

Electricity Market. *IEEE Trans. Power Syst.*, 19, 1674-1684. **3.** *Rau, N. S., Wan, Y.-H.* (1994). Optimum location of resources in distributed planning. *IEEE Trans. Power Syst.*, 9, 2014-2020. **4.** *Caisheng, W., Hashem Nehrir, M.* (2004). An Analytical Method for DG Placements Considering Reliability Improvements. *IEEE Trans. Power Syst.*, 19, 2068-2076. **5.** *Falaghi, H., Haghifam, M.* (2007). ACO Based Algorithm for Distributed Generation Sources Allocation and Sizing in Distribution Systems. *PowerTech*, 555-560. **6.** *Hossein Nabavi, S. M., Hajforoosh, S., Masoum, M. A.* (2011). Placement and Sizing of Distributed Generation Units for Congestion Management and Improvement of Voltage Profile using Particle Swarm Optimization. *IEEE*. **7.** *Burikin, O. B. Malogulko, Yu. V.* (2013). Optimizatsiya rezhimu lokalnih elektrichnih sistem z vidnovlyuvalnimi dzherelami energiyi. *Naukovi pratsi DonNTU. Seriya: «Elektrotehnika i energetika»*, 2(15), 42-46. **8.** *Alinejad-Beromi, Y., Sedighizadeh, M., Sadighi, M.* (2008). Particle Swarm Optimization for Sizing and Sizing of Distributed Generation in Distribution Network to Improve Voltage Profile and Reduce THD and Losses. *Universities Power Engineering Conference*, 1-5. **9.** *Liu Zifa, Wu Ziping, Xue Xiaoqiang, Zhang Jianhua.* (2009). Optimal Configuration for Capacity of Distributed Generation Interconnected to Distribution Network Based on Improved. *Sustainable Power Generation and Supply*, 1-5. **10.** *Lezhnyuk, P. D. Kulik, V. V. Burikin, O. B.* (2008). Vzaemovpliv elektrichnih merezh i sistem v protsesi optimalnogo keruvannya yih rezhimami. *UNIVERSUM*, 123. **11.** *Lezhnyuk, P. D., Kulik, V. V., Burykin, A. B.* (2006). Opredelenie i analiz poter moshchnosti ot tranzitnyh peretokov v elektricheskikh setyah energosistem metodom lineari-zatsii. *Elektricheskie seti i sistemy*, 1, 5-11. **12.** *Abramenkova, N. A., Voropay, N. I., Zaslavskaya, T. B.* (1990). Strukturnyy analiz elektroenergeticheskikh sistem v zadachah modelirovaniya i sinteza. *Novosibirsk: Nauka*, 224. **13.** *Voytov, O. N., Voropay, N. I., Gamm. A. Z.* (1999). Analiz neodnorodnostey elektroenergeticheskikh sistem. *Novosibirsk: Nauka*, 250. **14.** *Voevodin, V. V., Kuznetsov, Yu. A.* (1984). Matritsy i vychisleniya. *Nauka*, 320.

Надійшла (received) 17.12.2014

## УДК 519.6:001.5

*Д. А. ЛЕВКІН*, аспірант, ХНТУСГ ім. Петра Василенка, Харків

### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ ДІЇ ЛАЗЕРНОГО ПРОМЕНЯ НА БАГАТОШАРОВІ БІОСИСТЕМИ

Для побудови адекватних оптимізаційних математичних моделей, обґрунтована адекватність розрахункових математичних моделей, що описують процес дії променя лазера на багатошарові (N-шарові) мікробіологічні матеріали. З цією метою досліджена багатоточкова крайова задача для багатошарового мікробіологічного середовища і доведена коректність такої задачі при малих обуреннях. Цей результат дозволяє гарантувати адекватність прикладних оптимізаційних математичних моделей.

**Ключові слова:** адекватність, оптимізаційна модель, лазер, мікробіологічний матеріал, крайова задача, коректність.

**Вступ.** Успішне розв'язання задач розрахунку і оптимізації фізичних полів в багатошарових системах, які знаходяться під впливом зосереджених рухомих джерел, вимагає розробки і дослідження відповідних адекватних математичних моделей. При цьому адекватними повинні бути, як розрахункові математичні моделі, так і оптимізаційні моделі. Забезпечення цього дозволить розширити арсенал ефективних засобів автоматизації проектування складних систем.

