

УДК 66.081.6

doi:10.20998/2413-4295.2016.12.01

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МАСООБМІННИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРВАПОРАЦІЙНОГО ОЧИЩЕННЯ ВОДИ

*I. А. БУРТНА, Л. І. РУЖИНСЬКА, Л. С. РУДЕНКО\**

*Кафедра біотехніки та інженерії, НТУУ «Київський політехнічний інститут», м. Київ, УКРАЇНА  
\*email: rudenko.lesia@gmail.com*

**АНОТАЦІЯ** З розвитком сучасного суспільства зростає інтерес до енергоощадних та безвідходних технологій. Одними з таких є мембранні процеси, а саме первапорація, яка дозволяє розділяти суміші на окремі «чисті» компоненти. В даній статті представлено аналіз особливостей масообмінних процесів при первапораційному розділенні рідких органічних сумішей. Запропонована математична модель процесу, та сформульовані початкові і граничні умови. Показано, що вирішення даної математичної моделі дозволяє знайти такий технологічний режим, при якому максимально реалізуються можливості мембрани, а енергетичні затрати на процес є мінімальними.

**Ключові слова:** первапорація, мембранні процеси, «чистий» компонент, математична модель, розділення сумішей, водно-органічна суміш.

## MATHEMATICAL MODEL OF MASS TRANSFER PROCESSES OF PERVAPORATION WATER PURIFICATION

*I. BURTNA, L. RUZHINSKA, L. RUDENKO\**

*Department of Bioengineering and Engineering, National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, UKRAINE  
\*email: rudenko.lesia@gmail.com*

**ABSTRACT** *Object. Theoretical studies of pervaporation separation of water -organic mixture by mathematical modeling of process.*

*Design. Methodology. Approach. The current state of the problem, namely the existing mathematical model of membrane processes had been analyzed. After analysis of features of pervaporation purification process the mathematical model was formulated. The mathematical model describes the pervaporation of organic liquid component through the non-porous membrane in a circular cross section channel. Initial and boundary conditions for this mathematical model had been recorded. Without these conditions the solution is impossible*

*Conclusions. Solution of the equations of mathematical model with the initial and boundary conditions allows to determine the concentration distribution of liquid flow which passes the membrane, and also though the membrane thickness depending on the size of the membrane, the modes of motion of initial and gas-vapor mixture, the concentration of organic impurities in initial and gas-vapor mixture. A mathematical model allows to finding a mode of operating of unit at which completely realized possibilities of membranes and minimized the cost of liquid heating and condensate cooling.*

*In further the research of experimental studies of pervaporation process are planned to continue, to confirm the results obtained by mathematical modeling.*

**Keyword:** *pervaporation, membrane processes, «pure» component, mathematical model, division of mixtures, water -organic mixture.*

### Вступ

На сьогодні зростає кількість галузей в яких потребується виділення окремих компонентів(найчастіше органічних) з мінімальними енергетичними та економічними затратами [1].

Однією з таких є фармацевтична галузь. Розглянемо виробництво лікарських засобів котре є складним, багатостадійним процесом. До його складу можуть входити різноманітні стадії неорганічного хімічного синтезу, і органічного синтезу з використанням мікробіологічних процесів. Таким чином вода використовується у всіх стадіях. В результаті виконання цих етапів виробництва утворюються стічні води фармацевтичної галузі, до яких потрапляють мінеральні солі, вільні кислоти та

луги, виробничі напівпродукти, та величезна група органічних і неорганічних продуктів і напівпродуктів [2, 3].

Слід відмітити, що не тільки стічні води але й цільові продукти, або напівфабрикати певних стадій виробництва лікарських засобів можна очищати за допомогою мембранних методів. Розділення таким способом дозволить крім очистки вихідної водної суміші( в загальному випадку не обов'язково водної) виділяти окремі хімічні з'єднання, а саме органічні розчинники, які можуть бути повторно використані у виробничому циклі [2, 4].

Первапораційному очищенню підлягають стічні води, які містять у своєму складі органічні розчинники. Такі води поступають у мембранні апарати, що складаються з полімерних трубок,

виготовлених з матеріалів, які мають властивість вибірково(селективно) пропускати через свої стінки певні органічні речовини, які на протилежному боці стінки мембрани випаровуються у вільний між мембранний простір. Процес первапорації проходить за рахунок дифузії органічної речовини з поверхні що контактує з рідкою фазою, на поверхню що контактує з газовою [5].

