ткачук Н.Н., Артемов И.В. Структура специализированных систем автоматизированного анализа и синтеза сложных пространственных конструкций // Механіка та машинобудування. – 2007. – №1. – С.55-65. 17. Радченко В.А., Шманько А.П., Ткачук Н.А., Веретельник Ю.В. Моделирование поведения биомеханических систем "позвонок-эндпротез-позвонок" на основе метода конечных элементов // Ортопедия, травматология и протезирование. – 2005. – №1. – С.24-31. 18. Ткачук Н.А., Радченко В.А., Веретельник Ю.В. Узагальнений параметричний опис складних біомеханічних систем // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: "Динамика и прочность машин". – 2005. – №47. – С.173-180. 19. Ткачук Н.А., Веретельник Ю.В., Пионтковский В.К. Біомеханічні системи: узагальнений параметричний опис // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем.вып.: Машиноведение и САПР. – 2006. – №3. – С.173-179. 20. Ткачук Н.А., Веретельник Ю.В., Ткачук Н.Н. Generalized parametrical approach to research of biomechanical systems elements //Advanced Information and Telemedicine Technologies for Health (AITTH'2005) Proceedings of the International Conference (November 8-10, 2005, Minsk, Belarus). In two volumes. –Vol.2. – P.63-67. 21. Ткачук Н.А., Пионтковский В.К., Федак В.И., Веретельник Ю.В. К вопросу о расчетно-экспериментальном исследовании напряженно-деформированного состояния биомеханических систем //Вісник НТУ "ХПІ". Тем.вип.: Машинознавство та САПР. – 2007. – №23. – С.99-121. 22. Алямовский А.А. SolidWorks/COSMOSWorks: Инженерный анализ методом конечных элементов. М.: ДМК Пресс, 2004. – 432 с. 23. Степанов Н.В., Голованов А.А. Курс пользователя Pro/ENGINEER 2000i. – М.: КомпьютерПресс, 2000. – 190 с. 24. Чемоданова Т.В. Pro/ENGINEER: Деталь, сборка, чертеж.– СПб.: БХВ–Петербург, 2003. – 560 с.

Поступила в редакцию 21.05.09