

**Н.А. ТКАЧУК**, д. т. н., проф., зав. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;  
**А.В. МАРТЫНЕНКО**, м.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;  
**А.Ю. ВАСИЛЬЕВ**, м.н. с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»;  
**А.В. ГРАБОВСКИЙ**, к.т.н., н. с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»

## **АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРТИЛЛЕРИЙСКИХ СТВОЛОВ**

У статті на модельному прикладі досліджуються динамічні процеси та напружено-деформований стан артилерійських стволів.

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, артилерійський ствол, рухоме навантаження, міцність

В статье на модельном примере исследуются динамические процессы и напряженно-деформированное состояние артиллерийских стволов.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, артиллерийский ствол, движущаяся нагрузка, прочность

In this paper there are investigated dynamic processes and stress-strain state of artillery barrels.

**Keywords:** stress-strain state, artillery barrel, moving loading, strength

**Введение.** Традиционные подходы к проектированию и технологии изготовления сложных машиностроительных конструкций на определенном этапе развития, как правило, исчерпывают свой потенциал. С целью повышения технических характеристик тех или иных изделий необходимо прибегать либо к новым конструктивным решениям, либо к более совершенным технологическим приемам, что, в свою очередь, сопряжено с исследованием поведения более сложных физико-механических процессов при их эксплуатации и производстве. При этом приходится совершенствовать, в первую очередь, расчетные модели и подходы к математическому и численному исследованию сложных механических процессов и состояний в тех или иных объектах.

Ярким примером такой ситуации являются стволы артиллерийских орудий. Длительная история артиллерийских систем, а также их огромное значение в обеспечении боевых возможностей вооруженных сил, обусловили огромное внимание и к их технологии изготовления, и к режимам боевого применения [1, 2]. Это предопределило и прогрессивные технологические приемы при изготовки, выбор материала для изготовления стволов, их обработку, конструктивные варианты исполнения отдельных фрагментов и компоновку, а также внимание к системам наведения и стабилизации [1, 2].

В то же время отдельные вопросы появляются в настоящее время в связи с интенсификацией режимов боевого применения артиллерийских систем. В ча-

стности, в отношении исследования систем управления танковыми пушками открытым остается вопрос совершенствования математической модели динамического объекта «ствол – снаряд», поскольку эта часть общей системы в момент производства выстрела является неуправляемой, а возникающие за короткий период возмущения могут быть значительными с точки зрения влияния на точность стрельбы. Другим очень важным вопросом является уточнение динамического напряженно-деформированного состояния (НДС) ствола под действием кратковременного воздействия перемещающейся вслед за выталкиваемым снарядом нагрузки от давления пороховых газов на его внутреннюю поверхность. Эти задачи приобретают все большее значение с ростом требований к дальности и точности стрельбы.

Целью данной работы является разработка математической и численной модели напряженно-деформированного состояния ствола артиллерийского орудия и его поперечных колебаний в процессе производства выстрела.

### Постановка задачи.

Рассмотрим модельный объект в виде тела вращения (рис. 1). Ось канала ствола определяет связанную с ним систему координат  $Oxyz$ . Ось  $x$  – вдоль канала ствола, ось  $z$  – перпендикулярна к ней и расположена в вертикальной плоскости. Под действием образующихся от

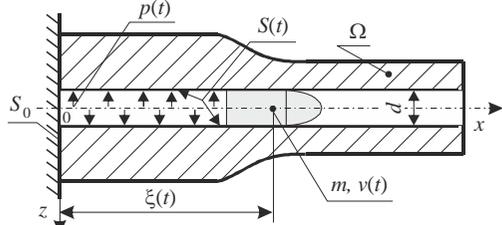


Рисунок 1 – Модель исследуемого объекта

момента начала горения пороховых газов  $t=0$  давлений  $p(t)$  снаряд массы  $m$  движется, ускоряясь в канале ствола. Его текущее положение  $\xi(t)$  и скорость  $v(t)$  определяются создаваемым давлением  $p(t)$ . Отвлекаясь от вариантов распределения  $p(t)$ , а также конструктивного исполнения (т.е. формы области  $\Omega$ ) ствола, приходим к следующим модельным задачам.

