

**К. Г. СЕЛИВАНОВА**, аспирант, ХНУРЭ, Харьков;  
**О. Г. АВРУНИН**, д-р техн. наук, проф., ХНУРЭ, Харьков;  
**А. А. ГАЛЕТКА**, аспирант, ХНМУ, Харьков

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМИОГРАФИЧЕСКОГО СИГНАЛА

В статье проведен анализ существующих математических моделей, представляющих процесс генерации биомедицинских сигналов. Была предложена математическая модель, которая является эффективной для описания процессов формирования электромиографического сигнала (ЭМС) с возможностью использования параметров модели в анализе данного биосигнала. Результаты моделирования электромиографического сигнала можно использовать в клинической медицине, так как они могут быть использованы при выявлении патологических процессов.

**Ключевые слова:** математическая модель, моделирование, электромиографический сигнал, процесс генерации биосигнала.

**Введение.** Биомедицинские сигналы показывают динамическую активность физиологических систем и несут информацию об их параметрах. Происхождение электромиографических сигналов (ЭМС) является случайным, но наблюдается квазипериодичность сигналов. Динамическая природа приводит к тому, что большинство биомедицинских сигналов являются по своему характеру случайными и нестационарными. Это означает, что такие характеристики как среднее значение, дисперсия, спектральная плотность мощности, изменяются во времени. По этой причине сигналы динамических систем следует анализировать в течение больших периодов времени, включающих различные возможные состояния системы. [2].

**Анализ литературных источников.** Аналитический обзор последних исследований и публикаций [4, 6-14] показал, что состояние сферы методов моделирования биомедицинских сигналов освещается достаточно широко, но требует дополнительного изучения, так как данная область очень важная и необходимая для современной медицины. Построенная модель биосигнала должна включать в себя все параметры двигательной сферы и отвечать естественному и патологическому механизму формирования ЭМС. Сведения, которые получены в результате обзора специальной литературы [1-14], дают возможность аналитически описать случайные нестационарные биосигналы, а также провести их моделирование. Это стало основой для разработки эффективного метода исследования нервно-мышечной системы – моделирование миосигнала с его математическим описанием, а также с заданным композиционным составом исследуемой мышцы, с учетом всех диагностических параметров, так как данное условие не всегда выполняется в полной мере.

**Цель и постановка задачи.** Для моделирования процессов генерации электромиографического сигнала необходимо провести глубокий анализ существующих моделей, предложенных авторами [4, 6-10] и выполнить поиск эффективных математических моделей, которые бы правильно описывали природу данного биосигнала, и отвечали требованиям достоверности и адекватности модели. Одной из основных задачей выступает нахождение возможных взаимосвязей между математическими моделями и физиологическими, патологическими процессами и системами, порождающие электрические сигналы (ЭС). Также необходимо исследовать параметры модели в анализе биосигналов, распознавании образов и принятии диагностических решений.

**Сущность работы.** Сжатая запись закономерностей исследуемого объекта в виде формул, систем уравнений и логических связей называется математической моделью (ММ). Математические модели характеризуются высокой степенью абстрактности, поскольку математические символы могут обозначать параметры систем любой природы. Достоинством таких моделей является то, что они допускают количественную интерпретацию. К недостаткам ММ относится то, что они не всегда могут быть проанализированы в аналитическом виде. В таких случаях на помощь приходят численные методы и компьютерное моделирование [1].

Принято считать, что для начала исследования сложных объектов, взаимодействие частей которых не поддается непосредственному наблюдению, проводят методом «черного ящика» (см. рис. 1). При этом предполагается, что исследователь может задавать входные данные и регистрировать значения координат на выходе. Метод «черного ящика» позволяет при отсутствии достоверных данных о физиологических и патологических свойствах объекта, выяснить общие закономерности его работы [1]. Объект представляется в общем случае «черным ящиком» с входами  $X_1 \dots X_n$  и наблюдаемыми выходами  $Y_1 \dots Y_m$ .