Багатошарові системи, що розглядаються в даній роботі, є мікробіологічним матеріалом, що піддається дії на нього лазерним випромінюванням для здійснення

© Д. А. ЛЕВКІН, 2014

його сегментації (ділення, розкрою). При цьому ставиться основна задача: оптимізація параметрів теплової дії за обмеженнями на характер розподілу температурного поля в багатошаровій системі з забезпеченням життєздатності сегментів матеріалу.

Така постановка основної задачі характерна для: підвищення якості процесу розкрою штучної і натуральної шкіри при лікуванні обширних опіків; зварювання біоматеріалу; ділення ранніх елітних ембріонів, з метою подальшої трансплантації частин ембріонів; для використання методики в практиці мікрохірургії, офтальмології, косметології і інших галузях.

Наукова актуальність цієї проблеми і її практична значущість привертала увагу до цих питань багатьох вчених Бутковського А. Г. [1], Комяк В. М. [2], Макарова А. А. [3], Мацевитого Ю. М. [4], Мегеля Ю. Е. [5], Путятіна В. П. [6], Рвачёва В. Л. [7], Слесаренко А. П. [7], Стояна Ю. Г. [6], Чубарова Е. П. [8], Antinori S. [9], Obrusa A. [10], Douglas D. H. [11]. Проте, отримані на сьогодні результати досліджень носять, в основному, вузькопрофесійний характер і проблема не розглядалася в цілому. Для її цілісного розгляду необхідно запропонувати міждисциплінарний підхід, що базується на останніх досягненнях теорії математичного моделювання, математичної фізики, теплофізики, теорії розрахунку та оптимізації багатошарових систем, методів управління рухомою дією в системах з розподіленими параметрами. Просуванню в цьому напрямі і присвячена дана стаття.

**Мета дослідження.** Метою дослідження є розробка математичних моделей, чисельних методів і алгоритмів для підвищення якості біотехнологічного процесу лазерної сегментації багатошарового мікробіологічного матеріалу за критерієм життєздатності частин біоматеріалу.

**Математичні моделі прикладних задач оптимізації та базовий алгоритм їх чисельної реалізації.** Аналіз наукових публікацій показав, що існуючі нечисленні математичні моделі задач розрахунку і оптимізації параметрів дії лазерного випромінювання на багатошарові мікробіологічні матеріали розглядалися раніше за принципом: математична модель під конкретну задачу. При цьому математичним моделям оптимізації параметрів дії лазерного випромінювання присвячено відносно мало праць і пов'язано це, перш за все, з необхідністю та складністю розв'язання специфічних, багатовимірних, багатоекстремальних задач. Причому, стан об'єкта дослідження (багатошаровий мікробіоматеріал під дією лазерного випромінювання) описується крайовою задачею для системи диференціальних рівнянь з частинними похідними (система з розподіленими параметрами).

Для доказу умов коректності крайової задачі, можливо, скористатися методом параметрикса, розглянутого в роботі [3]. На основі даного методу було з'ясовано, якими псевдодиференціальними операторами можливо обурювати праву частину основного рівняння крайової задачі (джерело дії), щоб вона залишалася коректною. Отримані результати дозволяють застосувати вказаний вище метод для визначення і доказу умов коректності крайової задачі теплопровідності, яка є основою розрахункової математичної моделі для кулястого біоматеріалу з неоднорідними включеннями. Це дало можливість: по-перше, обґрунтування адекватності розрахункових математичних моделей, що описують процес дії

лазерного променя на багатошарові ( $N$ -шарові) мікробіологічні матеріали; по-друге, гарантування адекватності прикладних оптимізаційних математичних моделей.

