

УДК 622.734

**В. Ф. ПОЖИДАЕВ**, д-р техн. наук, зав. каф., Восточноукраинский университет им. В. Даля, Луганск;

**Н. С. ПРЯДКО**, канд. техн. наук, с. н.с., Институт технической механики НАНУ и ГКАУ, Днепропетровск;

**О. В. ГРАЧЁВ**, канд. техн. наук, доц., Восточноукраинский университет им. В. Даля, Луганск

### **КИНЕТИКА ПРОЦЕССА ОБЕЗВОЖИВАНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ**

Проведено моделирование процесса сушки сыпучих материалов на основе уравнений массопереноса. При определенных граничных условиях осуществлен переход к аналитическому решению уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка, что позволяет свести задачу моделирования процессов обезвоживания к нахождению конечного количества неизвестных параметров, определяемых из экспериментальных данных.

**Ключевые слова:** обезвоживание, сушка, сыпучий материал, вероятность, локальная концентрация

#### **Введение**

Процесс обезвоживания материалов широко используется во многих отраслях промышленности, в подготовительных и заключительных этапах переработки полезных ископаемых. На предприятиях металлургии черных и цветных металлов при подготовке сырья к металлургической переработке или транспортированию применяют процессы сушки руд, шихт и кеков [4]. В технологических схемах обогатительных фабрик заключительными операциями являются механическое обезвоживание и тепловая сушка. Объектами тепловой сушки являются флотационный концентрат влажностью 22 – 24%, мелких концентрат (0 – 13 мм) влажностью 9 – 13 % и шлам (0 – 1 мм) влажностью 20-26% (влажность зависит от технологического процесса и мощности сушильных установок)

Характерной особенностью процесса сушки является переход влаги материала из жидкой фазы в газообразную при испарении. Испарение влаги из материала будет происходить тогда, когда парциальное давление пара окружающей среды будет меньше, чем парциальное давление пара жидкости материала. С уменьшением разности давлений испарение влаги из материала снижается и при разности давлений, равной нулю, процесс сушки прекращается.

В процессе сушки материала изменяется его вес во времени. Зная начальную влажность и вес материала, по его изменению можно определить влажность в любой момент сушки по зависимости, называемой кривой сушки. Форма кривых зависит от влажности, размеров частиц материала и способа их укладки, от гидродинамических условий обтекания, параметров среды (температуры, влажности, скорости). Совокупность этих факторов определяет характер протекания процесса сушки, который называется режимом сушки.

Процесс обезвоживания твердых частиц можно разбить на четыре этапа: первый этап – первоначальная стадия – прогрев материала до момента, когда скорость сушки принимает постоянное значение; второй этап – период постоянной скорости; третий этап – насыщенность поверхности; четвертый этап – внутренняя диффузия. После сушки материала влажность его достигает определенной величины, которую можно определять, как равновесную влажность и при которой скорость сушки равна нулю. Температура материала при достижении равновесной влажности становится равной окружающей среды, так что кинетика температуры может служить хорошим критерием по определению

равновесной влажности материала.

Для технологических процессов обезвоживания и тепловой обработки материалов разработано много различных математических моделей, отличающихся полнотой учета параметров процесса и сложностью описания. Можно выделить два подхода к построению моделей: разработка модели на базе физических законов протекания процессов, в частности законов тепломассопереноса и экспериментально – статистические методы построения модели. Последние сводятся к построению весовой функции объекта, которая полностью определяет его статистические и динамические свойства [2]. К недостаткам этого подхода следует отнести необходимость труднодоступной информации и узость области применения моделей.

Для математического моделирования процесса обезвоживания и тепловой обработки материалов используют физические законы теплопередачи: излучение (законы Планка, Стефана-Больцмана, Ламберта и др.), конвекции (закон Ньютона Рихмана), теплопроводности (закон Фурье).

### **Цель работы**

Целью работы является создание модели кинетики процесса обезвоживания сыпучих материалов на основе уравнений массопереноса.

### **Обсуждение результатов**

В рамках использования газодинамических уравнений рассмотрим вертикальное, носящее хаотический и случайный характер, и продольное движение частиц материала, не представляется возможным. Поэтому рассмотрим решение задачи обезвоживания материала в поточном кипящем слое в рамках теоретико-вероятностных методов. Построение математической модели, описывающей принципиальные особенности совместного распределения физических и вещественных признаков частиц в обезвоживающем пространстве весьма важно. Это способствует наиболее адекватному решению задачи обезвоживания, то есть минимизации скорости диссипации энергии в процессе возвращения системы в устойчивое состояние. Для этого необходимо совместить понятия газодинамики и тепломассообмена с понятиями теории вероятности. Рабочее пространство разбивается на элементарные объемы и определяется так, что материальное находится в каждом из них. Возьмем один из элементарных объемов, который условно обозначается  $dV$ , и определим его состав. Интересующие нас частицы занимают только часть объема, равную  $mdV$  ( $m < 1$ ), а остальная часть, равная  $(1 - m)dV$ , занята газом. Далее рассматриваем только ту часть объема  $mdV$ , которая занята частицами твердого вещества.