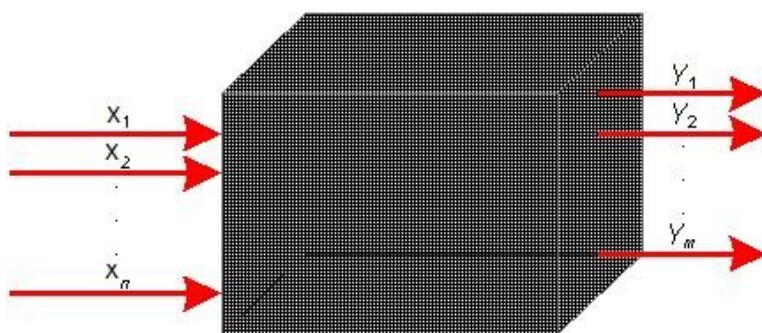


Рис. 1 – Схематическое отображение модели объекта в виде «черного ящика»

В «черном ящике» структура связей представляется в виде функции  $f(x)$  и параметры компонентов  $x$  и  $y$  составляющих его, считаются неизвестными. В информационном соотношении работа объекта сводится к такому условному представлению:

$$f(x) = y. \quad (1)$$

В данной работе для каждого вида сигнала часто требуется очень специфическая модель. Ранее в работе [5] было исследовано, что электромиограмма (ЭМГ) может моделироваться с использованием базового потенциала действия отдельной двигательной единицы (ПДОДЕ) в качестве элементарного строительного блока. Потенциал двигательной единицы (ПДЕ) – это временная и пространственная суммация активности потенциалов мышечных волокон (МВ), принадлежащих одной двигательной единице (ДЕ). Обозначим его функцией  $f(t)$ , которая зависит от времени  $t$ . Каждая ДЕ генерирует квазипериодические импульсы в последовательности  $n$ , количество и частота следования которых определяется величиной усилия мышцы, совершающей механическую работу. ПД сдвинуты относительно друг друга на время  $\tau_n$ , а  $N$  – полное число отдельных миоимпульсов ЭМГ. Поэтому ЭМС можно представить в виде [6]:

$$f(t) = \sum_{n=0}^N f(t - n\tau) \quad (2)$$

Для разработки полноценной модели ЭМС учитывался ряд существенных факторов: выбор мышцы, с которой снимается сигнал, расстояние от электрода до отдельной ДЕ, методика снятия электрической активности, тип и проводимость тканей, расположенных между ДЕ и электродом, толщина подкожной жировой ткани [4, 5].

Выбор мышцы для регистрации ее биоэлектрической активности основывается на анатомических и морфологических особенностях строения исследуемой мышцы (расположение различного рода типа волокон и их диаметр в мышце, ее сила, толщина кожно-жирового слоя между мышцей и электродом, которые влияют на профиль ЭМГ) и на наличие минимального постороннего электросигнала от других соседних мышц, распространяемого по поверхности кожи, в англоязычной литературе это называют *muscle cross-talk* [5]. Амплитуда ЭМС зависит от диаметра волокон, расстояния от активированного мышечного волокна, размеров регистрируемой области и фильтрующих свойств электродов. Для тканей человека амплитуда ЭМС возрастает пропорционально:

$$V = k \cdot a, \quad (3)$$

где  $a$  – радиус мышечного волокна и  $k$  – константа.

В ряде лабораторных испытаний и более глубокому изучению данного вопроса предпочтительней оказалась мышца, отводящая мизинец (*m. abductor digiti minimi*), функция которой состоит в отведении мизинца, а также она принимает участие в сгибании его проксимальной фаланги. Располагается под кожей и частично прикрывается короткой ладонной мышцей. Мышца начинается от гороховидной кости запястья и прикрепляется к локтевому краю

основания проксимальной фаланги мизинца. Для нее характерный минимальный подкожно-жировой слой и минимальная вероятность регистрации «наведенной» ЭМГ.

