

кромки оправки, а максимальные радиальные напряжения у наружной стенки в зоне нижнего торца фланца. Зона максимальных высотных напряжений σ_z сосредотачивается, также, у наружной стенки и по высоте равна высоте фланца. Максимальные окружные напряжения σ_θ сосредотачиваются в зоне нижнего торца фланца и у наружной стенки заготовки.

ВЫВОДЫ

С помощью экспериментально-аналитического метода координатных делительных сеток определены компоненты тензора деформаций и напряжений, компоненты девиатора напряжений и гидростатическое давление при осесимметричном выдавливании внутреннего фланца из трубной заготовки. Анализ НДС показал, что картина распределения напряжений соответствует распределению деформаций. Наиболее проработанной является область в зоне нижнего торца фланца у наружной стенки фланца. Гидростатическое давление имеет отрицательное значение по всему очагу деформации, что способствует повышению пластичности и снижает вероятность разрушения металла.

Список литературы: 1. Огородников В.А. Оценка деформируемости металлов при обработке металлов давлением / Огородников В.А. Киев: Вища школа, 1983. 175 с. 2. Матвійчук В. А. Розробка процесів штампування порожнистих виробів методами видавлювання та обкочування/ В. А. Матвійчук, В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, Л. І. Алієва // Совершенствование процессов и оборудования обработки в металлургии и машиностроении.– Тем. сб. научн. тр., Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорськ. – 2003. С. 359-363. 3. Ренне И.П. Теоретические основы экспериментальных методов исследования деформаций методом сеток в процессах обработки металлов давлением / И. П. Ренне // - Тула: ТПИ, 1979. - 96 с. 4. Ренне И. П. Обобщение метода обработки результатов искажения делительной сетки, предложенного П. О. Пашковым, для исследования процессов сложного деформирования / И. П. Ренне // Исследования в области пластических деформаций и обработки металлов давлением Сб. Технология машиностроения. Вып. 1. Тула, Приокское изд-во, 1967. – 176 с. 5. Дель Г. Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твёрдости / Г. Д. Дель. – М.: Машиностроение, 1971. -200с. 6. Дель Г. Д. Технологическая механика / Г. Д. Дель. – М.: Машиностроение, 1978.– 176с

УДК 539.374.001.8.621.7 – 111

ЧИГИРИНСКИЙ В. В., докт. техн. наук, профессор, зав. каф. ОМД
ОБДУЛ В. Д., доц. к.т.н., каф. ОМД, ЗНТУ, г. Запорожье
ОБДУЛ Д. В., инженер каф. ОМД, ЗНТУ, г. Запорожье
ДИБРОВА Е. А., студент, каф. ОМД, ЗНТУ, г. Запорожье

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОСАДКИ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Показано аналитическое решение плоской осесимметричной задачи теории пластичности. Поля напряжений описываются гармоническими координатными функциями. Параметры решения подтверждаются тестовыми расчетами в рамках единой математической модели. Ключевые слова: обобщенная модель, поля напряжений, гармоническая функция.

Показано аналітичне рішення плоскої осесиметричної задачі теорії пластичності. Поля напруги описуються гармонійними координатними функціями. Параметри рішення підтверджуються тестовими розрахунками в рамках єдиної математичної моделі.

Ключові слова: узагальнена модель, поля напруги, гармонійна функція.

The analytical decision of flat axisymmetrical task of theory of plasticity is rotined. The Fields of tensions are described harmonic co-ordinate functions. The parameters of decision are confirmed test calculations within the framework of single mathematical model.

Keywords: generalized model, fields of tensions, harmonic function.

1. Введение

Осесимметричная задача относится к объемным задачам теории пластичности. Это вносит достаточную неопределенность в постановку и ее решение аналитическими методами.

Во многих случаях решение может упрощено, если перейти к плоской задаче. В ряде работ [1]...[4] получены данные решения в замкнутом виде. Обоснование такой постановки для осесимметричного напряженно-деформированного состояния можно найти в работе [5].