Переважає більшість досліджень мембранних процесів стосується нових матеріалів для мембран та їх модифікації [6,7]. Питання математичного моделювання процесу первапорації розглядається переважно у закордонних публікаціях. Аналіз закордонних публікацій [8,9,10] показує, що більшість математичних моделей присвячені моделюванню процесу первапорації для виділення одного компонента з рідини( суміші), або представляють моделі розчинення з наступним дифузійним проходженням компонента крізь мембрану.

В статті [11] представлена математична модель процесу первапорації бінарних сумішей, яка описує ситуацію в каналі(мембрані) прямокутного перерізу. Дана модель розглядає на ряду з масообмінними процесами і теплові, і остаточно записується у вигляді:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{\text{пол}}}{c_p \rho_{\text{пол}}} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right);$$

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \left( \frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right);$$

Показано, що розв'язання рівнянь при початкових і граничних умовах дозволить визначити розподіл температур і концентрацій по товщині мембрани в залежності від розмірів мембрани, режимів руху вихідної та парогазової суміші, температури вихідної та парогазової суміші, концентрації органічної домішки в вихідній та парогазовій суміші. Нажаль, дана модель не може бути використана для описання процесу сорбції тому, що вона не враховує розбухання елемента і умови однозначності даного процесу.

В статті [12] описується процес визначення коефіцієнта дифузії. Дана математична модель записана для прямокутної системи координат, і як в попередній моделі не враховується розбухання.

В статті [13] описано математичну модель процесу сорбції органічної рідини полімерним мембранним елементом (адсорбентом).

Математична модель записується, як:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} + \frac{1}{\eta} \frac{1}{r^2} \frac{\partial C}{\partial \eta} \right);$$

$$\begin{aligned} \tau = 0 & \quad C = C_n; \\ \eta = 1 & \quad \beta_1 (C^* - C) = -\frac{D}{r_{\text{вн}}} \frac{\partial C}{\partial \eta}; \\ \eta = K & \quad \beta_2 (C^* - C) = \frac{D}{r_{\text{вн}}} \frac{\partial C}{\partial \eta}. \end{aligned}$$

Наведена вище математична модель описує масообмінну обстановку в апараті з нерухомим шаром адсорбенту( в даному випадку – мембранні елементи) під час розділення водно-органічних сумішей. Модель враховує розбухання адсорбенту в процесі сорбції органічної рідини.

### Мета статті

Метою статті є теоретичне дослідження первапораційного розділення водно-органічної суміші шляхом математичного моделювання процесу.

### Аналіз особливостей процесу

Розглянемо процес первапорації органічного розчинника, що міститься у стічній воді, яка подається всередину мембрани (рис. 1). Мембрана виготовлена у вигляді трубки з внутрішнім діаметром  $d_{\text{вн}}$  і зовнішнім –  $d_{\text{зовн}}$ . Мембрана всередині повністю заповнена рідкою фазою (стічною водою). При контакті забрудненої води з внутрішньою поверхнею мембрани, розчинник дифундує в матеріал мембрани. Рушійною силою процесу переносу розчинника є різниця концентрацій, яка призводить до руху розчинника на зовнішню поверхню. З зовнішньої поверхні розчинник випаровується в навколишнє середовище, який представляє парогазову суміш, яка складається з пари розчинника і носія (приклад – повітря). В процесі первапорації концентрація розчинника зростає до повного витіснення носія з об'єму навколишнього середовища.

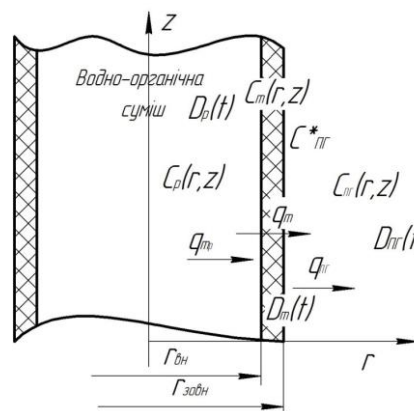


Рис 1. – Мембранний елемент при проведенні первапорації

Процес вилучення розчинника з стічної води залежить від:

- температури,
- режиму руху рідини в середині трубки,
- інтенсивності відведення пари розчинника з простору, тобто розчинник поступає в теплообмінник де відбувається процес конденсації.

Інтенсифікація процесу первапорації розчинника залежить від підведення його з рідкої фази до внутрішньої поверхні мембрани, перенесення розчинника через мембрану і відведення розчинника з зовнішньої поверхні мембрани.