Во всех мышцах представлены как медленные, так и быстрые ДЕ, но исследуемая мышца является фазической, т.е. участвует в выполнении точных произвольных движений, то соответственно в ней преобладает тип быстрых ДЕ (БДЕ). Знание этих свойств ДЕ мышц важны при оценке работы мышцы в различных режимах произвольного напряжения. [3].

Разработка модели ЭМС осуществлялась в среде математического программирования высокого уровня Matlab 7.0 при соблюдении относительных физиологических условий. Исходными данными послужили основные параметры нервно-мышечной системы: асинхронный статический режим работы ДЕ, так как в норме они обычно активируются по очереди (при патологии повышается синхронизация включения ДЕ); преобладающий тип БДЕ мышечных волокон исследуемой мышцы, исходя из ее анатомических и морфологических особенностей; амплитуда ПДЕ отражает плотность, с которой МВ расположены у кончика электрода. Форма ПДОДЕ симметрична относительно нулевой изолинии и имеет вид как при регистрации монополярным игольчатым электродом, так как данная форма максимально соответствует естественному формированию электрической активности в мышечной клетке, а упрощение формы импульса недопустимо из-за изначально поставленной задачи исследования. Частота следования миоимпульсов больше их длительности, но при патологии эта величина варьируется в сторону уменьшения; длительность ПДЕ в норме составляет 5-15 мс, а при патологии данный параметр может уменьшаться или увеличиваться, в зависимости от типа патологии, это характеризует территорию ДЕ, которая обусловлена диаметром прилежащих МВ и временной дисперсией их активации. Отдельно необходимо учитывать длительность рефрактерного периода (РП), которая меньше длительности потенциала. Следующим параметром является количество фаз ПДОДЕ – 2-4 фазы характерны для нормы, а полифазность (более 5 фаз) для патологии, так как данный показатель определяется расстоянием от кончика электрода до двигательных пластинок ближайших групп МВ, а также синхронностью активации различных групп МВ. Также еще входными параметрами являются произвольный характер сокращения мышцы и сила, которая не превышает 50%, что включает в себя активность около 10 ДЕ, а при увеличении силы мышцы, количество ДЕ достигает 15-17, что представляет собой линейный ступенчатый характер возрастания включения ДЕ.

Схематически моделирование ЭМС состоит из условно четырех этапов (см. рис. 2). Первый шаг включает в себя генерирование ПДОДЕ и РП с заданными входными данными. Затем следует смоделировать сигнал с наложением случайной помехи, так как в природе «чистого» биосигнала не существует, а шум является его неотъемлемой составляющей, что может характеризовать себя в некотором смысле относительной величиной ошибки измерения. Следующим этапом является суммация нескольких смоделированных сигналов, так как это соответствует получаемой картине при

регистрации поверхности электромиограммы (иЭМГ), за счет наложения (интерференции) ПДЕ друг на друга. Заключительный этап модели состоит в отображении паттерна иЭМГ, где отсутствует возможность визуального выделения отдельных ПДЕ.

