(когда времена отказа и восстановления учтены во времени обслуживания), эквивалентно заменяющей реальную, с известными функциями распределения времен обслуживания продукции и переналадок. Данный факт позволяет исследовать и совершенствовать многокомпонентные иерархически организованные системы любого уровня обобщения в структуре комплексной переналаживаемой автоматизированной производственной системы предприятия.

Список литературы: 1. Копп В.Я. Математическая модель оценки влияния переналадок и отказов на производительность ГПС мелкосерийного производства/ Копп В.Я., Чуб О.П., Обжерин Ю.Е.// Оптимизация производственных процессов: Сб. науч. тр. – Севастополь, 1999. - Вып.1.- С. 39-45. 2. Чуб О.П. Повышение производительности переналаживаемых автоматизированных производственных систем на основе оптимального распределения ресурсов/ Копп В.Я., Чуб О.П., Обжерин Ю.Е.// Сборник научных трудов СИЯЭиП: Сб. науч. тр. – Севастополь:– 2000. - Вып.3. – С. 36 – 44. 3. Копп В.Я. Моделирование переналаживаемых автоматизированных производственных систем./ В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский, О.П.Чуб // Монография. Севастополь, 2007г. – изд-во СевНТУ, 2007, .232с., ил.

Поступила в редколлегию 19.10.2011

УДК 05.11.16

Н.М. БЄЛОВА, асп., ХНАДУ, Харків

ОБГРУНТУВАННЯ НЕОБХІДНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ В ОБРОБЦІ СИГНАЛІВ В ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІЙ ВИМІРЮВАЛЬНО- ІНФОРМАЦІЙНІЙ СИСТЕМІ

Вейвлет-аналіз є порівняно новим математичним апаратом і вже представляє собою найпотужніший на сьогодні інструмент дослідження структури нестаціонарних сигналів. В роботі запропонований алгоритм вейвлет-аналізу для використання в інтелектуальній вимірювально-інформаційній системі.
Ключові слова: вейвлет-перетворення, нестаціонарний сигнал, алгоритм вейвлет-аналізу.

Wavelet analysis is a relatively new mathematical tools and is a powerful tool for studying the structure nonstationary signals of today. An algorithm of wavelet analysis for use in measuring and intellectual information system proposed in this paper.
Key words: wavelet-transform, nonstationary signal, algorithm of wavelet analysis.

Вейвлет-анализ является сравнительно новым математическим аппаратом и уже представляет собой мощный на сегодня инструмент исследования структуры нестационарных сигналов. В работе предложен алгоритм вейвлет-анализа для использования в интеллектуальной измерительно-информационной системе.
Ключевые слова: вейвлет-преобразование, нестационарный сигнал, алгоритм вейвлет-преобразования.

Вступ

Алгоритми обробки нестаціонарних сигналів, які використовуються в сучасних вимірювально-інформаційних системах (ВІС), у більшості випадків базуються на перетворені Фур'є. Існуючі підходи мають низку обмежень. З появою теорії вейвлет-перетворення такі обмеження частково знімаються. Дана робота присвячена питанню використання вейвлет-перетворення в обробці сигналів, що надходять у вимірювально-інформаційну систему з об’єкту вимірювань.

Метою роботи є обґрунтування необхідності використання вейвлет-перетворення в обробці сигналів, що надходять у ВІС. Для цього потрібно проаналізувати переваги і недоліки вейвлет-перетворення і порівняти їх з Фур’є-перетворенням.

Викладення основного матеріалу

Класичний аналіз Фур'є заснований на можливості дослідження функцій в часовій (t <∞) і частотній (ω <∞) областях за допомогою прямого і зворотного перетворень Фур'є:

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi\omega t} dt \quad (1)$$

$$f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(t) e^{i2\pi\omega t} dt \quad (2)$$

Наприклад, для функції

$$f(t) = A\cos(2\pi\omega_0 t) \quad (3)$$

Перетворення Фур'є має наступний вигляд:

$$\hat{f}(\omega) = A\pi\left[\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0)\right], \quad (4)$$

де $\delta(\omega)$ - дельта-функція

Цей приклад демонструє здатність перетворення Фур'є фокусувати в точку рознесену за часом інформацію про періодичність функції при переході з часової області в частотну. Досягається це за рахунок того, що ядро перетворення Фур'є, тобто функція $e^{-i2\pi\omega t}$ не локалізована в часі, але має граничну локалізацію в частотній області. Ця обставина і робить перетворення Фур'є прекрасним інструментом для вивчення процесів, властивості яких не змінюються з часом.

