Висновки

Для компенсації запізнювання, що виникає при вимірюванні діаметра сформованої трубки в результаті витягування її з кварцового блока, беручи за основу метод експоненціального згладжування, запропоновано зменшити похибку прогнозу виміряних значень діаметра шляхом коригування цих значень додатково прогнозованою та згладженою похибкою. Комп’ютерним моделюванням встановлено, що при початковому випадковому подвійному середньоквадратичному відхиленні сигналу ± 40 мкм після прогнозу на час 5 с результуюче подвійне середньоквадратичне відхилення не перевищує ± 55 мкм. Отримане значення похибки повністю задовольняє вимогам до вказаного технологічного процесу.

Список літератури: 1. Бідюк, П.І. Часові ряди: моделювання та прогнозування / П.І. Бідюк, О.І. Савенков, І.В. Баклан. – Київ: ЕКМО, 2004. – 144 с. 2. Зеленський , К.Х. Комп’ютерні методи прикладної математики / К.Х. Зеленський, В.М. Ігнатенко, О.П. Коц. – К: Академперіодика, 2002. – 480 с.

Поступила в редколлегию 11.03.2011

УДК 514.12 : 621.396.93

И.В. СТРЕЛКОВСКАЯ, докт. техн. наук, декан факультету «Інформаційні мережі», Одеська національна академія зв’язку ім. О. С. Попова
Э.А. СУКАЧЕВ, докт. техн. наук, проф., Одеська національна академія зв’язку ім. О. С. Попова
А.О. МАКОГАНЮК, асп., Одеська національна академія зв’язку ім. О. С. Попова

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ В СОТОВЫХ СЕТЯХ РАДИОСВЯЗИ

Получен ряд выражений, позволяющих описывать в пространстве изменение передвижения мобильной станции относительно базовой станции в пределах соты. Приведенные соотношения позволяют оценить энергетический потенциал системы мобильной связи и установить зависимость отношения сигнал/шум от местонахождения мобильной станции.
Ключевые слова: нормированная декартова система координат, мобильная станция, сота.

Отримано ряд виразів, що дозволяють описувати в просторі зміни пересування мобільної станції відносно базової станції в межах соти. Наведені співвідношення дозволяють оцінити енергетичний потенціал системи мобільного зв'язку і встановити залежність ставлення сигнал/шум від місцезнаходження мобільної станції.
Ключові слова: нормована декартова система координат, мобільна станція, стільник.

A number of expressions allowing to describe in space the change of mobile station transportation towards base station within cell is received. Given mathematics allow to consider power potential of mobile communication system and to set dependence of signal to interference ration on mobile station location.
Key words: standardized Cartesian coordinates system, mobile station, cell.

Известно, что для повышения эффективности использования частотного ресурса в сотовых сетях вся территория обслуживания разделяется на шестиугольные соты радиуса R, из которых, в свою очередь, формируются кластеры. Совокупность всех сот в зоне обслуживания образуют плоскую регулярную гексагональную решетку [1], [2].

Использование в качестве основного элемента подобной топологии шестиугольной ячейки накладывает определенные ограничения с одной стороны, и открывает дополнительные возможности, с другой. В самом деле, сотовая топология делает уместным введение декартовой системы координат с углом между осями 60°, что упрощает ряд вычислительных процедур. В то же время, использование программных ресурсов среды MATLAB отдает предпочтение прямоугольной декартовой системе координат. Вследствие этого, возникает потребность в многократных взаимообратных преобразованиях этих систем.

Цель статьи – введение нормированной декартовой системы координат, адаптированной к сотовым сетям, и вывод расчетных формул, позволяющих описать изменение расстояния между антеннами базовой станции и мобильной станции (наклонной дальности).

Предположим, что мобильная станция движется в пределах соты по прямой AB, где A находится в вершине соты, а точка B - посередине соседней стороны соты (рис.1).

Трехмерная декартова система координат

Рассмотрим одну из сот радиуса R, в центре которой поместим точку O (рис.1) – проекция точки S, изображающая базовую станцию на плоскость, содержащую рассматриваемую соту G.