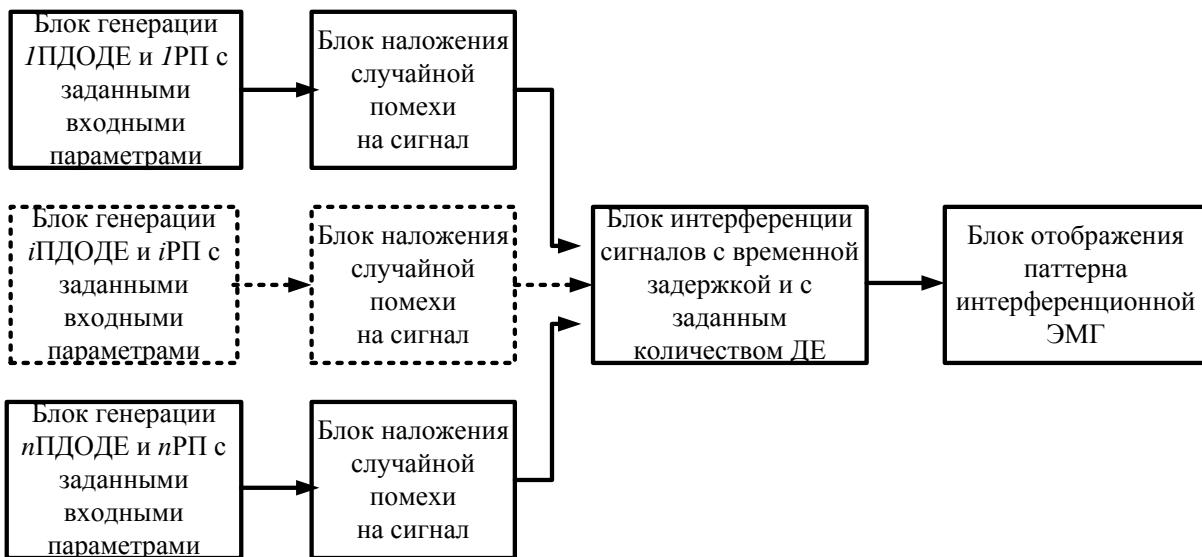


Рис. 2 – Структурная схема моделирования электромиографического сигнала

ЭМС при математическом описании в аналитическом виде представляется функцией  $S(t)$ , зависящей от времени  $t$ .

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(t + \Delta t_i) \quad . \quad (4)$$

В дискретном виде ЭМС представляется так:

$$S[x] = \sum_{i=1}^n S_n[x + shift(t_i)] \quad , \quad (5)$$

где  $x$  – отсчеты сигнала,  $n$  – количество наложений,  $shift(t_i)$  – сдвиг каждого наложения с задержки по времени.

Блок наложения случайной помехи на ЭМС в аналитическом виде представляется так:

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_n(t + \Delta t_i) + \eta \quad , \quad (6)$$

где  $\eta$  – *normal noise signal* – шум (случайная помеха) сигнала.

В дискретном виде интерференционная ЭМГ выглядит так:

$$S[x] = \sum_{i=1}^n w_i \cdot S_n[x + shift(t_i)] \quad , \quad (5)$$

где  $W_i$  – весовой коэффициент, который служит для равномерного затухания сигнала.

На рисунках 3–6 представлены результаты моделирования ЭМС мышцы *abductor digiti minimi* с заданным композиционным составом: 30 % МДЕ и 70 % БДЕ. На рисунке 3 *а* показан в норме трехфазный ПДОДЕ с амплитудой 0,5 мВ и длительностью 11 мс, и РП с длительностью 30 мс; на рисунке 3 *б* – полифазный ПДОДЕ при патологии, длительность которого составляет 30 мс, амплитуда – 1,5 мВ, и РП с длительностью 50 мс.

