

КАПЛАНОВ В.И., доктор техн. наук, проф., ГВУЗ «ПГТУ», г. Мариуполь
ПРИСЯЖНЫЙ А.Г., ст. препод., ГВУЗ «ПГТУ», г. Мариуполь

КОМПЛЕКСНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ СИЛ КОНТАКТНОГО ТРЕНИЯ ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ ТОНКИХ ПОЛОС

В статье на основе современной теории тонколистовой холодной прокатки предложена комплексная математическая модель, позволяющая рассчитывать работу сил контактного трения в зависимости от всех основных факторов, определяющих процесс получения тонких холоднокатаных полос.

Ключевые слова: работа, сила, трение, модель, напряжение, давление, скольжение.

В статті на основі сучасної теорії тонколистової холодної прокатки запропонована комплексна математична модель, що дозволяє розраховувати роботу сил контактного тертя в залежності від всіх основних факторів, які визначають процес отримання тонких холоднокатаних штаб.

Ключові слова: робота, сила, тертя, модель, напруження, тиск, ковзання.

In the article on the basis of modern theory is offered a complex mathematical model, which allows to expect work of forces of contact friction depending on all basic factors, which determine the process of the cold rolling of thin bars.

Keywords: work, force, friction, model, tension, pressure, sliding.

Введение. При проектировании новых и реконструкции существующих цехов холодной тонколистовой прокатки важной задачей является максимально возможное уменьшение затрат энергии на сопротивление деформации металла. Успешное решение поставленной задачи во многом зависит от правильного определения работы сил контактного трения, в основном определяющих энергосиловые параметры прокатки тонких полос.

Анализ последних публикаций и постановка проблемы. Первые формулы для расчета работы сил контактного трения получены Н.С. Верещагиным, С.Н. Петровым, В.Ф. Баюковым и А.П. Чекмаревым, но из-за сделанных при их выводе допущений [1], не соответствующих в полной мере реальным условиям процесса прокатки, не получили широкого применения. Мощность, а, следовательно, и работа сил контактного трения может быть приближенно рассчитана по довольно простой методике, предложенной Д.И. Старченко [2], но не учитывающей нейтральный угол очага деформации как один из основных факторов, определяющих скольжение металла на контактной поверхности при прокатке. В.Н. Выдриным разработана более совершенная математическая

модель [3] мощности сил контактного трения, которая наряду со своей сложностью все же не отражает основные особенности холодной тонколистовой прокатки. В работе [4] рассмотрен вопрос о расходе энергии при плоской прокатке, но внимание определению работы сил контактного трения не уделено вовсе. Следует также заметить, что несоответствие реальным условиям холодной прокатки тонких полос характерно для всех выше указанных методик. Таким

образом, значительный теоретический и практический интерес представляет разработка комплексной математической модели работы сил контактного трения при холодной тонколистовой прокатке.

Формулирование цели статьи. Целью настоящей научной работы является создание комплексной математической модели работы сил контактного трения, в максимально возможной степени соответствующей всем основным особенностям холодной прокатки тонких полос.

Изложение основного материала статьи. В механико-математической теории обработки металлов давлением [5] приводится общее уравнение для определения работы сил контактного трения:

$$A_t = -\tau_k \iint_F \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} dF, \quad (1)$$

где τ_k – напряжение силы контактного трения, принимаемое постоянным и изотропным [5];

F – площадь контактной поверхности;

u, v, w – компоненты перемещения;

dF – дифференциал площади контактной поверхности.

При холодной прокатке тонких полос, когда абсолютное уширение отсутствует и угол контакта составляет 3-6 ° [6], компонента перемещения v равна нулю, а компонента перемещения w пренебрежимо мала. Тогда с учетом того, что дифференциал площади контактной поверхности $dF = B \cdot R_c \cdot d\varphi$ (B – ширина контактной поверхности; R_c – радиус упруго деформированного вала; $d\varphi$ – дифференциал переменного угла в очаге деформации), уравнение (1) значительно упростится и для двух валков примет следующий вид (знак минус опущен):

$$A_t = 2 \cdot \tau_k \cdot B \cdot R_c \int_0^{\alpha_c} u(\varphi) d\varphi, \quad (2)$$

где α_c – угол контакта упруго деформированного вала с полосой;

R_c – диаметр упруго деформированного вала.