2. Постановка задачи

Система уравнений теории пластичности для осесимметричного плоскодеформированного состояния [5].

уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{\rho} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0; \quad (1)$$

условие пластичности для плоской задачи

$$(\sigma_{\rho} - \sigma_z)^2 + 4\tau_{z\rho}^2 = 4k^2; \quad (2)$$

уравнение связи

$$\frac{\sigma_{\rho} - \sigma_z}{2\tau_{z\rho}} = \frac{\dot{\xi}_{\rho} - \dot{\xi}_z}{\dot{\gamma}_{z\rho}}; \quad (3)$$

условие несжимаемости

$$\dot{\xi}_{\rho} + \dot{\xi}_z = 0; \quad (4)$$

уравнение неразрывности скоростей деформаций для осесимметричной плоской задачи

$$\frac{\partial^2 \dot{\xi}_{\rho}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \dot{\xi}_z}{\partial \rho^2} = \frac{\partial^2 \dot{\gamma}_{z\rho}}{\partial z \partial \rho}. \quad (5)$$

граничные условия принимаются в виде

$$\tau_n = -k \cdot \sin(A\Phi - 2\alpha). \quad (6)$$

где $\sigma_{\rho}, \sigma_z, \sigma_{\theta}$ - нормальные напряжения;

$\tau_{z\rho}$ - касательное напряжение;

k - сопротивление пластического сдвига;

$\dot{\xi}_{\rho}, \dot{\xi}_z$ - линейные скорости деформаций;

$\dot{\gamma}_{z\rho}$ -сдвиговая скорость деформации;

A - постоянный коэффициент, характеризующий напряженное состояние;

Φ - неизвестная координатная функция z, ρ ;

α - текущий угол наклона контактной площадки.

Имеем шесть уравнений (1)...(5) и семь неизвестных: $\sigma_\rho, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{\rho z}, \xi_\rho, \xi_z, \dot{\gamma}_{z\rho}$.

Выражение (6) позволяет связать неизвестные величины $\tau_{z\rho}$ и k , однако появляется неопределенная функция $A\Phi$.

Анализ показывает, что в постановке (1)...(6) задача может быть решена аналитически для напряженного и деформированного состояния.

3. Решение задачи

Принимается плоская задача, т.е. $\sigma_\theta = \frac{\sigma_\rho + \sigma_z}{2}$,

$$\text{тогда } \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = \frac{\sigma_\rho - \sigma_z}{2\rho}.$$

При плоском решении возможны варианты $\sigma_\rho = -\sigma_z$.

Уравнения равновесия принимают вид

$$\frac{\partial(\rho\sigma_\rho)}{\partial\rho} + \frac{\partial(\rho\tau_{\rho z})}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial(\rho\tau_{z\rho})}{\partial\rho} + \frac{\partial(\rho\sigma_z)}{\partial z} = 0. \quad (7)$$

Дифференцируя (7) и вычисляя, получим обобщенное уравнение равновесия

$$\frac{\partial^2(\rho\tau_{z\rho})}{\partial\rho^2} - \frac{\partial^2(\rho\tau_{\rho z})}{\partial z^2} = \pm 2 \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} k \cdot \rho \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_{\rho z}}{k}\right)^2}. \quad (8)$$

Неизвестной функцией (8) является касательное напряжение $\tau_{\rho z}$.

В системе (1)...(6) последние уравнения не используются, а принимаются для общей осадки возможностей плоского осесимметричного решения.

Для удовлетворения граничных условий (6) в напряжениях необходимо принять

$$\tau_{\rho z} = k \cdot \sin A\Phi. \quad (9)$$

Замена (9) позволяет линеаризировать (8) относительно k . Аналитическое решение (8) в дальнейшем имеет место, если используем фундаментальную подстановку

$$k = C_\sigma \cdot \exp \theta, \quad (10)$$

где C_σ - постоянная, характеризующая напряженное состояние среды;

θ - неизвестная координатная функция ρ, z .