В роботі запропоновано спосіб параметричного представлення розв'язку крайової задачі залежно від змінних параметрів дії лазерного променя на багатошаровий мікробіологічний матеріал. Таким шуканим вектором параметрів лазера є вектор  $z^* = (x, y, z, t, u, E, s(t), v(t), Q(x, y, z, t), S)$ , де  $(x, y, z) \in \Omega^*$  – область багатошарового ( $N$ -шарового) мікробіологічного матеріалу  $\Omega$ ;  $t$  – час дії лазерного променя;  $u$  – інтенсивність джерела лазерного променя, тобто пята;  $E$  – енергія теплового впливу на багатошаровий мікробіологічний матеріал;  $s(t)$  – траєкторія руху лазерного джерела, тобто пята;  $v(t)$  – швидкість руху джерела;  $Q(x, y, z, t)$  – густина теплового впливу;  $S$  – діаметр лазерного джерела. На ці параметри накладаються додаткові двохсторонні умови їх зміни. Винятком є траєкторія руху лазерного джерела.

В загальному випадку, цільова функція має вигляд:

$$T = T(x, y, z, t, z^*). \quad (1)$$

де  $T(x, y, z, t, z^*)$  – температурне поле,  $(x, y, z) \in \Omega^*$  – область багатошарового ( $N$ -шарового) мікробіологічного матеріалу,  $t_0$  – початковий момент часу  $t$ ,  $t^*$  – кінцевий момент часу  $t$ , а  $z^*$  – вектор параметрів теплової дії на багатошаровий ( $N$ -шаровий) мікробіологічний матеріал.

Таким чином, необхідно знайти

$$\underset{\substack{(x, y, z) \in \Omega^* \\ t \in [t_0; t^*] \\ z^* \in Z}}{extr} T(x, y, z, t, z^*), \quad (2)$$

де  $Z$  – область допустимих значень шуканих параметрів  $z^*$  лазера, яка описується системою відповідних обмежень.

Тобто, необхідно знайти такі параметри вектора  $z^*$ , які б забезпечували виконання екстремуму (2) в області  $\Omega^*$ . Ними будуть

$$z_0^* = \arg \underset{\substack{(x, y, z) \in \Omega^* \\ t \in [t_0; t^*] \\ z^* \in Z}}{extr} T(x, y, z, t, z^*), \quad (3)$$

де  $z_0^*$  – вектор параметрів лазера.

Розглянуті особливості математичної моделі основної оптимізаційної задачі та прикладних задач оптимізації. До цих особливостей належать:

1. Даний клас систем (багатошарові мікробіологічні матеріали, на які діє промінь лазера) відноситься до класу систем з розподіленими параметрами. Це обумовлено тією обставиною, що процес дії променя лазера на матеріал, в загальному випадку, описується системою нестационарних, багатовимірних диференціальних рівнянь теплопровідності з частинними похідними.

За класифікацією систем з розподіленими параметрами А.Г. Бутковського [2], розглянуті нами системи (навіть в лінійній постановці крайових задач), відносяться до класу з індексами (3.1.2), де перший параметр – розмірність просторової області  $\Omega^*$  біоматеріалу, в якій визначена функція  $T$  (температурного

поля) даної задачі, другий параметр – найвищий порядок похідних функції  $T$  по незалежній часовій змінній  $t$  (час) в основному рівнянні задачі, а третій параметр – найвищий порядок похідних функції  $T$  по просторовій змінній в основному рівнянні задачі.

2. *Розмірність простору шуканих параметрів залежить від числа змінних характеристик теплової дії на багаточарові мікробіологічні матеріали: потужність, радіус пятна променя лазера, швидкість руху пятна, його траєкторія переміщення та ін. До цих параметрів додатково додається число та координати точок контролю температурного поля багаточарового мікробіологічного матеріалу.*

3. *Функції мети в прикладних оптимізаційних математичних моделях є нестационарними, нелінійними, багатовимірними.* Крім того, обчислення значень функцій мети вимагає багаторазового розв'язання відповідних крайових задач.

4. *Система обмежень, що накладається на межі зміни шуканих параметрів, в загальному випадку, є нелінійною.* Число обмежень залежить від числа шуканих (змінних) параметрів. При цьому найбільш трудомісткими обмеженнями, за витратами часу на їх аналіз, є нелінійні обмеження на температурне поле багаточарового мікробіологічного матеріалу. Це пов'язано з необхідністю багатократного розв'язання крайової задачі для аналізу відповідних обмежень.

5. *Область допустимих розв'язків, в загальному випадку, багатозв'язна.* Це витікає вже з того, що мікробіологічний матеріал може мати складну просторову форму з наявністю областей заборони на проходження трас розподілу матеріалу (зони заборони).

