

5. *Динаміка корпусу бойової машини при здійсненні стрільби із скорострільних гармат / Пелешко Є.В., Мартиненко О.В., Грабовський А.В., Бруль С.Т. // Тез. доп. на 4 Всеукр. наук.-техн. конф. «Перспективи розвитку озброєння і військової техніки сухопутних військ», м. Львів, 12-13 квітня 2011 р. – С. 153.* 6. *Пелешко Є.В.* Комплексне дослідження міцності та жорсткості корпусів транспортних засобів спеціального призначення / Є.В. Пелешко, М.А. Ткачук, С.Т. Бруль та інш. // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: Транспортное машиностроение. – 2010. – №39. – С. 116-131. 7. *Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д. и др. // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ «ХПБ», 2006. – Т. 1. – С.57-79.* 8. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541с. 9. *Стренг Г.* Теория метода конечных элементов // Г. Стренг, Дж.Фикс. – М.: Мир, 1977. – 349 с. 10. *Норри Д.* Введение в метод конечных элементов / Д. Норри. – М.: Мир, 1981. – 304 с. 11. *Пановко Я.Г.* Устойчивость и колебания упругих систем / Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. – М.: Наука, 1979. – 384 с.

Поступила в редколлегию 02.12.2010

УДК 62-752.8(088.8)

**В.С. ГАПОНОВ**, проф., д.т.н., зав. каф. „Детали машин и прикладная механика”,  
**А.В. ГАЙДАМАКА**, проф., к.т.н., проф. каф. „Детали машин и прикладная механика”,  
**Е.Ю. ГЛАДЫЩЕВА**, аспирант каф. „Детали машин и прикладная механика”, НТУ „ХПИ”

### ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ УПРУГИХ ОПОР ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ

У статті дана порівняльна оцінка аналітичним і чисельним методам розрахункових жорсткостей на прикладі відомої конструкції пружного елемента опор підшипників качення. Показано, що величина розрахованої чисельним методом жорсткості досліджуваної пружної опори непостійна і залежить від кутової координати щодо лінії дії сили.

В статье дана сравнительная оценка аналитическим и численным методам расчетных жесткостей на примере известной конструкции упругого элемента опор подшипников качения. Показано, что величина рассчитанной численным методом жесткости исследуемой упругой опоры непостоянная и зависит от угловой координаты относительно линии действия силы.

The article provides a comparative assessment of analytical and numerical methods of calculation on the example of rigidity known structure of the elastic element support bearings. It's shown that the value calculated by the numerical method of investigated elastic support stiffness is not constant and depends on the angular coordinates relative to the line of force.

**Анализ публикаций.** В работе [1] проведен анализ конструкций и функциональных возможностей упругих опор на подшипниках качения высокоскоростных роторных систем. Установлено, что существующие упругие опоры с элементами, сохраняющими форму устойчивости [2], в достаточной мере не решают задачу снижения виброактивности роторных систем. Известные упругие опоры не способны достаточно быстро и в необходимых пределах изме-

нять свою статическую жесткость. Поэтому предложен более эффективный принцип работы упругих опор, позволяющий мгновенно изменять характеристики жесткости [3, 4].

Опоры с новым принципом работы упругих элементов требуют расчета напряженно-деформированного состояния последних и выбора их геометрических параметров. Аналитическое определение напряжений в новых упругих элементах, представляющих собой, как вариант исполнения, цельную и разрезную цилиндрическую оболочку переменной толщины, уже в простейших условиях осесимметричного нагружения, связано со значительными трудностями даже приближенными методами теории упругости [5]. Поэтому расчет предложенных вариантов конструкции упругих элементов опор подшипников качения предполагается осуществлять на основе метода конечных элементов [6] с применением программного комплекса ANSYS [7]. Однако численный метод расчета упругих элементов нуждается в оценке отклонения полученного результата от аналитического решения.

**Цель исследования** - оценка отклонения результата расчета численным методом упругих элементов от аналитического решения.

**Основная часть.** Известная упругая опора состоит из двух жестких колец

1 и 2, связанных между собой криволинейными упругими элементами 3, образованными сквозными пазами 6, выполненными по двум concentрическим окружностям (рис. 1). Упругие элементы присоединяются к жестким кольцам 1 и 2 соответственно перемычками 4 и 5.