Проте саме така обставина робить перетворення Фур'є поганим методом для дослідження іррегулярних функцій, тобто функцій, характеристики яких еволюціонують у часі. Наприклад, перетворення Фур'є не відрізняє сигнал, що представляє собою суму двох синусоїд, від сигналу, що складається з тих же синусоїд, але включаються послідовно (рис.1).

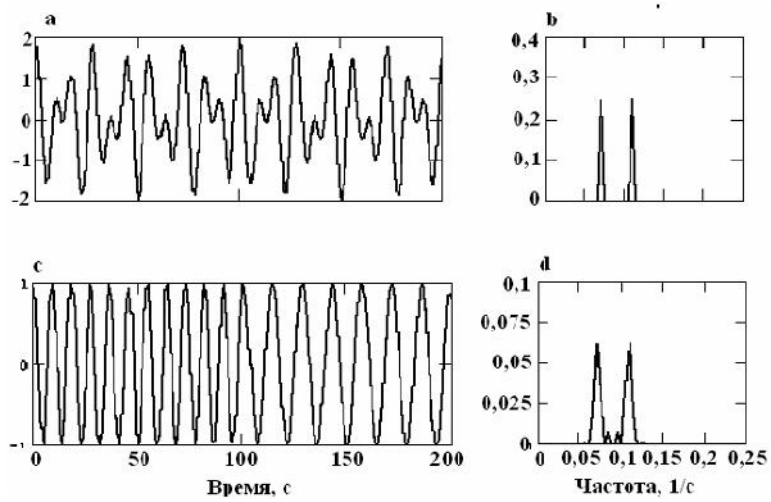

Рис. 1. Неоднозначність перетворення Фур'є: a - модельний ряд - сума двох синусоїд з частотами $\omega_1 = 0{,}062$ та $\omega_2 = 0{,}105$ Гц; b - періодограма суми цих синусоїд; c - ті ж синусоїди, що включаються послідовно; d - періодограма синусоїд, що включаються послідовно

Для усунення цього недоліку потрібно локалізувати перетворення Фур'є на проміжках кінцевої довжини. Таким прийомом користувалися багато авторів, обчислюючи оцінки спектру потужності не тільки по всій довжині часового ряду, а й за його різним частинам. Формалізація такого підходу може бути описана, наприклад, за допомогою віконного перетворення Гебора (1946):

$$GT(\omega,b,a)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-\frac{(t-b)^2}{a^2}}e^{-i2\pi\omega t}dt \tag{5}$$

Порівнюючи цей вираз з (1), ми бачимо, що введене під знак інтеграла часове вікно $e^{-\frac{(t-b)^2}{a^2}}$ виділяє лише невеликий відрізок вихідного часового ряду з центром у довільній точці *b* і, тим самим, дозволяє отримати еволюцію спектра в часі. Тут важливо підкреслити, що вікно перетворення Гебора має постійну ширину, яка визначається параметром *a*. Ефективна ширина вікна визначає довжину інтервалу ΔT, який дає головний внесок в значення інтеграла у виразі (5). Довжина ΔT є мірою часового розрізнення, в той час як ширина спектральної лінії $\Delta\omega$ визначає міру частотного розрізнення . Відомо, що обидві ці характеристики пов'язані між собою співвідношенням:

$$\Delta\omega \propto \frac{1}{\Delta T} \tag{6}$$

Звідси видно, що прагнення аналізу нерегулярних сигналів підвищити часове розрізнення завжди призводить до зменшення роздільної здатності в області частот. Також слід додати, що при використанні перетворення Гебора виникає проблема вибору ширини вікна в часовій області. Занадто широке вікно може забезпечити розумне уявлення низькочастотних компонентів ряду, але його ширина буде надлишковою для гармонік з високою частотою, оскільки всі цікаві нерегулярності в високочастотній області спектра згладяться. Навпаки, досить вузьке вікно дасть можливість вивчити варіації в часі високочастотних компонентів, але воно не буде адекватним для низькочастотних гармонік.

Таким чином виникла необхідність зробити віконну функцію залежною від частоти так, щоб для низьких частот вікно ставало широким, а для високих – вузьким, що реалізується за допомогою вейвлет-перетворення.