Подставляя (9) и (10) в (8) получим после преобразований

$$\left[2\theta_\rho + \rho \cdot \theta_{\rho\rho} + \rho(\theta_\rho + A\Phi_z)^2 - \rho \cdot \theta_{zz} - \rho(\theta_z - A\Phi_\rho)^2 + 2A\Phi_z + 2\rho \cdot A\Phi_{\rho z} \right] \cdot \sin A\Phi + \\ \left[2\rho\theta_\rho(A\Phi_\rho - \theta_z) - 2\rho \cdot A\Phi_z(\theta_z - A\Phi_\rho) + 2(A\Phi_\rho - \theta_z) + \rho(A\Phi_{\rho\rho} - A\Phi_{zz}) - 2\rho\theta_{\rho z} \right] \cdot \cos A\Phi = 0 \quad (11)$$

где $\theta_\rho, \theta_z, A\Phi_\rho, A\Phi_z$ - частные производные от функций θ и $A\Phi$ по координатам ρ и z .

Примечательным является тот факт, что в операторах при тригонометрических функциях появились одинаковые скобки, равенство нулю которых значительно упрощает уравнение (11), т. е. $\theta_\rho + A\Phi_z = 0; \theta_z - A\Phi_\rho = 0$.

$$\text{отсюда} \quad \theta_\rho = -A\Phi_z; \theta_z = A\Phi_\rho. \quad (12)$$

тогда

$$[\rho\theta_{\rho\rho} - \rho \cdot \theta_{zz} + 2(\theta_\rho + A\Phi_z) + 2\rho A\Phi_{\rho z}] \cdot \sin A\Phi + [\rho(A\Phi_{\rho\rho} - A\Phi_{zz}) - 2\rho\theta_{\rho z}] \cos A\Phi = 0. \quad (13)$$

Соотношения (12)- это соотношения Коши-Римана.

Из (12) следует, что функции $A\Phi$ и θ гармонические, удовлетворяющие уравнению Лапласа.

$$\theta_{\rho\rho} + \theta_{zz} = 0; A\Phi_{\rho\rho} + A\Phi_{zz} = 0.$$

Таким образом, имеем дифференциальные уравнения, определяющие неизвестные координатные функции $A\Phi$ и θ .

Дифференцируя (12) соответствующим образом получим соотношения

$$\theta_{\rho\rho} = -A\Phi_{z\rho}; \theta_{zz} = A\Phi_{\rho z}; \quad A\Phi_{\rho\rho} = \theta_{z\rho}; A\Phi_{zz} = -\theta_{\rho z}.$$

Подставляя полученные соотношения в (13) получим тождество, следовательно, функция

$$\tau_{\rho z} = C\sigma \cdot \exp\theta \cdot \sin A\Phi; \quad (14)$$

$$\text{при } \theta_\rho = -A\Phi_z \quad \theta_z = A\Phi_\rho$$

есть решение обобщенного уравнения равновесия (8)

Подставляя (14) в уравнение равновесия (7) и интегрируя, получим

$$\sigma_\rho = C\sigma \cdot \exp\theta \cdot \cos A\Phi + C\sigma \cdot \frac{1}{\rho} \cdot I_3 + \sigma_0 + f(z); \quad (15)$$

$$\sigma_z = -C\sigma \cdot \exp\theta \cdot \cos A\Phi + C\sigma \cdot \frac{1}{\rho} \cdot I_4 + \sigma_0 + f(\rho);$$

где

$$I_3 = \int \rho \cdot C_\sigma \cdot \theta_z \cdot \exp\theta \cdot \sin A\Phi d\rho + \int \rho \cdot C_\sigma \cdot \theta_z \cdot \exp\theta \cdot A\Phi_z \cdot \cos A\Phi d\rho;$$

$$I_4 = \int C_\sigma \cdot \theta_z \cdot \exp\theta \cdot \sin A\Phi dz + \int \rho \cdot C_\sigma \cdot \theta_\rho \cdot \exp\theta \cdot A\Phi \cdot \cos A\Phi dz + \int \rho \cdot C_\sigma \cdot \exp\theta \cdot A\Phi_\rho \cdot \cos A\Phi dz.$$

Можно показать, что они равны.