6. На основі приведених вище особливостей, можна зробити висновок про те, що, з одного боку, даний клас задач відноситься до задач управління багатовимірними системами з розподіленими параметрами (див. першу особливість), а з іншого – до неklasичних задач нелінійного математичного програмування спеціального вигляду. При цьому зведення задачі управління до задачі математичного програмування здійснюється вже на етапі чисельної реалізації, після застосування процедури просторово-часової апроксимації.

7. *Багатоекстремальність* даних задач оптимізації обумовлена приведеними особливостями пунктів 3 – 5, що утрудняє пошук оптимального розв'язку (глобального екстремуму). На практиці частіше за все зупиняються на раціональному (рекордному) значенні функції мети.

8. *Число локальних екстремумів залежить від розмірності простору шуканих параметрів, просторової форми початкової області розкרוю біоматеріалу, просторових форм областей заборони на траєкторії пересування променя лазера.*

9. Враховуючи те, що в загальному випадку дані крайові задачі є багатовимірними, нелінійними і нестационарними, то розраховувати на використання відповідних аналітичних розв'язків не доводиться. Ці труднощі необхідно долати на основі застосування чисельних методів.

10. З обчислювальної точки зору основна специфіка чисельної реалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей полягає в тому, що для організації процедур пошуку і направленої перебору локальних екстремумів

необхідне багатократне розв'язання відповідних крайових задач для кожної ітерації. Це, у свою чергу, вимагає значних часових витрат цифрових ПЕОМ і тим самим знижує точність розв'язку оптимізаційної задачі в цілому.

11. Відзначимо, що одним з шляхів подолання складнощів (див. пункти 9 і 10 особливостей) чисельної реалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей, є застосування спеціалізованих аналогових або аналого-цифрових (гібридних) сіткових процесорів.

Наведемо приклади двох задач оптимізації та їх математичні моделі:

*Приклад 1.* Необхідно мінімізувати, за параметрами теплової дії лазерного променя, максимальне значення температурного поля в області багат шарового біологічного матеріалу. Тобто знайти такі параметри  $z^*$  теплової дії, щоб забезпечити ділення матеріалу і при цьому досягався

$$\min_{z^* \in Z} \max_{\substack{(x,y,z) \in \Omega^* \\ t \in [t_0; t^*]}} T(x, y, z, t, z^*). \quad (4)$$

В даній математичній моделі  $T(x, y, z, t, z^*)$  є температурним полем області  $(x, y, z) \in \Omega^*$  багат шарового ( $N$ -шарового) біоматеріалу  $\Omega$ ,  $t_0$  і  $t^*$  – початковий і кінцевий моменти часу  $t$ ,  $z^*$  – вектор параметрів теплової дії на багат шаровий ( $N$ -шаровий) біологічний матеріал,  $Z$  – область допустимих значень шуканих параметрів  $z^*$  лазера, яка описується відповідною системою обмежень.

*Приклад 2.* У разі, коли достатньо мати об'ємну характеристику життєздатних зародків, наприклад, при діленні ембріона, то така постановка задачі приводить до пошуку та максимізації відсотка  $K$  життєздатності зародків:

$$K = \frac{V_{\text{сегм.бл.}}(T)}{V_1} \times 100\%. \quad (5)$$

При цьому:  $V_{\text{сегм.бл.}}(T)$  – об'єм опроміненого сегмента зародків багат шарового (3-х шарового) мікробіологічного об'єкта (ембріона);  $V_1$  – об'єм слою зародків.

У свою чергу, об'єм опроміненого сегмента багат шарового мікробіологічного об'єкта (ембріона) можливо знайти за наступною формулою

$$V_{\text{сегм.бл.}}(T) = \pi \left( r_1 h_1 - \frac{h_1^3}{3} \right). \quad (6)$$

При цьому:  $r_1$  – глибина проникнення лазерного променя в зародки;  $h_1$  – відрізок просторової координати  $r_1$ .