Можливості вейвлет-аналізу достатньо широкі. Він дозволяє визначити миттєву амплітуду, фазу і частоту ритмічних складових нестаціонарних процесів, не обмежуючись при цьому вузькосмуговими сигналами. Взаємозв’язок миттєвої фази за Гілбертом і миттєвої фази, що введена на основі вейвлетів, продемонстрований в роботі [2].

Вейвлет-перетворення сигналу *x(t)* полягає в його розкладанні за деяким базисом, що збудований зі солітоноподібної функції ψ (вейвлету), за допомогою її перемасштабування і переносів вздовж шкали часу:

$$W_\psi(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)dt. \tag{7}$$

де $W_\psi(a,b)$ - коефіцієнти перетворення, *a* – масштаб спостереження, *b* – параметр зсуву вздовж шкали часу, символом «*» означена операція комплексного спряження. Базисна функція ψ має бути локалізована в часовій та частотній областях і володіти такими властивостями як нульове середнє значення, обмеженість та автомодельність (останнє означає, що масштабні перетворення не змінюють кількість осциляцій) [1]. Вибір ψ визначається метою дослідження. Кожна функція ψ має свої особливості в часовій та частотній областях, тому за допомогою різних функцій можна краще виявити властивості досліджуваного процесу.

Алгоритм вейвлет-аналізу

Використовуючи результати проведених експериментальних досліджень параметрів вібрацій рами автогрейдера, був розроблений та апробований алгоритм вейвлет-аналізу вимірювальних часових вибірок.

Основними завданнями запропонованого алгоритму є:

- знаходження кореляційних зв'язків між вхідним виміряним часовим рядом вібрацій рами автогрейдера та вейвлетом Морле;

- проведення тотожності значимих спектральних ліній для заданого рівня значимості $q < 1$;

- виявлення сигналів вібрацій, які перевищують заданий поріг виявлення.

За результатами експериментів з вимірювання параметрів вібрацій рами автогрейдера були отримані рівномірні часові ряди

$$x_k = x(t_k),\ t_k = \Delta t \cdot k,\ k = 0,1 \ldots N-1, \tag{8}$$

де $\Delta t = 1c$ – дискретність часової вибірки, $N = 115256$- число точок часового ряду.

Алгоритм спектрального аналізу складається з наступних етапів:

1. Графічне зображення виміряного часового ряду вібрації в часовій області.

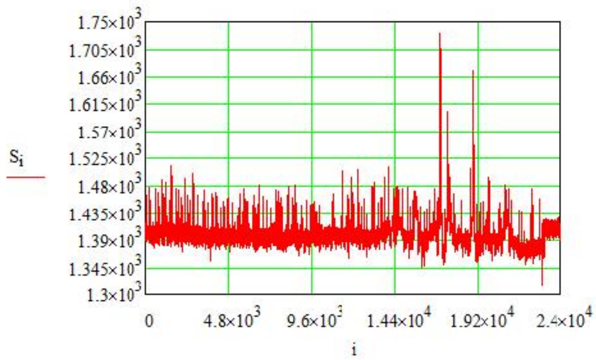

Рис.2. Вхідний часовий ряд вібрацій

2. Виключення тренда і центрування ряду.

$$m = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} x_k \tag{8}$$

центрований ряд отримуємо з вихідного наступним чином:

$$\overset{\circ}{x}_k = x_k - m,\ k = 0,1,\ldots,N-1 \tag{9}$$

3. Графічне зображення центрованого виміряного ряду значень параметрів вібрацій.

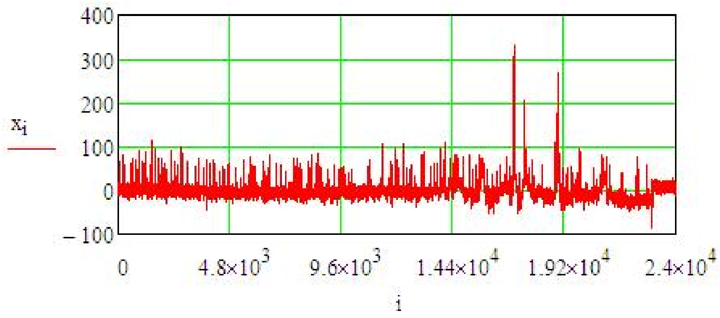

Рис. 3. Центрований часовий ряд вібрацій

4. Оцінка дисперсій центрованого ряду.