С учетом условия пластичности (2) и упрощающих возможностей, принимаем

$$\sigma_0 = -2C\sigma \cdot \exp\theta \cdot \cos A\Phi - C\sigma \cdot \frac{1}{\rho} \cdot I_3.$$

В итоге (15) можно записать в виде

$$\sigma_\rho = -C\sigma \cdot \exp\theta \cdot \cos A\Phi + K_0; \quad (16)$$

$$\sigma_z = -3C\sigma \cdot \exp\theta \cdot \cos A\Phi + K_0.$$

Решая уравнения Лапласа, используя соотношения Коши-Римана, функции $A\Phi$ и θ имеют вид

$$\begin{aligned} A\Phi &= AA_6 \cdot z \cdot \rho \\ \theta &= -\frac{1}{2}(\rho^2 - z^2) \cdot AA_6, \end{aligned} \quad (17)$$

где A_6 - коэффициент, определяемый граничными условиями.

$$\text{Постоянные } AA_6 \text{ запишутся } AA_6 = \frac{2A\Phi_0}{h \cdot R}, \quad (18)$$

где $A\Phi_0$ - постоянная величина, определяемая постоянным трением.

$$\begin{aligned} A\Phi_0 &= \arctg[f(1-f)] \\ \theta_0 &= -\frac{1}{2}AA_6(R^2 - \frac{h^2}{4}), \end{aligned} \quad (19)$$

где f -коэффициент трения;

R - радиус заготовки;

h - толщина заготовки.

Подставляя формулы (18),(19) в (16)и переходя к безмерным величинам, получим

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_\rho}{K_0} &= \left(\frac{\exp\theta \cdot \cos A\Phi}{\exp\theta_0 \cdot \cos A\Phi_0} - 1 \right) = \left(\frac{\exp(\theta - \theta_0)}{\cos A\Phi_0} \cdot \cos A\Phi - 1 \right), \\ \frac{\sigma_z}{K_0} &= -\left(3 \cdot \frac{\exp\theta \cdot \cos A\Phi}{\exp\theta_0 \cdot \cos A\Phi_0} - 1 \right) = -\left(3 \cdot \frac{\exp(\theta - \theta_0)}{\cos A\Phi_0} \cdot \cos A\Phi - 1 \right), \\ \frac{\tau_{xy}}{K_0} &= \frac{\exp\theta \cdot \sin A\Phi}{\exp\theta_0 \cdot \cos A\Phi_0} = \frac{\exp(\theta - \theta_0)}{\cos A\Phi_0} \cdot \sin A\Phi. \end{aligned} \quad (20)$$

4. Анализ полученных результатов

Последние выражения были просчитаны для разных значений коэффициентов трения и фактора формы $\frac{d}{h}$ при осадке цилиндрической заготовки. Поля напряжений описываются едиными формулами без разбивки очага деформации на отдельные зоны со своими контактными законами трения. На рис.1 и 2 представлены нормальные и касательные контактные напряжения. В каждой точке очага деформации напряженное состояние реагирует на последние факторы, что качественно и количественно соответствует известным тестовым решениям [6].

Полученные подходы можно использовать и для других процессов обработки металлов давлением, изменив при этом заданные граничные условия.