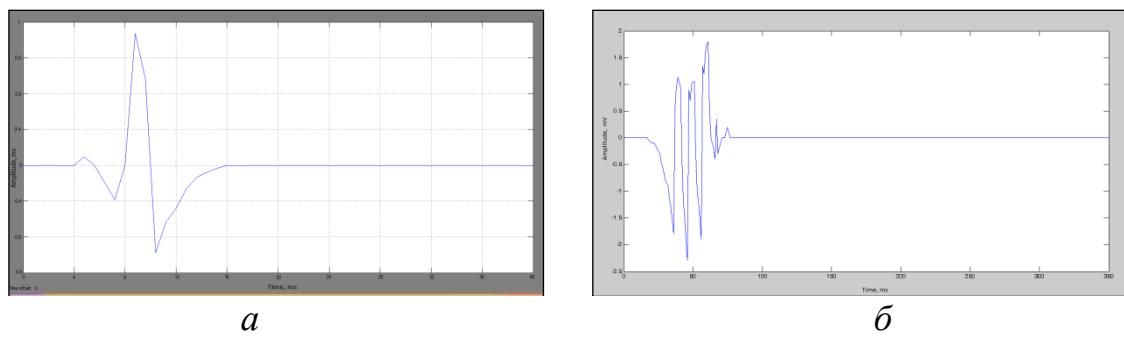


Рис. 3 – Моделирование ПДОДЕ и РП: *а* – в норме; *б* – при патологии

На рисунке 4 *а* изображен смоделированный ЭМС (5 ДЕ) со случайной помехой. Частота следование миоимпульсов составляет 40 мс, амплитуда – 0,5 мВ, а длительность – 11 мс. На рисунке 4 *б* – ЭМС при патологии с параметрами: частота – 10 мс, амплитуда – 1,5 мВ, длительность – 30 мс.

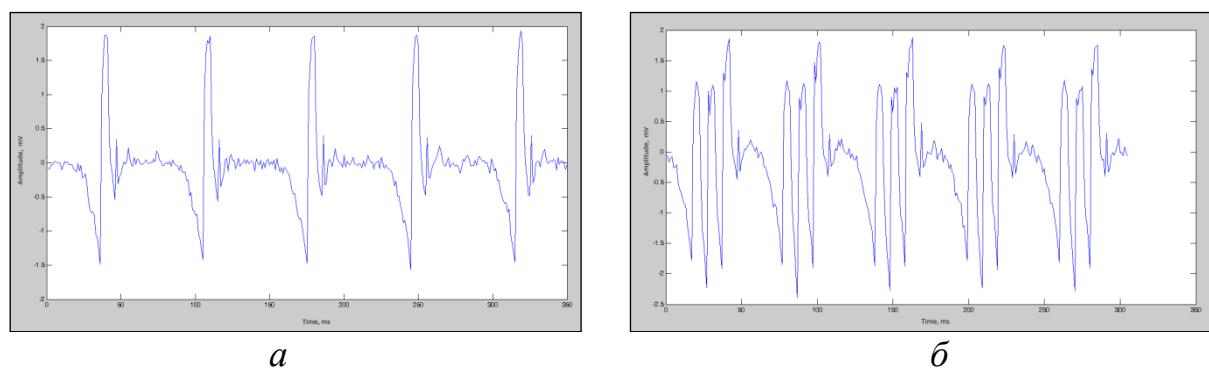


Рис. 4 – Моделирование ЭМС (5 ДЕ) со случайной помехой:  
*а* – в норме; *б* – при патологии

На рисунке 5 *а* и 5 *б* – ЭМС с 10 ДЕ в норме и при патологии при произвольном мышечном сокращении. При патологическом ЭМС наблюдаются осцилляции с определенной частотой следования и постепенным увеличением амплитуды ДЕ.

На рисунке 6 *а* и 6 *б* представлены конечные результаты моделирования при максимальном мышечном сокращении, которое приводит к постепенной активации всех ДЕ исследуемой мышцы, что составляет их в количестве 15. В норме ЭМС имеет вид равномерного распределения миоимпульсов. При патологии ЭМС имеет вид осцилляций с увеличением амплитуды и частоты.