Крім того, для оцінки локального нагріву зародків повинна виконуватися наступна система:

$$V_{\text{сегм.бл.}}(T) = \begin{cases} V_{\text{сегм.1}}, & \text{если } T_i > T^*; \\ V_{\text{сегм.2}}, & \text{если } T_i \leq T^*, \end{cases} \quad (7)$$

де  $V_{\text{сегм.1}}$  – об'єм термічно-травмованого сегмента зародків;  $V_{\text{сегм.2}}$  – об'єм життєздатних зародків.

Необхідно також врахувати, що  $T_i$  – значення температурного поля в точках зародків,  $T^*$  – допустима температура в точках, що належать зародкам.

Виходячи зі співвідношень (5) – (7), справедлива наступна математична модель оптимізації:



Якщо критерій припинення пошуку локального екстремума виконується (ТАК) – здійснюється перехід до кроку 8.

Якщо критерій не виконується (НІ) – здійснюється перехід до кроку 7.

*КРОК 7.* Здійснюється завдання (корекція) значень параметрів лазерного впливу й далі обчислювальний процес спрямовується до кроків 3, 4, 5, 6 і повторюється до моменту виконання (ТАК) на кроці 6.

*КРОК 8.* Здійснюється аналіз локальних екстремумів і фіксується рекордне значення. Це значення надходить на вхід кроку 9 для аналізу виконання критерію припинення пошуку рекордного значення функції мети.

*КРОК 9.* Якщо критерій припинення пошуку рекордного значення екстремума не виконується (НІ) – обчислювальний процес спрямовується до кроку 7 і здійснюється завдання (корекція) значень параметрів лазера.

Далі обчислювальний процес спрямовується до кроків 7, 3, 4, 5, 6 і повторюється до моменту (ТАК) на кроці 9.

*КРОК 10.* Якщо на кроці 9 критерій припинення пошуку виконується (ТАК) – пошуковий процес оптимізації припиняється й на виході фіксується рекордне значення функції мети, а також відповідний рекордний вектор  $z^*$  раціональних параметрів теплового впливу лазера на біоматеріал.

**Висновки.** Запропоновані математичні моделі, чисельні методи, алгоритми є подальшим розвитком методів математичного моделювання, що дозволяють автоматизувати процес міждисциплінарного дослідження математичних моделей. Крім того, це дає можливість здійснити ефективно розв'язання важливих прикладних задач, пов'язаних з оптимізацією теплофізичних процесів в мікробіологічних системах. За наслідками проведеного дослідження можна зробити наступні основні висновки:

1. Вперше запропонована математична модель основної оптимізаційної задачі, що є багатовимірною, нестационарною, нелінійною і багатоекстремальною задачею оптимізації параметрів процесу лазерної локальної теплової дії на багат шаровий мікробіологічний матеріал з урахуванням обмежень на результуюче температурне поле біоматеріалу. Здійснена формалізація і систематизація прикладних задач оптимізації, які є частковими випадками основної оптимізаційної задачі. Досліджені специфічні особливості їх математичних моделей, що дозволило обгрунтовано здійснити вибір методів їх чисельної реалізацій.

2. Вперше з метою побудови адекватних оптимізаційних математичних моделей обгрунтована адекватність розрахункових математичних моделей, що описують процес дії променя лазера на багат шарові (N-шарові) мікробіологічні матеріали. З цією метою досліджена багатоточкова крайова задача для багат шарового мікробіологічного середовища і доведена коректність такої задачі при малих обуреннях. Цей результат дозволяє гарантувати адекватність прикладних оптимізаційних математичних моделей.

3. Запропонована модифікація пошукового методу оптимізації, що враховує специфіку математичних моделей і заснована на композиції послідовно вживаних чисельних методів, створюючих обчислювальну структуру. Запропонований базовий алгоритм для реалізації обчислювальної структури. При цьому чисельна

реалізація прикладних оптимізаційних математичних моделей вимагає зміни лише композиції чисельних методів у відповідних обчислювальних структурах.

4. Рекомендується застосування розглянутих математичних моделей, чисельних методів для: підвищення якості процесу розкрою штучної та натуральної шкіри при лікуванні обширних опіків; для зварювання біоматеріалу; для ділення ранніх елітних ембріонів, з метою подальшої трансплантації частин ембріонів; а також для використання в практиці мікрохірургії, офтальмології, косметології та інших галузях.