**Задача 1.** *Динамическое напряженно-деформированное состояние ствола.* Заданы  $p(t)$ ,  $\xi(t)$ ,  $v(t)$ , масса снаряда  $m$ , калибр  $d$  и  $\Omega$  (см. рис. 1). Соответственно, задается область  $S(t)$  – нагружаемая часть внутренней поверхности канала ствола.

Вводя в рассмотрение цилиндрическую систему координат  $Ox\varphi$  ( $x \equiv x$ ,  $r|_{\varphi=0} \equiv z$ ) для области  $\Omega$  (компоненты вектора перемещений  $\mathbf{u} = \{u_r, u_\varphi, u_x\}$ ), получаем систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l}
\varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}; \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \\
\varepsilon_{rx} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right); \quad \varepsilon_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right); \\
\varepsilon_{\varphi x} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_x}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi}{\partial x} \right); \\
\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial x} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} + F_r = 0; \\
\frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{\varphi x}}{\partial x} + \frac{2\sigma_{r\varphi}}{r} + F_\varphi = 0; \\
\frac{\partial \sigma_{rx}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_{\varphi x}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\sigma_{rx}}{r} + F_x = 0,
\end{array} \right. \quad (1)$$

где  $\varepsilon, \sigma$  – компоненты тензора деформации и напряжений, связанные обобщенным законом Гука [3]:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad (2)$$

где  $E$  – компоненты тензора, определяющиеся для изотропного тела через параметры Ляме  $\lambda, \mu$  материала следующим образом [3]:

$$E_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl}. \quad (3)$$

Здесь  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Уравнения (1) дополняются граничными условиями (см. рис. 1):

$$u|_{S_0} = 0, \quad \sigma_\kappa|_{S(t)} = -p(t). \quad (4)$$

Здесь  $u = \{u_r, u_\varphi, u_x\}^T$  – вектор перемещений точек  $\Omega$ .

Соотношения (1)–(4) в силу заявленной ранее зависимости  $S = S(t)$  являются функциями времени. Кроме того, компоненты объемных сил  $\vec{F} = \{F_r, F_\varphi, F_x\}^T$  дополняются инерционным слагаемым

$$\vec{F} = \rho \vec{g} - \rho \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2}, \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность материала,  $\vec{g}$  – вектор действия и величина гравитационной компоненты ускорения свободного падения.

В дополнение точки области  $\Omega$  характеризуются начальными скоростями:

$$\frac{d\bar{u}}{dt}/\Omega = 0 \text{ при } t = 0. \quad (6)$$

Соотношения (1)–(6) задают некоторую начально-краевую задачу, при решении которой получаем динамическое напряженно-деформированное состояние области в  $\Omega$ . Если при этом отвлечься от особенностей пространственной геометрии и принять  $\Omega$  как тело вращения, то соотношения (1)–(6) упростятся, лишившись зависимости от угловой координаты  $\varphi$ .

**Задача 2. Поперечные колебания ствола.** Преследуя цель построить модель первого приближения, рассмотрим ствол танковой пушки в виде консольно защемленного слева стержня длиной  $l$ , с постоянной изгибной жесткостью  $EI$  и погонной массой  $\mu$ . Вдоль ствола со скоростью  $v(t)$  движется тяжелый груз (снаряд) массой  $m$ . Текущее положение  $\zeta(t)$  и  $v(t)$  определяются законом действия пороховых газов, и здесь, как и ранее, считаются заданными. Задан также угол наклона пушки в вертикальной плоскости  $\alpha$  (рис. 2).

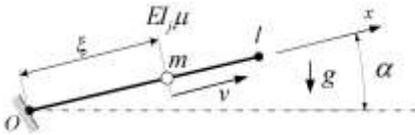


Рисунок 2 – Расчетная схема колебаний ствола

ются законом действия пороховых газов, и здесь, как и ранее, считаются заданными. Задан также угол наклона пушки в вертикальной плоскости  $\alpha$  (рис. 2).