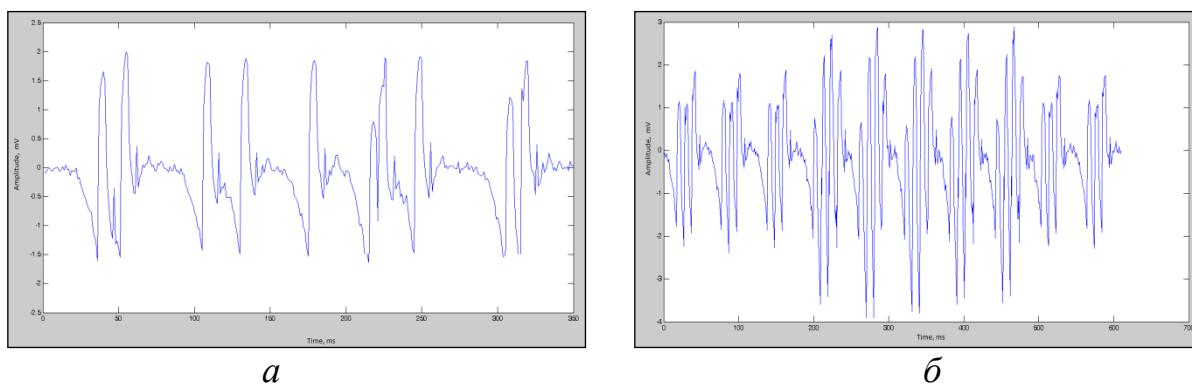


Рис. 5 – Моделирование ЭМС (10 ДЕ) при произвольном мышечном сокращении: *а* – в норме; *б* – при патологии

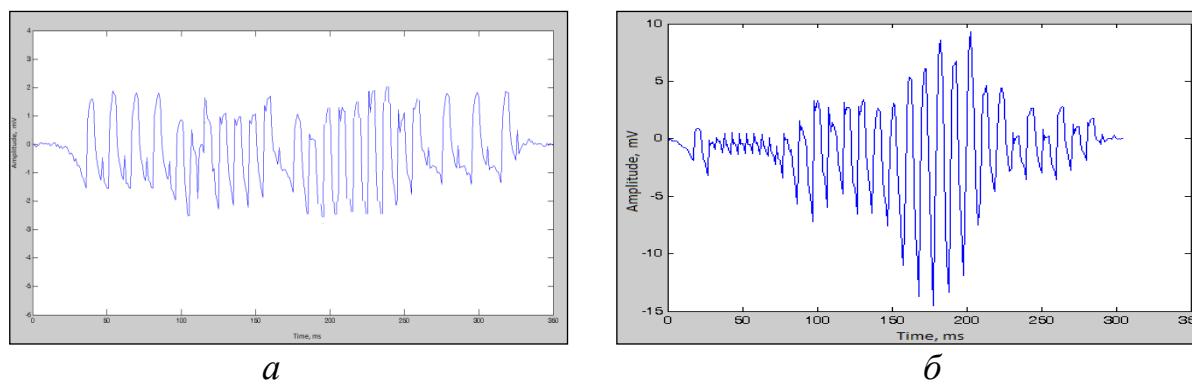


Рис. 6 – Моделирование ЭМС (15 ДЕ) при максимальном мышечном сокращении: *а* – в норме; *б* – при патологии

**Выводы и перспективы работы.** Полученные результаты математического моделирования ЭМС могут служить критериями различия между физиологическими и патологическими процессами нервно-мышечной системы, которые заключаются в характеристике интерференционной активности, возникающей при произвольном мышечном сокращении, а также оценке динамики основных показателей ПДЕ, перечень и параметры которых по Команцеву В.Н. [3] приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Основные параметры ПДЕ в норме и при патологии

Показатель	Параметры в норме	Параметры при патологии
Длительность	5-15 мс	<5 мс, >15 мс
Амплитуда	До 1000 мкВ	>1000 мкВ
Число фаз	2-4 фазы	≥5 фаз
Число турнов	2-5 турнов	≥6 турнов
Число полифазных ПДЕ	5%-15%	>15%

Адекватность предложенной модели подтверждается сравнением с клиническими миосигналами. Разработанная модель ЭМС прошла испытания на кафедре неврологии Харьковского национального медицинского университета. Перспективой работы является проведение многоуровневого разложения

синтетического и клинического электромиографического сигнала для установления количества ДЕ, вовлеченных в механизм мышечного сокращения, а также определение длительности, частоты следования миоимпульсов, их амплитуды, оценка формы и полифазности ПДДЕ, что соответствует целям анализа сигнала при принятии диагностических решений. Это представляет собой научный и практический интерес современной медицины, что может быть применено для создания автоматизированной системы обработки ЭМГ.