**Аналитический расчет** в работе [2] предлагается проводить методом сил. Расчетная схема представлена на рис. 2. Согласно схеме опора состоит из двух бесконечно жестких частей, внутренней 1 и наружной 2, связанных между собой тремя криволинейными упругими элементами 3. Такая система является шесть раз статически неопределимой. Ее расчет целесообразно проводить для двух вариантов действия силы  $P$ , а именно – горизонтальной  $P_x$  и вертикальной  $P_y$ , что позволит установить напряженно-деформированное состояние опоры и при любом другом центральном расположении внешней нагрузки. Угол  $\varphi_1$ , определяющий дуго-

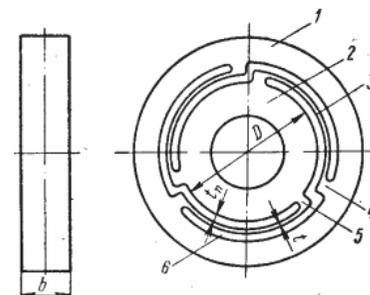


Рис. 1. Упругая опора

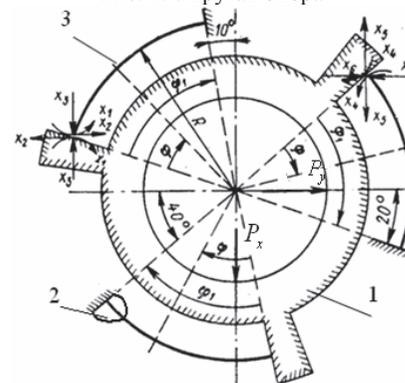


Рис. 2. Расчетная схема упругой опоры

вую длину упругих элементов, является при решении задачи варьируемым параметром.

Канонические уравнения для определения лишних неизвестных  $x_i$  одинаковые при обоих случаях нагружения опоры:

$$\begin{cases} x_1\delta_{11} + x_2\delta_{12} + x_3\delta_{13} + x_4\delta_{14} + x_5\delta_{15} + x_6\delta_{16} + \Delta_{1P_j} = 0; \\ x_1\delta_{21} + x_2\delta_{22} + x_3\delta_{23} + x_4\delta_{24} + x_5\delta_{25} + x_6\delta_{26} + \Delta_{2P_j} = 0; \\ x_1\delta_{31} + x_2\delta_{32} + x_3\delta_{33} + x_4\delta_{34} + x_5\delta_{35} + x_6\delta_{36} + \Delta_{3P_j} = 0; \\ x_1\delta_{41} + x_2\delta_{42} + x_3\delta_{43} + x_4\delta_{44} + x_5\delta_{45} + x_6\delta_{46} + \Delta_{4P_j} = 0; \\ x_1\delta_{51} + x_2\delta_{52} + x_3\delta_{53} + x_4\delta_{54} + x_5\delta_{55} + x_6\delta_{56} + \Delta_{5P_j} = 0; \\ x_1\delta_{61} + x_2\delta_{62} + x_3\delta_{63} + x_4\delta_{64} + x_5\delta_{65} + x_6\delta_{66} + \Delta_{6P_j} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Коэффициенты влияния уравнений (1) выражаются соответствующими интегралами Мора, которые при пренебрежении взаимным влиянием нормальных и поперечных сил на деформацию имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \delta_{ik} = \frac{1}{EJ} \sum_{n=1}^{n=3} \int_S \overline{M}_{i,n} \overline{M}_{k,n} ds; \\ \Delta_{iP_j} = \frac{1}{EJ} \sum_{n=1}^{n=3} \int_S \overline{M}_{i,n} \overline{M}_{P_j,n} ds. \end{cases} \quad (2)$$

Перемещения центра опоры в вертикальном и горизонтальном направлениях, необходимые для вычисления соответствующих коэффициентов жесткости, могут быть найдены по методу Мора после определения лишних неизвестных.

Расчетная формула для коэффициента жесткости:

$$c = k_4 \frac{EJ}{R^3}, \quad (3)$$

где  $k_4 = 1/k_3$ , а  $k_3$  – табличный безразмерный коэффициент, зависящий от направления силы  $\mathbf{P}$  и величины угла  $\varphi_1$ .

Коэффициенты  $k_3$  и  $k_4$  для вертикального и горизонтального направлений силы  $\mathbf{P}$  при одном и том же угле  $\varphi_1$  полностью совпадают. Это говорит об изотропности упругого поля рассматриваемой опоры.

Момент инерции сечения упругого элемента равен:

$$J = \frac{bt^3}{12}, \quad (4)$$

где  $b$  – ширина упругого элемента, а  $t$  – его толщина.