Детальный теоретический анализ, сделанный авторами работ [7;8], а также результаты экспериментальных исследований, приведенные в литературе [9], показывают, что при холодной тонколистовой прокатке с технологическими смазками скольжение частиц деформируемой полосы относительно поверхности валков происходит по всей длине дуги контакта, и, таким образом, очаг деформации является двухзонным, состоящим из зон отставания и опережения. Это позволяет работу сил контактного трения представить в виде ниже следующей суммы:

$$A_t = A_{t.от} + A_{t.оп}, \quad (3)$$

где $A_{t.от}$ и $A_{t.оп}$ – соответственно работа сил контактного трения в зонах отставания и опережения очага деформации.

Тогда с учетом формул (2) и (3) можно записать, что

$$A_{t.от} = 2 \cdot \tau_k \cdot B \cdot R_c \int_{\gamma}^{\alpha_c} u(\varphi) d\varphi; \quad (4)$$

$$A_{t.оп} = 2 \cdot \tau_k \cdot B \cdot R_c \int_0^{\gamma} u(\varphi) d\varphi, \quad (5)$$

где γ – нейтральный (критический) угол очага деформации, учитывающий влияние натяжения и упругой деформации валков.

Теоретическое исследование скольжения частиц деформируемого металла относительно поверхности валков проведено автором работы [9], основываясь на которой компонента перемещения u в зонах отставания и опережения очага деформации при холодной прокатке тонких полос может быть определена так:

$$- \text{ в зоне отставания } u(\varphi) = R_c \cdot \cos \varphi - \frac{R_c \cdot h_\gamma \cdot \cos \gamma}{h + R_c \cdot \varphi^2}; \quad (6)$$

$$- \text{ в зоне опережения } u(\varphi) = \frac{R_c \cdot h_\gamma \cdot \cos \gamma}{h + R_c \cdot \varphi^2} - R_c \cdot \cos \varphi, \quad (7)$$

где h_γ и h – соответственно толщина полосы в нейтральном сечении очага деформации и после пропуска.

Тогда из уравнений (4)-(7) следует, что работа сил контактного трения в зонах отставания и опережения очага деформации равна

$$A_{\tau,от} = 2 \cdot \tau_\kappa \cdot B \cdot R_c \int_\gamma^{\alpha_c} \left(R_c \cdot \cos \varphi - \frac{R_c \cdot h_\gamma \cdot \cos \gamma}{h + R_c \cdot \varphi^2} \right) d\varphi =$$

$$= 2 \cdot \tau_\kappa \cdot B \cdot R_c^2 \cdot \left\{ (\sin \alpha_c - \sin \gamma) - \frac{h_\gamma \cdot \cos \gamma}{\sqrt{R_c \cdot h}} \cdot \left[\arctg \left(\frac{R_c \cdot \alpha_c}{\sqrt{R_c \cdot h}} \right) - \arctg \left(\frac{R_c \cdot \gamma}{\sqrt{R_c \cdot h}} \right) \right] \right\}; \quad (8)$$

$$A_{\tau,оп} = 2 \cdot \tau_\kappa \cdot B \cdot R_c \int_0^\gamma \left(\frac{R_c \cdot h_\gamma \cdot \cos \gamma}{h + R_c \cdot \varphi^2} - R_c \cdot \cos \varphi \right) d\varphi =$$

$$= 2 \cdot \tau_\kappa \cdot B \cdot R_c^2 \cdot \left[\frac{h_\gamma \cdot \cos \gamma}{\sqrt{R_c \cdot h}} \arctg \left(\frac{R_c \cdot \gamma}{\sqrt{R_c \cdot h}} \right) - \sin \gamma \right]. \quad (9)$$