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=0}^{N-1}\left(x_k^{\circ}\right)^2 \qquad (10)$$

5. Обчислення періодограми.

Спочатку обчислюють дискретне перетворення Фур'є

$$X_j = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-i\frac{2\pi}{N}kj}, \ j = 0,1 \ldots N-1, \qquad (11)$$

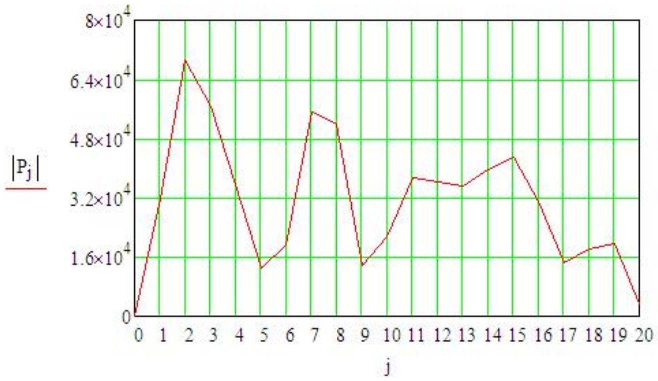

Рис. 4. Періодограма виміряного ряду після чого обчислюється періодограма

$$D_j = \frac{1}{N^2}\left[\left(\operatorname{Re} X_j\right)^2 + \left(\operatorname{Im} X_j\right)^2\right] \qquad (12)$$

де $.\Delta v = \frac{1}{T\Delta t}, \ j = 0,1,\ldots, N/2$

6. Графічне зображення періодограми і порога виявлення сигналу вібрацій:

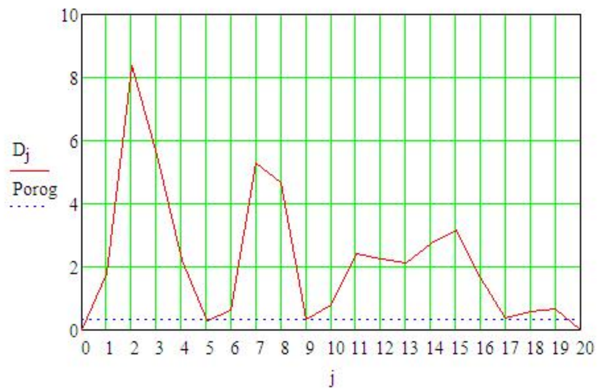

Рис. 5. Результати порогової обробки періодограми

Цей графік дозволяє порівняти значимі спектральні лінії. Для цього потрібно задати рівень значимості $q < 1$ і визначити відповідний йому поріг виявлення сигналу. Якщо періоди, присутні в даних, не відомі, тоді застосовується критерій, заснований на статистиці розподілу найбільшого відліку періодограми «білого» шуму:

$$X_q = -\ln\left[1 - \sqrt[N-2]{(1-q)^2}\right] \quad (13)$$

Якщо, навпаки, частота гармонійного коливання нам відома, то

$$X_q = -\ln q \quad (14)$$

Всі піки періодограми, які перевищують критичний рівень $\frac{\sigma_0^2 X_q}{N}$, приймаються за значимі, тобто належать до термінованого компоненту ряда. Ймовірність такого твердження рівна $1-q$.

7. Дискретизація аргументів.

Кожний вейвлет має свою форму і характерний розмір, який при фіксованому значенні масштабного коефіцієнту визначається величиною

$d_a = 2\Delta_t a$

де Δ_t - радіус вейвлета.

8. Обчислення вейвлет-перетворення.

Дискретні значення амплітудної вейвлет-функції обчислюються по наступним виразам:

$$W_A(a_i b_j) = \frac{1}{n(a_i b_j)} \sum_{k=0}^{N-1} \mathring{x}_k \psi^* \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right) \quad (15)$$

$$n(a_i b_j) = \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(\frac{1}{B} \left(\frac{t_k - b_j}{a_i} \right) \right) \quad (16)$$

9. Обчислення скалограми. Значення скалограми для всіх прийнятих вузлів сітки проводитися за формулою

$$S(a_i, b_j) = \left| W_A(a_i, b_j) \right|^2 \quad (17)$$

10. Візуалізація скалограми.