Максимальное напряжение в опоре рассчитывается по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{k_1 PR}{W} + k_2 \frac{P}{F}, \quad (5)$$

где  $W = bt^2/6$ ,  $F = bt$ , а  $k_1$  и  $k_2$  – табличные безразмерные коэффициенты, зависящие от направления силы  $\mathbf{P}$  и угла  $\varphi_1$ .

**Численное исследование напряженно-деформированного состояния упругой опоры.** Для численного исследования напряженно-

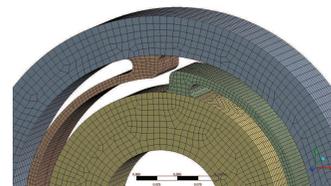


Рис. 3. Конечно-элементная модель упругой опоры

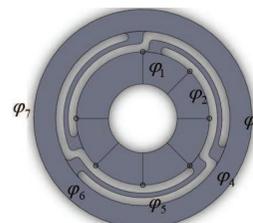


Рис. 4. Точки снятия результатов

деформированного состояния геометрическая модель упругой опоры была построена в пакете SolidWorks и передана в пакет ANSYS. После разбиения модели на конечные элементы и задания граничных условий, как и в аналитическом расчете, к модели поочередно были приложены две силы в 1000 Н, горизонтальная и вертикальная. На рис. 3 представлена конечно-элементная модель упругой опоры.

**Анализ решения.** В результате аналитического расчета получена жесткость опоры  $c = 33,5469$  МПа и максимальное напряжение  $\sigma_{\max} = 13,5365$  МПа.

При численном исследовании для каждого варианта приложения силы значения перемещений брались для пяти различных точек. На рис. 4 показаны эти точки. В таблице представлены значения жесткости в этих точках, а также погрешность численного исследования.

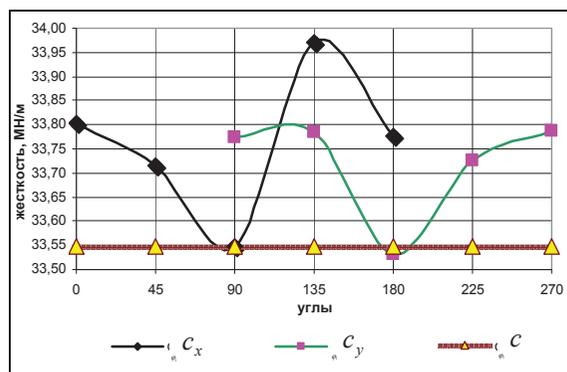
Таблица

Значения жесткости в контрольных точках и погрешность численного исследования

$\varphi_i$	$\Delta\varphi$	$c_x$ , МН/м	$\delta_x$ , %	$c_y$ , МН/м	$\delta_y$ , %
$\varphi_1$	0	33,80	0,68	—	—
$\varphi_2$	45	33,72	0,71	—	—
$\varphi_3$	90	33,55	0,05	33,77	0,76
$\varphi_4$	135	33,97	0,53	33,78	0,51
$\varphi_5$	180	33,78	0,72	33,53	0,00
$\varphi_6$	225	—	—	33,73	1,26
$\varphi_7$	270	—	—	33,79	0,69

По данным таблицы построен график (рис. 5). Из графика видно, что максимальное отклонение от аналитического решения имеется в точках, наиболее удаленных от места приложения силы.

Рис. 5. График значения жесткостей, полученных численным методом



Максимальное эквивалентное напряжение по энергетической теории прочности для силы  $P_x$   $\sigma_{\max}^x = 12,487$  МПа, для силы  $P_y$   $\sigma_{\max}^y = 11,698$  МПа. Погрешность максимального напряжения  $\delta_{\sigma}^x = 7,75\%$  и  $\delta_{\sigma}^y = 13,58\%$ . На рис. 6 показано распределение эквивалентных напряжений в упругой опоре.

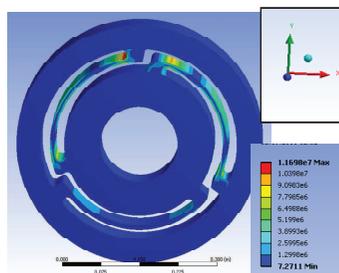


Рис. 6. Распределение напряжений в упругой опоре

**Выводы.** В работе отработана методика расчета численным методом упругой опоры подшипников качения. Дана сравнительная оценка аналитическим и численным методами расчетных напряжений и расчетных жесткостей на примере известной конструкции упругого элемента.