Введем декартову систему координат следующим образом. Проведем через точки O и B ось абсцисс OX. Ось ординат OY проведем под углом 60° (ось OX поворачиваем на 60° против часовой стрелки). Ось аппликат – ось OZ (на которой закреплена антенна базовой станции), перпендикулярно плоскости XOY. Рассмотрим вектора $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$, которые направлены соответственно по осям OX, OY, OZ. Они образуют базис в пространстве.

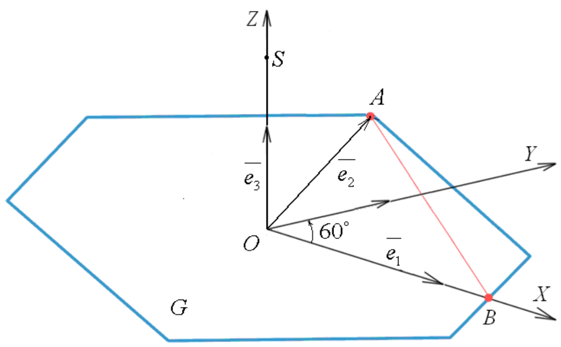

Рис.1. Взаимное положение мобильной и базовой станций

Обозначим через x_A, y_A, z_A – координаты точки A, x_B, y_B, z_B – координаты точки B, т. е. $A(x_A, y_A, z_A)$, $B(x_B, y_B, z_B)$. Компоненты радиус–векторов $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ равны (x_A, y_A, z_A), (x_B, y_B, z_B) по определению координат [3]. Согласно одному из свойств линейных операций над векторами, а именно, свойству сложения векторов следует, что $\overrightarrow{AB}$ имеет компоненты $(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$. Так как рассматриваемые точки A и B принадлежат плоскости XOY, содержащую рассматриваемую соту G, то $A(x_A, y_A, 0)$, $B(x_B, y_B, 0)$. Тогда $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, 0)$.

Нахождение модуля вектора $\overrightarrow{AB}$ в декартовой системе координат

Рассмотрим $\overrightarrow{AB}$ на плоскости XOY (рис.2).

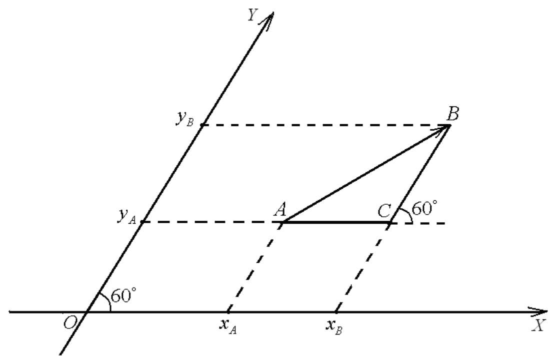

Рис. 2. − Нахождение модуля вектора $\overrightarrow{AB}$

По теореме косинусов $|AB|^2 = |AC|^2 + |BC|^2 - 2|AC|\cdot|BC|\cos\angle ACB.$

Учитывая, что $|AC| = x_B - x_A$, $|BC| = y_B - y_A$, $\angle ACB = 120^\circ$, имеем

$$|AB|^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 - 2(x_B - x_A)\cdot(y_B - y_A)\cos 120^\circ$$

или

$$|AB|^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)\cdot(y_B - y_A). \qquad (1)$$

Таким образом, модуль вектора $\overrightarrow{AB}$ в декартовой системе координат имеет вид

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)\cdot(y_B - y_A)}.$$

Уравнение прямой AB в декартовой системе координат

Рассмотрим текущую точку $M(x, y, 0)$ на прямой AB (рис.3).

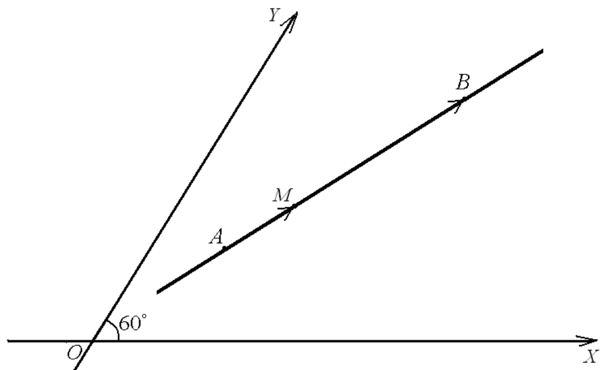

Рис.3. Уравнение линии AB в декартовой системе координат

$$\overrightarrow{AM}(x - x_A, y - y_A, 0), \qquad \overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, 0).$$