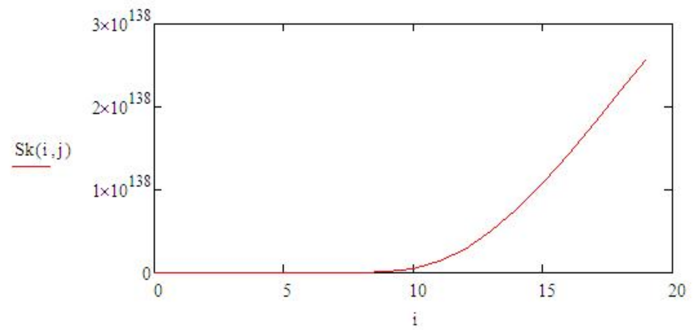

Рис. 6. Результати порогової обробки періодограми

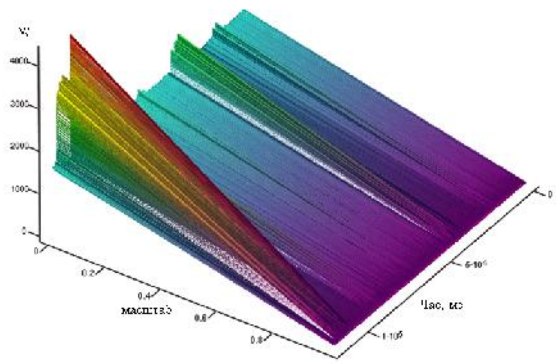

Рис. 7. 3D – зображення скалограми сигналу вібрацій

Даний алгоритм був апробований з використанням програми MathCAD.

Таким чином, отримані результати показують, що при наявності відношення сигнал/шум = 4 запропонований алгоритм дозволяє виявити сигнали вібрації з високою ймовірністю .

Переваги і недоліки вейвлет-перетворення

Порівняно з перетворення Фур’є, вейвлет-перетворення має наступні переваги:

- вейвлет-перетворення відкриває принципово нові можливості в обробці сигналів та зображень;
- деякі вейвлети простіші функції, ніж синусоїдальна функція, тому витрати часу на вейвлет-перетворення є значно меншими, ніж на перетворення Фур'є ;
- більшість вейвлетів представлено дійсними функціями, тому для їх обчислення не потрібно залучати апарати комплексних чисел, які ускладнюють обчислення;
- низка вейвлетів має швидкі алгоритми вейвлет-перетворення, що значно зменшує витрати часу.

Наряду з цим, більшість вейвлетів описуються ітераційними виразами, які, в цілому, складніші за синусоїду, проте легше обчислюються чисельними методами, реалізованими в комп'ютерних програмах.

Хочеться зауважити, що більшість дослідників акцентують увагу лише на перевагах вейвлет-пертворення над іншими підходами в обробці сигналів, і залишають поза увагою недоліки. Необхідно підкреслити, що як і будь-який іний підход, вйвлети мають і перваги і недоліки. Відомо, наприклад, що вейвлети можуть не відрізнити ефекти амплітудної та частотної модуляції. Як показано в роботі [3], за наявності тільки амплітудної модуляції вейвет-аналіз може показувати «хибні» ефекти частотної модуляції і навпаки. Такі «хибні» ефекти можна оцінити, і під час проведення чисельних досліджень є можливість сформулювати критерії достовірності отриманих результатів, але для цього необхідно вивчити не тільки переваги, але й обмеження методу.

Таким чином, навідміну від претворення Фур'є, вейвлет-перетворення визначено неоднозначно: кожному вейвлету відповідає своє перетворення. В якості аналізуючих вейвлетів зазвичай обираються функції, добре локалізовані також і в просторово-часовій області.

Висновки

В роботі були розглянуті переваги й недоліки вейвлет-перетворення порівняно з перетворенням Фур'є. Враховуючи значну кількість переваг був запропонований алгоритм вейвлет-аналізу. В результаті аналізу, з урахуванням розробленого алгоритму показано, що є доцільним обробка сигналів за допомогою вейвлет-аналізу в інтелектуальних ВІС з використанням експертної бази даних.

Список літератури: 1. *Дремин И.М.*, Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их применение // УФН.- 2001.- Т. 171, No. 5.- С. 465-501. 2. *Астафьева Н.М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН 1996,- Т. 166, No. 4.- С. 145-170. 3. *Quiroga R.Q.,* Kraskov A., Kreuz T., Grassberger P. Performance of different synchronization measures in real data: A case study on electroencephalographic signals. // Phys. Rev. E — 2002.

Поступила в редколлегию 13.10.2011