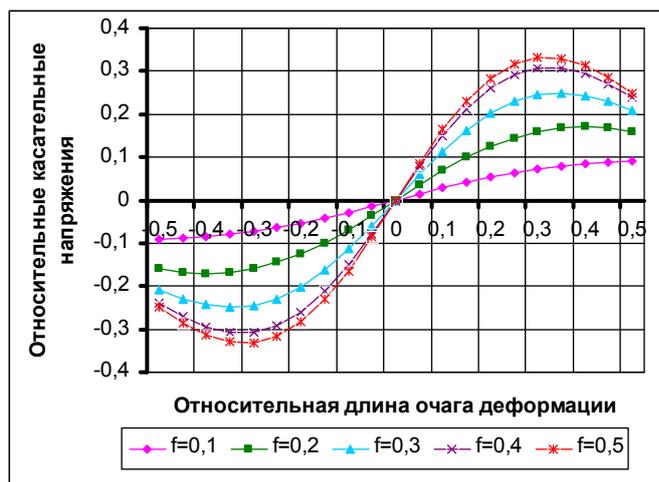
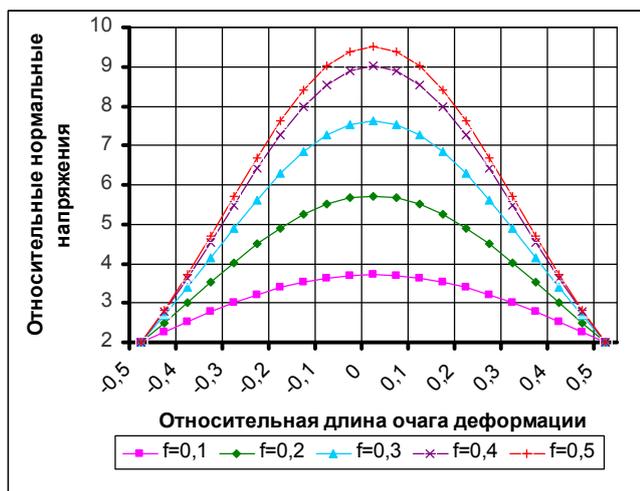


Рис.1 Распределение контактных напряжений при осадке цилиндрической заготовки $\frac{d}{h}=10, f=0,1 \dots 0,5$.

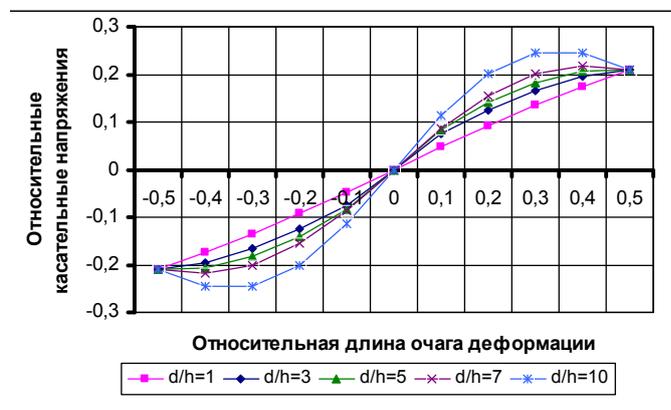
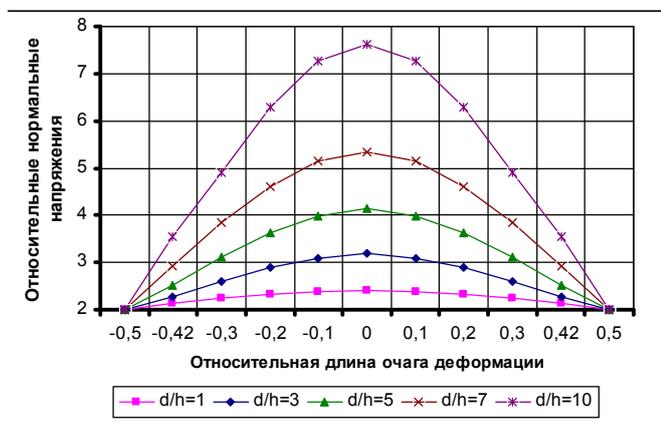


Рис.2 Распределение контактных напряжений при осадке цилиндрической заготовки $f=0,3, \frac{d}{h}=1,3,5,7,10$.