После некоторых преобразований и с учетом того, что при холодной прокатке тонколистовой стали тригонометрические функции $\sin \alpha_c$ и $\sin \gamma$ могут быть заменены соответственно аргументами α_c и γ , формулы (8) и (9) примут вид

$$A_{\tau,от} = 2 \cdot \tau_\kappa \cdot B \cdot R_c^2 \cdot \left\{ (\alpha_c - \gamma) - \frac{h_\gamma \cdot \cos \gamma}{\sqrt{R_c \cdot h}} \cdot \left[\arctg \left(\alpha_c \cdot \sqrt{\frac{R_c}{h}} \right) - \arctg \left(\gamma \cdot \sqrt{\frac{R_c}{h}} \right) \right] \right\}; \quad (10)$$

$$A_{\tau,оп} = 2 \cdot \tau_\kappa \cdot B \cdot R_c^2 \cdot \left[\frac{h_\gamma \cdot \cos \gamma}{\sqrt{R_c \cdot h}} \cdot \arctg \left(\gamma \cdot \sqrt{\frac{R_c}{h}} \right) - \gamma \right]. \quad (11)$$

Напряжение силы контактного трения при обработке металлов давлением целесообразно определять по общеизвестному закону (условию) Э. Зибеля:

$$\tau_\kappa = 2k \cdot f, \quad (12)$$

где $2k$ – сопротивление деформации;

f – коэффициент трения, приведенный к истинному сопротивлению деформации.

При холодной тонколистовой прокатке сопротивление деформации металла рассчитывается как средняя интегральная по дуге контакта величина по уравнению [10]

$$2k = 2k_0 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{n+1} \frac{\Pi}{n+1} (\ln \lambda)^n, \quad (13)$$

где $2k_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{r_0}$ – сопротивление деформации до пропуска (σ_{r_0} – предел текучести до пропуска);

P и n – соответственно модуль и показатель интенсивности упрочнения;

$\lambda = H/h$ – коэффициент обжатия (H – толщина полосы до пропуска).

Наиболее распространенной для определения длины упруго деформированного контакта валка с полосой при холодной тонколистовой прокатке является формула Хичкока [2;8;11;12], которая дает существенно заниженный (на 23,5-32,6%) по сравнению с экспериментальными данными работы [2] результат, а поэтому не может быть широко использована. Более надежной является следующая математическая модель [2]:

$$l_{oc} = \frac{1}{4} \cdot \left[\sqrt{k \cdot p \cdot R} + \left\{ k \cdot p \cdot R + 4 \cdot \left[R \cdot (\Delta h + k \cdot p \cdot \sqrt{R \cdot \Delta h}) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \right]^2, \quad (14)$$

где k – коэффициент, зависящий от материала валков и прокатываемой полосы [2];

p – среднее давление металла на валки;

R – радиус недеформированного валка;

Δh – абсолютное обжатие полосы за пропуск.

Расчет среднего давления металла на валки должен осуществляться с учетом всех основных особенностей высокоскоростной холодной прокатки тонких полос по такому уравнению [10]:

$$p = \frac{2k}{\lambda - 1} \left\{ \delta(\lambda + 1) - k_{on} \left[\ln \lambda^{\delta-1} + 2\delta(1 - \ln k_{on}) - \frac{\sigma_3 - \sigma_n}{2k} \right] - \frac{\lambda \sigma_3 - \sigma_n}{2k} - \frac{\rho V_6^2}{4k} \cdot \frac{\lambda - 1}{\lambda} \times \right. \\ \left. \times k_{on}^2 \left(2 - k_{on} \cdot \frac{\lambda + 1}{\lambda} \right) \right\} \quad (15)$$

где $\delta = \frac{2 \cdot f}{\alpha_c}$ – показатель условий контактного трения;

k_{on} – коэффициент опережения (коэффициент обжатия в зоне опережения очага деформации);

σ_3 и σ_n – соответственно напряжения заднего и переднего натяжения;

ρ – плотность материала полосы;

V_6 – линейная (окружная) скорость валков.