Тогда полные перемещения точек оси канала ствола (прогиб  $W_x$ ) можно представить как сумму статического

$W_0$  и динамического  $W$  прогибов:

$$W_x = W_0(x) + W(x, t). \quad (7)$$

Здесь прогибы  $W_0(x)$  удовлетворяют уравнению

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} = \mu g^{\wedge}, \quad g^{\wedge} = g \cos \alpha, \quad (8)$$

и граничным условиям

$$W_0(0) = W_0'(0) = 0, \quad W_0''(l) = W_0'''(l) = 0, \quad (9)$$

а динамические  $W(x, t)$  – уравнению

$$EI \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = P, \quad (10)$$

а также краевым условиям типа (9) и начальным условиям

$$W(x, 0) = \dot{W}(x, 0) = 0 \quad \forall x. \quad (11)$$

В выражении (10)  $P = P(\zeta(t), t)$  – перемещаемая нагрузка [4],

$$P(\zeta(t), t) = \delta(\zeta(t)) \cdot \left[ mg \wedge - m \frac{d^2 W_{\Sigma}}{dt^2} \right] \quad (12)$$

где полная (субстанциональная) производная в правой части (12) равна:

$$\frac{d^2 W_{\Sigma}}{dt^2} = \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2v \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial t} + v^2 \frac{\partial^2 W_{\Sigma}}{\partial x^2}. \quad (13)$$

В выражении (13), в отличие от традиционных постановок [4], последнее слагаемое учитывает влияние статического прогиба на динамическую составляющую ускорения.

Рассмотрим способы получения решений уравнений (8) и (10). Решение уравнения (8) принимает вид:

$$W_0 = \frac{1}{24} C_1 x^4 + C_2 + C_3 x + C_4 x^2 + C_5 x^3; \quad C_1 = \frac{\mu g \wedge}{EI}. \quad (14)$$

С учетом (9)  $C_2 = C_3 = 0$ ,  $C_4 = -(C_1 \frac{l^2}{2} + 6C_5 l) / 2$ ,  $C_5 = -C_1 l / 6$ .

Решение (10) отыскивается в виде [4]:

$$W = \sum_k f_k(t) \cdot \varphi_k(x), \quad k = 1, 2, \dots \quad (15)$$

где  $\varphi_k(x)$  – собственные формы колебаний стержня [5]:

$$EI \varphi_k^{IV} - \omega^2 \mu \varphi_k = 0, \quad \varphi_k^{IV}(x) - k^4 \mu \varphi_k(x) = 0, \quad k^4 = \frac{\mu \omega^2}{EI}. \quad (16)$$

Решение (16) представляет собой линейную комбинацию функций Крылова  $K_i$  [5]:

$$\begin{aligned} K_1 = S &= \frac{1}{2} [ch(kx) + \cos(kx)], & K_2 = T &= \frac{1}{2} [sh(kx) + \sin(kx)], \\ K_3 = U &= \frac{1}{2} [ch(kx) - \cos(kx)], & K_4 = V &= \frac{1}{2} [sh(kx) - \sin(kx)]. \end{aligned} \quad (17)$$

С учетом краевых условий (9), получаем:

$$\{C \cdot S(kl) + D \cdot T(kl) = 0; C \cdot V(kl) + D \cdot S(kl) = 0, \quad (18)$$

где  $C, D$  – искомые константы для определения собственных функций  $\varphi_k$ .

Тогда условие

$$S^2 - T(k,l)V(k,l) = 0, \text{ или } ch(kl)\cos(kl) + 1 = 0, \quad (19)$$

задает характеристическое уравнение для  $kl$  [5], решение которого

$$kl = \{1,875; 4,694; 7,855; 10,996; \dots\}. \quad (20)$$

Тогда

$$\lambda_i = \frac{D}{C} = -\frac{S(k_i, l)}{T(k_i, l)} = -\frac{V(k_i, l)}{S(k_i, l)}, \quad (21)$$

и собственные формы определяются как

$$\varphi_i = C[U(k_i x) - \lambda V(k_i x)], \quad (22)$$

где  $C$  – произвольная константа.