Выводы

1. Аналитически решена осесимметричная плоская задача теории пластичности с использованием метода гармонических функций.
2. Анализ результатов решения показал, что качественно и количественно контактные напряжения соответствуют известным тестовым литературным данным.
3. Поле напряжений в очаге деформации описывается едиными аналитическими выражениями.

Список литературы: 1. Чигиринский В.В. Некоторые особенности теории пластичности применительно к процессам ОМД // Тр. науч.-техн. конф. «Теория и технология процессов пластической деформации-96». - М.: МИСиС, 1997. - С.568-572. 2. V.V.Chygyrny'skyu, I.Mamuzic, F.Vodopiec, I.V.Gordienko. The Influence of the Temperature Factor on Deformability of the Plastic Medium // Metalurgija. Zagreb.-2006.-vol.45, br. 2. -P.115-118. 3. Чигиринский В.В. Исследование влияния пространственных параметров деформированного объема на сопротивление пластической деформации сдвига // Теория и практика металлургии.-1997.-№3.-С.31-32. 4. Чигиринский В.В. Аналитическое определение напряжений и скоростей деформаций

реального очага деформации применительно к процессам обработки металлов давлением// Збірник наук. праць «Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій».- Днепропетровск: Навчальна книга, 1998, Т.3.-С.130-145. 5.Чигиринский В.В. Плоская задача теории пластичности в цилиндрических координатах// «Прогрессивные технологии пластической деформации».- М.: МИСиС, 2009.-С.345-351. 6.Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением.- М.: Машиностроение, 1977.-422 с.

УДК 621.7.044

БОРИСЕВИЧ В.К., докт. техн. наук, проф., НАУ им. Н. Е. Жуковского "ХАИ", г. Харьков

НЕВЕШКИН Ю.А., м. н. с., НАУ им. Н. Е. Жуковского "ХАИ"

ТРЕТЬЯК В.В., канд. техн. наук, доц., НАУ им. Н. Е. Жуковского "ХАИ"

К РАСЧЕТУ НЕОБХОДИМОЙ ЭНЕРГИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОБЪЕМНЫХ ДЕТАЛЕЙ ИМПУЛЬСНОЙ ШТАМПОВКОЙ

В статье проведен анализ возможного подхода к расчету деформирующих усилий и энергии деформирования сложных объемных деталей. Предложено использование программного комплекса DEFORM для этих целей. Приведены примеры расчета.

В статті проведено аналіз можливого підходу до розрахунку деформуючих зусиль та енергії деформування складних об'ємних деталей. Запропоновано використання програмного комплексу DEFORM для цих цілей. Наведені приклади розрахунку.

In the article the analysis of the possible going is conducted near the calculation of deforming efforts and energy of deformation of difficult by volume details. Drawing on a programmatic complex DEFORM is offered for these aims. The examples of calculation are resulted.

Объемная штамповка – одна из самых прогрессивных технологий получения заготовок, а в ряде случаев и готовых деталей для изделий машиностроения, приборостроения, радиоэлектронных и вычислительных средств.

По данным машиностроительных, в том числе и аэрокосмических, предприятий до 75% заготовок и деталей изготавливается методами штамповки.

Специфической особенностью процесса штамповки является высокая стоимость инструмента – штампов. Этот фактор предъявляет особо жесткие требования к качеству разработки технологических процессов. В процессе работы штампы испытывают большие напряжения, вызываемые деформирующими усилиями, развиваемыми машиной (молотом, прессом). Нагрев рабочих частей штампа в процессе эксплуатации до температур отпуска резко снижает их стойкость [1].

Для выбора оборудования, а также определения стойкости штампов и оптимизации процессов штамповки требуется исследование его напряженно-деформированного состояния. В последнее время широкое распространение получили пакеты программ, основанные на идеологии метода конечных элементов, позволяющие моделировать процессы горячей штамповки.