Коэффициент опережения рассчитывается в соответствии с работой [10] по формуле

$$k_{on} = \frac{2\delta - \sqrt{4\delta^2 - \left[(\delta - 1) \ln \lambda + 3\delta - \frac{\sigma_3 - \sigma_n}{2k} \right] \left[\delta - \frac{\rho V_6^2}{4k} \left(1 - \frac{1}{\lambda^2} \right) \right]}}{\delta - \frac{\rho V_6^2}{4k} \left(1 - \frac{1}{\lambda^2} \right)}. \quad (16)$$

При этом радиус валка, а также угол контакта и нейтральный угол очага деформации с учетом упругого сплющивания валков при холодной тонколистовой прокатке рекомендуется определять так [10]:

$$R_c = \frac{l_{oc}^2}{\Delta h}; \quad (17)$$

$$\alpha_c = \frac{\Delta h}{l_{oc}}; \quad (18)$$

$$\gamma_c = \sqrt{\frac{h \cdot (k_{on} - 1)}{R_c}}. \quad (19)$$

Итерационный расчет, организованный на основе выше приведенных формул (10)-(19) и соответствующий реальным условиям высокоскоростной холодной прокатки тонких полос, позволяет довольно точно установить значения работы сил контактного трения в зонах отставания и опережения очага деформации.

Заключение. Таким образом, разработана комплексная математическая модель (10)-(11) работы сил контактного трения, корректно отражающая влияние всех основных факторов холодной тонколистовой прокатки: природы металла; интенсивности деформации; радиуса упруго деформированных валков; угла и длины упруго деформированного контакта полосы с валками; нейтрального (критического) угла очага деформации с учетом упругой деформации валков; коэффициента контактного трения, а значит, шероховатости поверхности и материала валков, их окружной (линейной) скорости, вида технологической смазки и т.д.; режима натяжений; а также инерционных сил, которые действуют в очаге деформации при высокоскоростной холодной прокатке тонких полос.

Список литературы: 1. Выдрин В.Н. О работе трения при прокатке / В.Н. Выдрин // Теория обработки металлов давлением : сборник статей. – М. – Свердловск : Машгиз, 1958. – Вып. 8. – С. 58-65. 2. Старченко Д. И. Динамика продольной прокатки : учеб. пособие / Д.И. Старченко. – К. : УМК ВО, 1994. – 400 с. – ISBN 5-7763-1862-9. 3. Выдрин В. Н. Процесс непрерывной прокатки / В.Н. Выдрин, А.С. Федосиенко, В.И. Крайнов. – М. : Metallurgy, 1970. – 456 с. 4. Кальменев А.А. К вопросу о расходе энергии при плоской прокатке / А.А. Кальменев, Н.Д. Лукашкин, С.С. Хламкова // Metallurg. – 2008. – № 4. – С. 67-69. 5. Основы теории обработки металлов давлением : учебник / И.И. Иванов, А.В. Соколов, В.С. Соколов [и др.] – М. : ФОРУМ-ИНФРА-М, 2007. – 144 с. : ил. – ISBN 978-5-91134-126-8. – ISBN 978-5-16-003006-7. 6. Процесс прокатки / М.А. Зайков, В.П. Полухин, А.М. Зайков, Л.Н. Смирнов. – М. : МИСИС, 2004. – 640 с. – ISBN 5-87623-117-7. 7. Королев А. А. Механическое оборудование прокатных цехов черной и цветной металлургии / А.А. Королев. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – М. : Metallurgy, 1976. – 544 с. 8. Рудской А. И. Теория и технология прокатного производства : учеб. пособие / А.И. Рудской, В.А. Лунев. – СПб. : Наука, 2008. – 527 с. – ISBN 978-5-02-025302-5. 9. Старченко Д. И. Кинематика продольной прокатки : учеб. пособие / Д.И. Старченко. – К. : УМК ВО, 1992. – 276 с. – ISBN 5-7763-1098-9. 10. Капланов В. И. Динамика и трибоника высокоскоростной тонколистовой прокатки. Мировая тенденция и перспектива : монография / В.И. Капланов. – Мариуполь : Изд-во «Рената», 2008. – 456 с. – ISBN 978-966-7329-92-1. 11. Грудев А. П. Теория прокатки / А.П. Грудев. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Интернет Инжиниринг, 2001. – 280 с. – ISBN 5-89594-067-6. 12. Технология процессов прокатки и волочения. Листопрокатное производство : учебник / М.М. Сафьян, В.Л. Мазур, А.М. Сафьян, А.И. Молчанов. – К. : «Выща школа», 1988. – 352 с.