**Список літератури:** 1. *Бутковский, А. Г.* Характеристики систем с распределёнными параметрами [Текст] / *Бутковский А. Г.* – М.: Наука, 1979. – 224 с. 2. *Котуак, В. М.* Geometrical design elements in solving applied problems [Text] / *Котуак В. М.* // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2002. – Вип. 70. – С. 126 – 131. 3. *Макаров, А. А.* Параболические краевые задачи для систем псевдодифференциальных уравнений в бесконечном слое [Текст] / *Макаров А. А.* // Дифференциальные уравнения. 1996. – Т. 32. № 5. – С. 636 – 642. 4. *Мацевитый, Ю. М.* Обратные задачи теплопроводности в 2 - х т. [Текст] / *Мацевитый Ю. М.* – К.: Наук. думка, 2003. – Т.2.: Приложения. – 392 с. 5. *Мегель, Ю. Е.* Обработка визуальной информации для оценки состояния биообъектов с помощью автоматической системы / *Ю. Е. Мегель, А. И. Рыбалка.* // АСУ и приборы автоматики. – Х.: Выща школа, 2002. – Вип. 118. – С. 11 –16. 6. *Стоян, Ю. Г.* Размещение источников физических полей [Текст] / *Ю. Г. Стоян, В. П. Пуятин.* – К.: Наук. думка, 1981. – С. 59 – 87. 7. *Рвачев, В. Л.* Алгебра логики и интегральные преобразования в краевых задачах / *В. Л. Рвачев, А. П. Слесаренко.* – К.: Наук. думка, 1976. – 290 с. 8. *Чубаров, Е. П.* Контроль и регулирование с подвижным локальным воздействием [Текст] / *Чубаров Е. П.* – М.: Энергия, 1977. – 208 с. 9. *Antinori, S.* Experience with the UV non contact laser in a assisted hatching in human [Text] / *Antinori S.* // J. of Assist Reprod and Genet. – 1997. – №14(5). – 200 p. 10. *Obruca, A.* Use of lasers in assisted fertilization and hatching [Text] / *Obruca A.* // Hum R. – 1994. – №9. – pp. 1723 – 1726. 11. *Douglas-Hamilton D. H.* Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling / *D. H Douglas-Hamilton, J. Conia.* // J. Biomed Opt. – 2001. – № 6(2). – pp. 205 – 213.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Butkovskiy, A. G.* (1979). Harakteristiki sistem s raspredelyonnyimi parametrami. 224 p. 2. *Komyak, V. M.* (2002). Geometrical design elements in solving applied problems. J. Prikladna geometriya ta Inzhenerna grafika. V. 70., pp. 126 – 131. 3. *Makarov, A. A.* (1996). Parabolicheskie kraevyye zadachi dlya sistem psevdodifferentsialnykh uravneniy v beskonechnom sloe. J. Differentsialnyie uravneniya., Vol. 32, № 5, pp. 636 – 642. 4. *Matsevityiy, Yu. M.* (1996). Obratnyie zadachi teploprovodnosti. 392 p. 5. *Megel Yu. E., Ryibalka, A. I.* (2002). Obrabotka vizualnoy informatsii dlya otsenki sostoyaniya bioob'ektov s pomoschy avtomaticheskoy sistemyi. J. ASU i priboryi avtomatiki.. № 118. pp. 11 –16. 6. *Stoyan, Yu. G., Putyatin, V. P.* (1981). Razmeschenie istochnikov fizicheskikh poley. pp. 59 – 87. 7. *Rvachev, V. L., Slesarenko, A. P.* (1976). Algebra logiki i integralnyie preobrazovaniya v kraevyih zadachah. 290 p. 8. *Chubarov, E. P.* (1977). Kontrol i regulirovanie s podvizhnyim lokalnyim vozdeystviem. 208 p. 9. *Antinori, S.* (1977). Experience with the UV non contact laser in a assisted hatching in human. J. of Assist Reprod and Genet. 200 p. 10. *Obruca, A.* (1994). Use of lasers in assisted fertilization and hatching. J. Hum R., №9., pp. 1723 – 1726. 11. *Douglas-Hamilton D.H., Conia J.* (2001). Thermal effects in laser-assisted pre-embryo zona drilling. J. Biomed Opt, №6 (2). pp. 205 – 213.

*Поступила (received) 15.12.2014*