Записав (10) в виде

$$EI \sum_k \varphi_i^{IV} k_i^4 f_i(t) + \mu \sum_k \varphi_i \ddot{f}_i - P(\xi, t) = 0, \quad (23)$$

где  $\varphi_i' = \frac{d\varphi_i}{d(k_i x)}$ , для получения решения (23) можно использовать метод Галеркина с базисными функциями  $\varphi_s(k_s x)$ . Тогда, умножая левую и правую части (23) на  $\varphi_s$  и интегрируя в пределах  $[0; l]$  получаем набор дифференциальных уравнений относительно искомых функций  $f_i(t)$ . В частности, для случая удержания одной собственной формы в разложении (15) получаем:

$$R^{(1)} \ddot{f}_i + R^{(2)} \dot{f}_i + R^{(3)} f_i + R^{(4)} = 0, \quad (24)$$

где коэффициенты  $R_i^{(*)}$  определяются соответствующим интегрированием множителей при функциях производных  $f$ :

$$\int_0^l [*] \cdot \varphi(kx) dx = 0, \quad (25)$$

где  $[*]$  – левая часть выражения (23), а  $\varphi = \varphi_1(k_1 x)$ .

Интегрирование (24) при начальных  $f_i(0) = \dot{f}_i(0) = 0$  дает возможность определить итоговое решение (15).

В ряде задач о влиянии перемещающихся грузов [4] на поперечные колебания стержней решение задачи сводится к установлению асимптотического характера поведения  $f_i(t)$  и, соответственно, устойчивости или неустойчивости результирующего движения (15). В данном же случае в силу того, что между отдельными выстрелами проходит значительное время, интерес представляет как раз отыскивание конкретной пространственно-временной реали-

зации поперечных колебаний. Особенно интересует отклонение ствола от номинального значения в момент схождения снаряда со ствола ( $\xi(t)=l$ ), а также угол отклонения снаряда от номинального направления на цель. Эти величины нетрудно вычислить, имея в распоряжении (15).

**Заключение.** Представленный в работе подход к анализу поперечных колебаний и напряженно-деформированного состояния орудийных стволов дает возможность численного определения составляющих погрешности при производстве выстрелов, обусловленных поперечным движением канала ствола вследствие изгиба относительно номинального положения на цель, а также прочности самого ствола при единичном воздействии или по результатам накопления повреждаемости на протяжении серии выстрелов. В дальнейшем предполагается применить разработанные модели для оценки колебаний и напряженно-деформируемого состояния стволов современных артиллерийских систем.

**Список литературы:** 1. Широкопад А. Б. Энциклопедия отечественной артиллерии. – М: Харвест, 2000. – 1188 с. 2. Александрова И.Е., Александрова Т.Е. К вопросу синтеза робастного стабилизатора танковой пушки с использованием аппарата функций чувствительности // Механіка та машинобудування. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2012. – № 1. – С. 71-80. 3. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. — М.: Наука, 1988. — 712 с. 4. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: : Гос. издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 600 с. 5. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: : Гос. изд-во технико-теорет. лит-ры, 1958 - 628 с.

*Надійшла до редколегії 12.04.13*

УДК 621.833:539.411

**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ «ХПИ»

## **ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА АКТИВНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ НА КОНТАКТНУЮ ВЫНОСЛИВОСТЬ**

Предложена методика расчета на контактную выносливость двухпараметрических зубчатых передач. Она основана на расчетах контактных напряжений для отдельных относительных положений колес с последующим определением эквивалентного напряжения. Такой подход позволяет корректно учесть изменение контактных напряжений в процессе работы.

**Ключевые слова:** двухпараметрическая передача, активные поверхности зубьев, контактная выносливость, эквивалентные напряжения

Запропоновано методику розрахунку на контактну витривалість двопараметричних зубчатих передач. Вона базується на розрахунках контактних напружень для окремих відносних положень коліс із наступним визначенням еквівалентного напруження. Такий підхід дозволяє коректно врахувати зміну контактних напружень у процесі роботи.

**Ключові слова:** двопараметрична передача, активні поверхні зубців, контактна витривалість, еквівалентні напруження

© А.В. Устиненко, 2013