**Список литературы:** 1. Антомонов Ю. Г. Математические модели возбуждения / Ю. Г., Котова Ю. Б., Пономарева И. Д. [и др.]. – Киев: «Наукова думка», 1965. – 147 с. 2. Рангаян Р. М. Анализ биомедицинских сигналов. Практический подход / Р. М. Рангаян. – М.: ФИЗМАЛИТ, 2007. – 440 с. 3. Команцев В. Н. Методические основы клинической электронейромиографии [руководство для врачей] / В. Н. Команцев. – Спб., 2006. – 355с. 4. Сафин Д. Р. Информационно-измерительная система управления биоэлектрическим протезом [автореферат] / Д. Р. Сафин. – УФА: Здравоохранение Башкортостана, 2011. – 12с. 5. О. Г. Аврунин. Моделирование процессов формирования интерференционного электромиографического сигнала / О. Г. Аврунин, А. А. Гелетка, К. Г. Селиванова // Энергосбережение, энергетика, энергоаудит. Специальный выпуск. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2013. – Том 2, № 8(14). – С. 128-133. 6. А. М. Шайдук. Моделирование электромиографического сигнала средствами LabVIEW / А. М. Шайдук, С. А. Останин // Известия Алтайского государственного университета. – Барнаул: Изд.-во Алт. гос. ун.-та, 2010. – Ч.1(65). – С.196-201. 7. Е. П. Остроух. Компьютерное моделирование биоэлектрической активности опорно-двигательного аппарата человека / Е. П. Остроух, А. Н. Осипов, Н. С. Давыдова [и др.] // 44 конференция аспирантов. – Мн., 2008. – С. 754-757. 8. Н. С. Давыдова. Программная модель электромиографического сигнала мышцы с заданным композиционным составом / Н.С. Давыдова, А.Н. Осипов, Е.П. Остроух [и др.] // Медэлектроника. Средства медицинской электроники и новые медицинские технологии. – Мн., 2010. – С. 130-137. 9. А. В. Овсянников. Математическое моделирование нестационарных случайных процессов на основе стохастических дифференциальных уравнений / А. В. Овсянников // Математика и математическое образование. Теория и практика: Межвуз. Сб. научн. Тр. Вып.4 – Ярославль: Изд. ЯГТУ, 2004. – 6с. 10. Т. В. Носова. К вопросу моделирования электромиографического процесса / Т. В. Носова, Т. В. Жемчужкина, В. И. Радченко // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – Х., 2008. – Выпуск № 5/5(35). – С. 33-36. 11. Farina D. The extraction of neural strategies from the surface EMG. / Farina D., Merletti R., Enoka R.M. // J Appl Physiol. – 2004. – V. 96. 12. P. A. Kaplanis. Surface EMG analysis on normal subjects based on isometric voluntary contraction. / P. A. Kaplanis, C. S. Pattichis, L. J. Hadjileontiadis // Journal of Electromyography and Kinesiology. – 2009. – No. 19. 13. P. Zhou. Can standard surface EMG processing parameters be used to estimate motor unit global firing rate? / P. Zhou, Zev Rymer W. // J. Neural Eng. – 2004. – V.31, No. 2. 14. Training-induced changes in neural function.

**Bibliography (transliterated):** 1. Antomonov Y. G, Kotova Y. B, Ponomarev I. D. [etc.] Mathematical models of excitation. – Kiev: "Naukova Dumka", 1965. 147. (Rus.) 2. Rangayan R. M. Analysis of biomedical signals. A Practical Approach. – Moscow: FIZMATLIT, 2007. 440. (Rus.) 3. Komantsev V. N. Methodical bases of clinical electroneuromyography [the manual for doctors]. – St. Petersburg. 2006. 355. (Rus.) 4. Safin D. R. Information-measuring system control bioelectric prostheses [abstract]. – UFA: RB Health, 2011. 12. (Rus.) 5. O. G. Avrunin, A. A. Geletka, K. G. Selivanova. Modeling of the formation of the electromyographic interference signal. Energy conservation, energy, energy audit. Special Issue. – Kharkov: NTU "KPI", 2013. Vol 2, № 8 (14). 128-133. (Rus.) 6. A. M. Shayduk, S. A. Ostanin. Modelling of electromyographic signals by the means of LabVIEW News of Altai State University. – Barnaul Ed. of Alt. State. un.-ty. – Part 1 (65), 2010. 196-201. (Rus.) 7. E. P. Ostroukh, A. N. Osipov, N. S. Davydova [etc.]. Computer modeling of bioelectric activity of human muscular and skeletal system. Conference 44 graduate students. – Mn., 2008. 754-757. (Rus.) 8. E. P.