Показано, что величина рассчитанной численным методом жесткости исследуемой упругой опоры непостоянна и зависит от угловой координаты относительно линии действия силы. Наименьшее отклонение рассчитанной численным методом жесткости упругой опоры от величины жесткости, рассчитанной аналитическим методом, достигается в зоне приложения силы.

**Список литературы:** 1. Гапонов В.С. Аналитический обзор литературы по вопросам конструктивного обеспечения динамической устойчивости высокоскоростных роторных систем / В.С. Гапонов, А.В. Гайдамака, Е.Ю. Гладышева // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. Вып.: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ „ХПИ”, 2010. – №19. – С.39-44. 2. Кельзон А.С. Расчет и конструирование роторных машин / А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев. – Л.: Машиностроение (Ленинград. отд-ние), 1977. – 288 с. 3. Гапонов В.С., Гайдамака А.В. Пружина опоры для подшипников роторных систем // Решение про выдачу патента на винахід № 12413/1 від 26.10.2009. 4. Гапонов В.С., Гайдамака А.В. Корпус шпінделя // Решение про выдачу патента на винахід № 14490/1 від 13.11.2009. 5. Пономарев С.Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. В 3-х т. – М. Машгиз, 1959. 6. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы: Пер. с англ. / Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с. 7. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А. Басов. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

Поступила в редколлегию 02.03.11

**А.В. ГРАБОВСЬКИЙ**, мол. наук. співроб. каф. ТММіСАПР,  
**Ю.В. КОСТЕНКО**, аспірант каф. ТММіСАПР, НТУ „ХПІ”,  
**І.В. АРТЬОМОВ**, гол. конструктор ВАТ „ГСКТР”, Маріуполь

## УДАРНА ВЗАЄМОДІЯ ТА ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ У ВІБРОУДАРНИХ МАШИНАХ З ЧАСТКОВИМ РУЙНУВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ВАНТАЖУ: ЗАДАЧІ, МЕТОДИ, МОДЕЛІ

У роботі викладено новий підхід до визначення сил ударної взаємодії у вібраційних машинах. Він полягає в тому, що ударні сили не моделюються за допомогою залежностей, заданих априорно, а обчислюються на основі розрахунково-експериментальних досліджень. При цьому використовується представлення сили ударної взаємодії у вигляді ряду за базисними функціями від відносного зближення і швидкості. Невідомі коефіцієнти в розкладанні сили пропонуються визначати на основі досягнення мінімуму функціонала невідповідності результатів числового й експериментального моделювання.

В работе изложен новый подход к определению сил ударного взаимодействия в вибрационных машинах. Он заключается в том, что ударные силы не моделируются с помощью зависимостей, заданных априорно, а вычисляются на основе расчетно-экспериментальных исследований. При этом используется представление силы ударного взаимодействия в виде ряда по базисным функциям от относительного сближения и скорости. Неизвестные коэффициенты в разложении силы предлагается определять на основе достижения минимума функционала несоответствия результатов числового и экспериментального моделирования.

In this paper we outline a new approach to determining the forces of impact interaction in vibratory machines. It lies in the fact that the unbalance force is modeled using relationships defined a priori, but calculated on the basis of calculation and experimental studies. In this case, the representation of the forces of impact interaction in a series of basis functions, depending on the relative convergence and speed. The unknown coefficients in the expansion of the forces expected to be based on achieving a minimum of functional discrepancy of the results of numerical and experimental simulation.

**Вступ.** Сучасні машини проектуються для виконання все більш широкого спектру функцій. Це змушує конструкторів розширювати принципи роботи нових машин. Зокрема, зараз різко зростають області застосування вібраційних машин. Вони використовуються як транспортні та технологічні машини у різних галузях промисловості: в металообробці, в металургії, в обробці будівельних матеріалів, у сільському господарстві та переробці сільськогосподарської продукції. Цьому сприяють унікальні особливості вібраційних машин, зумовлені специфічними властивостями нелінійних динамічних систем. У той же час зростаючі вимоги до технічних характеристик, а також інтенсифікація режимів експлуатації вібромашин призводять до різкого зростання їхньої динамічної навантаженості. При цьому особливе значення дані фактори мають для важких вібраційних машин, зокрема, віброударних, тому що при цьому традиційні підходи до моделювання динамічних процесів і напружено-деформованого стану не дають адекватних результатів. У цьому контексті особливе значення набувають питання визначення сил ударної взаємодії вібромашини з технологічним вантажем (який транспортується) при