Так векторы $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AB}$ коллинеарны, то используя свойство коллинеарности векторов [4], имеем

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}, \qquad (2)$$

или

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\cdot(x - x_A),$$

или

$$y = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\cdot x + y_A - \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\cdot x_A.$$

Таким образом, окончательно имеем $y = kx + b$,
где

$$k = \frac{y_B + y_A}{x_B - x_A}; \quad b = y_A - \frac{y_B + y_A}{x_B - x_A}\cdot x_A.$$

Нормированная декартова система координат

Вся территория обслуживания разделена на шестиугольные соты радиуса R. Образовавшуюся, вследствие такого структурирования, плоскую регулярную гексагональную решетку удобно исследовать, введя декартову систему координат, где угол между осями составляет 60°. В качестве единицы измерения осей примем расстояние между центрами ячеек, которое равно $\sqrt{3}R$ (рис. 4).

Действительно, рассмотрим ΔACO. Так как ΔACO − прямоугольный $\angle CAO = 60^\circ$, $|OA| = R$, то из соотношения $\frac{|OC|}{|OA|} = \sin\angle CAO,$ получаем, что $|OC| = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. Так как $|OO_1| = 2|OC|$, то $|OO_1| = R\sqrt{3}.$

Введем плоскую нормированную декартову систему координат. Для этого в качестве оси OX рассмотрим ось, проходящую через OO_1, а ось OY проведем через точку O под углом 60° (ось OX поворачиваем на 60° против часовой стрелки).

Разделив все расстояния на $R\sqrt{3}$, получим нормированную декартову систему координат, которую удобно использовать для исследования процессов в сотовых системах связи.

Найдем координаты точек A и B в нормированной декартовой плоской системе координат. Для этого рассмотрим соту G (рис. 5).

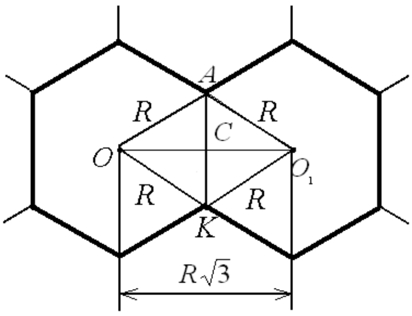

Рис. 4. Фрагмент плоской регулярной гексагональной решетки

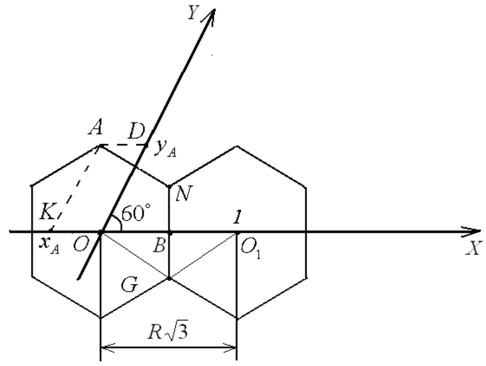

Рис.5 Нормированная декартова плоская система координат

Так как $|OO_1| = 1$ и $B \in OX$, то $|OB| = \frac{1}{2}$. Значит, $B\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Найдем координаты точки $A(x_A, y_A)$.

Абсцисса $x_A = -|OK|$, $y_A = |OD|$.

В рассматриваемой нормированной декартовой системе координат

$$|AN| = |OA| = \frac{R}{R\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}};\ |AC| = \frac{1}{2\sqrt{3}};\ OC = \frac{1}{2}.$$

Из прямоугольного треугольника $\Delta ACD:\ \frac{|AC|}{|AD|} = \sin\angle CDA.$.