Для описания явлений, происходящих в рабочем пространстве, прежде всего нужно выбрать количественную меру для оценки состава рабочего пространства и смеси частиц в нем. В качестве такого понятия определена концентрация твердого вещества в элементарном объеме  $dV$ . Смесь, находящаяся в рабочем пространстве, содержит  $n$  компонентов с различными плотностями  $\rho_i$ , тогда состояние ее можно охарактеризовать  $n$  переменными числами  $C_{\rho_i}$  - концентрациями отдельных компонентов. Эти числа являются функциями координат и времени, т.е.  $C_{\rho_i} = C_i(x, y, z, t)$ , так как состав пространства от точки к точке меняется. Введем еще функцию  $\gamma(\rho, x, y, z)$ , такую, что количество  $\gamma d\rho$  равно объемной доле узкой фракции частиц с плотностью в диапазоне от  $\rho$  до  $\rho + d\rho$  в точке  $(x, y, z)$  в момент времени  $t$ .

Допустим, что все частицы в среднем увлекаются вдуваемым потоком газа через решетку в горизонтальном направлении с некоторой постоянной скоростью  $v_v$ . Подробное

рассмотрение сил, действующих на объем частиц при их движении в среде, состоящую из таких же частиц, рассмотрено Тихоновым О. Н. в ряде работ [3].

1. Суммарная сила тяготения, действующая на все частицы (и материала, и среды), заключенные в объеме  $V$  группы:  $g \int_V dV [m \rho \gamma d\rho + (1-m)\rho_{cp}] = F_g$ , где  $g dV m \rho \gamma(\rho) d\rho$  – сила, действующая на узкую фракцию материала в объеме  $dV$  ( $m dV \gamma d\rho$  – объем узкой фракции в  $dV$ );  $g dV (1-m)\rho_{cp}$  – сила, действующая на среду в объеме  $dV$ . Величина силы тяготения, приходящаяся на частицу, зависит от ее физического признака  $\rho$ .

2. Архимедова сила. Эта сила, приходящаяся на объем  $V$ , равна весу материала внутри объема  $V$ .  $-g \int_V dV [m \rho \gamma d\rho + (1-m)\rho_{cp}] = F_A$ ,

Примем, что в среднем сила  $F_A$  распределяется пропорционально объему частиц. Тогда можно считать, что на единицу объема  $V$ , независимо от того, чем она заполнена, действует архимедова сила

$$\lim_{V \rightarrow 0} \frac{F_A}{V} = \frac{-g \int_V dV [m \rho \gamma(\rho) d\rho + (1-m)\rho_{cp}]}{V} = -g \left[ m \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \rho \gamma(\rho) d\rho + (1-m)\rho_{cp} \right]$$

3. Сила трения (сопротивление движению). Средняя сила трения, действующая на частицу из-за ударов:  $m_v \frac{v}{\tau} = a_M v$ , где  $\tau$  – среднее время пробега частицы между столкновениями,  $v$  – направленная скорость частицы (предполагается, что она полностью теряется при столкновении).  $\tau = \frac{\lambda}{v} = \frac{1}{v n \sigma}$ , где  $\lambda$  – длина свободного пробега;  $n$  – полное число частиц в единице объема;  $\sigma$  – сечение частицы ( $\pi D^2$ ,  $D$  – ее диаметр).

4. Трение о среду.  $-a_M(v - v_\Sigma) - a_{cp}(v - v_\Sigma)$ , где  $v_\Sigma = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} v \gamma d\rho$ ,  $a_M$  и  $a_{cp}$  – коэффициенты пропорциональности.

Учет всех рассмотренных сил также приводит к интегро-дифференциальному уравнению типа Колмогорова-Фоккера-Планка. Кроме Тихонова О. Н. эти уравнения численно решались Рубинштейном Ю. Б. и Филипповым Ю. А. [4], а также авторами статьи [6 - 8]. В [5] были предложены нелинейные уравнения для моделирования массопереноса в стесненных условиях, когда концентрация частиц высока и, следовательно, процесс происходит в среде, создаваемой этими же частицами. В этом случае вводится понятие локальной концентрации частиц в смеси, определяемой как математическое ожидание случайной величины плотности среды. Эти уравнения могут описывать многочисленные процессы разделения смесей.