Ostroukh, A. N. Osipov, N. S. Davydova [etc.]. Program model of electromyographic signal muscles to specify composite compound. Medelectronics. Means of medical electronics and new medical technologies. – Mn., 2010. 130-137. (Rus.) **9.** A.V. Ovsyannikov. Mathematical modeling of non-stationary random processes based on stochastic differential equations. Mathematics and mathematical education. Theory and practice: Hi. Sat Nauchn. Tr. No.4 – Yaroslavl: Univ. YAGTU, 2004. 6. (Rus.) **10.** T. V. Nosova, T. V. Zhemchuzhkina, V. I. Radchenko. The question og electromyographic process modeling. East European Journal of advanced technology. – Kharkov, 2008. Issue number 5/5 (35). 33-36. (Rus.) **11.** D. Farina, R. Merletti, R. M. Enoka. The extraction of neural strategies from the surface EMG. J. Appl Physiol. 2004. V. 96. (Eng.) **12.** P. A. Kaplanis, C. S. Pattichis, L. J. Hadjileontiadis. Surface EMG analysis on normal subjects based on isometric voluntary contraction. Journal of Electromyography and Kinesiology. 2009. No. 19. (Eng.) **13.** P. Zhou, Zev Rymer W. Can standard surface EMG processing parameters be used to estimate motor unit global firing rate? J. Neural Eng. 2004. V.31, No. 2. (Eng.) **14.** P. Aagaard. Training-induced changes in neural function. Exercise and Sport Sciences Reviews. 2003. V. 31, No. 2. (Eng.)

*Надійшла (received) 09.06.2014*

УДК 654.9:615.8

**Л. А ПОСПЕЛОВ,** д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник НТУ «ХПИ»;

## **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЛОКАЛЬНОЙ ВЧ ГИПЕРТЕРМИИ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ**

Работа посвящена анализу некоторых проблем, существующих в современной локальной высокочастотной гипертермии, решение которых способно существенно повысить эффективность комплексов, предназначенных для сочетанного лечения раковых заболеваний тяжёлых форм и глубокой локализации. Основу этой работы составляют оригинальные результаты более чем двадцатилетних исследований и разработок, с участием и под руководством автора настоящего сообщения. В настоящей работе описаны существенные пороки во всех коммерческих разработках ВЧ гипертермических комплексов, предназначенных для локальной гипертермии опухолей развитых форм и глубокой локализации.

**Ключевые слова:** онкология, гипертермия, тонометрия, термометрия, аппликаторы, алгоритм, хладагент, ВЧ.

**Введение.** С момента проведения Римского конгресса по онкологии[1] считается установленным высокая эффективность лечения рака с сочетанным применением гипертермии. Известны даже утверждения[2], что применение ВЧ гипертермии в сочетании с традиционными химио- и радиотерапией позволяет повысить вдвое пятилетнее выживание пролеченных больны. При этом уменьшается требуемая дозировка этих дорогостоящих и небезопасных для жизни этих пациентов препаратов и тем самым повышается качество их жизни. Учитывая заключение Всемирной организации здравоохранения о том, что начиная с 2003 года онкозаболевание становится главной причиной смертности населения, и эта тенденция будет сохраняться в последующие годы, гипертермия приобретает приоритетное значение в современной медицине. Поэтому, например, в Японии всем онкологическим больным, которым не

© Л. А. ПОСПЕЛОВ, 2014