Учитывая, что $|AC| = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ и $\angle CDA = 60^\circ$, имеем $|AD| = \frac{|AC|}{\sin\angle CDA}$ или $|AD| = \frac{1}{3}.$ Следовательно, $x_A = -\frac{1}{3}.$

Ордината точки A находится по формуле:

$$y_A = |OD| = |OC| + |CD|. \tag{3}$$

Из прямоугольного треугольника $\Delta ACD:\ \frac{|CD|}{|AC|} = \operatorname{ctg}\angle CDA.$

Учитывая, что $|AC| = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ и $\angle CDA = 60^\circ$, имеем $|CD| = |AC|\operatorname{ctg}\angle CDA$ или $|CD| = \frac{1}{6}.$

Используя (3) и то, что $|OC| = \frac{1}{2}$, получим $y_A = \frac{2}{3}.$

Таким образом, нашли координаты точек A и B, т. е. $A\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, 0\right).$

Уравнение прямой AB в нормированной декартовой плоской системе координат согласно формуле (2) имеет вид:

$$\frac{x + \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{y - \frac{2}{3}}{0 - \frac{2}{3}} \quad \text{или} \quad y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}. \tag{4}$$

Нахождение расстояния от базовой до мобильной станции в нормированной декартовой системе координат

Найдем расстояние между базовой станцией и мобильной станцией (рис. 6).

Обозначим через S − точку в пространстве, где установлена антенна базовой станции, высоту установки антенны − через $h_Б$, т.е. $|OS| = h_Б$.

Учитывая, что $S(0;0;h_Б)$, $M(x,y,0)$, расстояние между базовой и мобильной станцией $|SM|$ вычисляется по теореме Пифагора

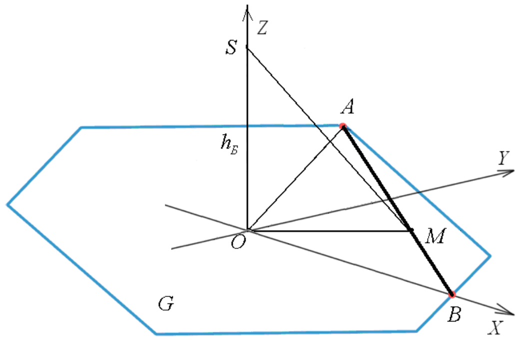

Рис.6. – К определению наклонной дальности

$$|SM| = \sqrt{|OM|^2 + |OS|^2}. \tag{5}$$

Согласно формуле (1), имеем

$$|OM|^2 = x^2 + xy + y^2. \tag{6}$$

Тогда, учитывая, что $|OS| = h_{Á}$ и (6), получим

$$|SM|^2 = x^2 + y^2 + xy + h_Б^2 .$$

Согласно (4) уравнение прямой AB имеет вид $y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}$. Тогда

$$|SM|^2 = x^2 + \left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}\right)^2 + x\left(-\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}\right) + h_Б^2$$

или после несложных преобразований имеем

$$|SM|^2 = \frac{21}{25}x^2 + \frac{6}{25}x + \frac{4}{25} + h_Б^2 .$$

Выводы

Получен ряд выражений, позволяющих описывать в пространстве изменение передвижения мобильной станции относительно базовой станции в пределах соты. Приведенные соотношения позволяют оценить энергетический потенциал системы мобильной связи и установить зависимость отношения сигнал/шум от местонахождения мобильной станции. Эти соотношения позволяют исследовать изменение энергетического потенциала нисходящей линии при движении абонентской станции в пределах соты. Но это уже тема отдельной статьи.

Список литературы: 1. *Сукачев Э.А.* Экстремальные свойства селективных сигналов при интерполяции их спектров кубическими сплайнами / Э.А. Сукачев, И.В. Стрелковская // Известия ВУЗ Радиоэлектроника. – 2004. – Т.47. – №1. – С.32-37. 2. *Маковеева М. М.* Системы связи с подвижными объектами / М.М. Маковеева, Ю.С. Шинаков. – М.: Радио и связь, 2002. – 440 с. 3. *Беклемишев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Учебник. − Изд. 5-е, переработ.] / Д.В. Беклемишев. − М.: Наука, 1984. − 320 с. 4. *Стрелковська І.В.* Вища математика для фахівців в галузі зв’язку: [підруч. для студ. вищ. навч. закл.] / І.В. Стрелковська, А.Г.Буслаєв, В.М.Паскаленко; за ред. П.П. Воробієнка. − Одеса, 2010. − 620 с.

Поступила в редколлегию 19.03.2011