Применительно к процессу обезвоживания нелинейные уравнения массопереноса в случае высококонцентрированных потоков частиц сыпучих материалов можно получить, исходя из следующих соображений. Пусть  $c(x, y, z, t)$  функция, характеризующая изменение концентрации частиц узкого класса крупности в пространстве и времени. Тогда  $m(x, y, z, t) = 1 - c(x, y, z, t)$  доля среды соответственно. Изменение локальной средней плотности среды в этом случае можно выразить как  $\bar{\rho} = [1 - c(x, y, z, t)] \cdot \rho_m + c(x, y, z, t) \rho_T$ . Здесь  $\rho_m$  – плотность среды;  $\rho_T$  – плотность частиц твердой фазы.

Детерминированная составляющая скорости частиц  $V$  в этом случае будет пропорциональна не разности плотностей частиц и среды, как в случае слабо концентрированных смесей, а разности между плотностью частиц и средней плотности

среды  $V = \alpha g(\rho - \rho_m)(1 - c)$ , где  $\alpha$  – коэффициент сопротивления при обтекании частицы жидкостью,  $g$  – ускорение силы тяжести. Уравнение массопереноса (диффузии частиц), например, для одномерной задачи, получим в виде:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} [\alpha g c (1 - c) (\rho - \rho_m)]$$

или, окончательно:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \alpha g (\rho_T - \rho_m) (1 - 2c) \frac{\partial c}{\partial x}.$$

Таким образом, приходим к уравнению Колмогорова-Фоккера-Планка. Аналитическое решение уравнения изложено в [6]. Оно было опробовано для различных физических процессов [6 - 8].

### Выводы

Моделирование кинетики обезвоживания сыпучих материалов при попытке строгого учета всех влияющих факторов приводит к классу интегро-дифференциальных уравнений, не имеющих аналитического решения. Попытка нахождения численных решений приводит к невозможности анализа кинетики процесса. Предлагаемый подход, в отличие от существующих, позволяет найти такие граничные условия, которые приводят к аналитическому решению уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка. Это позволяет свести задачу моделирования процессов обезвоживания к нахождению конечного количества неизвестных параметров, определяемых из экспериментальных данных.

**Список литературы:** 1. Филиппов В. А. Конструкция, расчеты и эксплуатация устройств и оборудования для сушки минерального сырья. – изд. 2-е, перераб. и доп.- М: «Недра», 1989. – 309с. 2. Ткаченко В. Н. Математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами тепловой обработки материалов. – Киев: «Наукова думка», 2008. – 243 с. 3. Тихонов О. Н. Введение в динамику массопереноса процессов обогатительной технологии.– Л. Недра.– 1973.– 240с 4. Рубинштейн Ю. Б., Филиппов Ю. А. Кинетика флотации. – М.: Недра, 1980. – 375с. 5. Пожидаев В. Ф. Прикладные аспекты решения уравнений Фоккера-Планка на полуоси с упругим экраном // Вестник ВУГУ. – Луганск.: ВУГУ, 1998. – №6. – С.6-10. 6. Пожидаев В. Ф. Представление марковским процессом диффузионных операторов разделения многокомпонентных смесей // Вестник ВУГУ 1999 – №3(18). – С.180-182 7. Пожидаев В. Ф., Прядко Н. С., Ветров А. А. Математическое моделирование процесса сжигания угля в поточном кипящем слое // Системные технологии.–2004.– №1(30).– С.41–46. 8. Прядко Н. С. Стохастическая модель газодинамического измельчения // Техническая механика. – 2008. – № 1. – С. 121 – 131.

Надійшла до редколегії 20.12.2012

УДК 622.734

**Кинетика процесса обезвоживания сыпучих материалов/ Пожидаев В. Ф., Прядко Н. С., Грачёв О. В. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Х: НТУ «ХПІ», – 2012. - № 68 (974). – С. 197-200. – Бібліогр.: 8 назв.**

Проведено моделювання процесу сушіння сипучих матеріалів на основі рівнянь масопереносу. При певних граничних умовах здійснено перехід до аналітичного розв'язання рівняння Колмогорова-Фоккера-Планка, що дозволяє звести задачу моделювання процесів зневоднення до знаходження кінцевої кількості невідомих параметрів, обумовлених з експериментальних даних.

**Ключові слова:** зневоднення, сушіння, сипкий матеріал, ймовірність, локальна концентрація

The simulation of the bulk materials dehydration based on mass transfer equations. Under certain boundary conditions the transition to the analytical solution of the Kolmogorov-Fokker-Planck equation was made. That reduces the problem of modeling the dehydration process to finding a finite number of unknown parameters, which are determined from experimental data.

**Keywords:** dehydration, drying, loose material, probability, the local concentration