На кожній з цих ділянок створюються потоки маси розчинника і найкращим вважається такі умови роботи апарату, коли ці потоки маси рівні.

### Формулювання математичної моделі

Вирішення математичної моделі дозволяє визначити концентраційні поля органічного компонента в рідині, що проходить через мембрану та в самій мембрані, а також виявити фактори, що впливають на швидкість виділення органічної домішки.

Мембранний елемент має форму порожнистого циліндра, симетричного відносно осі  $z$ , із зовнішнім діаметром  $D_{зовн}$ , внутрішнім  $D_{внутр}$ , довжиною  $L$  ( $L \gg D_{зовн}$ ). Так як мембранний елемент має циліндричну форму, то для його опису використовуємо циліндричну систему координат: вісь  $z$  - вісь симетрії, вісь  $r$  співпадає по напрямку з радіусом, а вісь  $\varphi$  - вісь обертання навколо власної осі циліндра (кутова координата).

При формулюванні математичної моделі приймаємо такі припущення:

- 1) внутрішній об'єм мембранного елемента повністю заповнений вихідним розчином;
- 2) рух рідини, що знаходиться всередині мембранного елемента, є ламінарним; профіль швидкостей повністю розвиненим;
- 3) процес ізотермічний;
- 4) тепловий потік і потік маси направлені вздовж осі  $r$ ;
- 5) градієнти швидкостей і концентрацій в напрямку  $\varphi$  відсутні;
- 6) мембрана має ізотропну структуру.

Розглянемо рівняння руху для рідини в середині мембрани в умовах ламінарного режиму. Рух рідини в напрямку осі  $r$  практично відсутній, отже значення  $W_r$  можна вважати близьким до нуля, а оскільки задача осесиметрична то  $W_\varphi$  також дорівнює нулю. З урахуванням припущень рівняння руху записується тільки в проекції на вісь  $z$  а, також що  $\frac{\partial W_z}{\partial z} = 0$ , то рівняння приймає вид:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 W_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_z}{\partial r} \right) = 0.$$

Рівняння конвективного масопереносу всередині мембрани

$$\left( \frac{\partial C_p}{\partial t} + W_r \frac{\partial C_p}{\partial r} + \frac{W_\varphi}{r} \frac{\partial C_p}{\partial \theta} + W_z \frac{\partial C_p}{\partial z} \right) = D \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C_p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 C_p}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 C_p}{\partial z^2} \right).$$

В умовах ламінарного руху рідини приймаємо  $W_r = 0, W_\varphi = 0$ . Опір переносу маси за рахунок дифузії в напрямку осі  $\varphi$  і  $z$  набагато більший ніж в напрямку осі  $r$ , приймаємо  $\frac{\partial C_p}{\partial \varphi} = 0; \frac{\partial C_p}{\partial z} = 0$  - і тоді рівняння конвективного масопереносу приймає вид:

$$W_z \frac{\partial C_p}{\partial \tau} = D \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C_p}{\partial r} \right) \right),$$

або

$$\frac{\partial C_p}{\partial \tau} = \frac{D}{W_z} \left( \frac{\partial^2 C_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_p}{\partial r} \right).$$

Для визначення розподілення швидкості  $W_z$  поблизу внутрішньої поверхні мембрани скористаємося методикою [14]. Для цього запишемо рівняння рівня руху у вигляді:

$$\mu \left( \frac{\partial^2 W_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W_z}{\partial r} \right) = \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Для даного рівняння граничними умовами будуть:

$$W_z = 0 \text{ при всіх } r = r_{вн}.$$

Вирішивши наведене рівняння, ми отримаємо розподілення швидкостей в поперечному перерізі мембрани:

$$W_z(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial z} (r_{вн}^2 - r^2).$$

Використавши вираз для визначення об'єму рідини, яка проходить через поперечний переріз мембрани і здійснивши відповідні перетворення отримаємо вираз для визначення градієнту тиску:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{8G\mu}{\pi r_{вн}^4}.$$

Підставивши вираз для визначення градієнту тиску в рівняння  $W_z(r)$ , отримаємо наступне

рівняння для розподілення швидкостей в поперечному перерізі мембрани:

$$W_z(r) = \frac{2G}{\pi \rho r_{вн}^4} (r_{вн}^2 - r^2) .$$

Запишемо рівняння конвективного масопереносу у вигляді:

$$\frac{\partial C_p}{\partial \tau} = \frac{D}{Wz} \left( \frac{\partial^2 C_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_p}{\partial r} \right).$$

Це рівняння належить до диференціальних рівнянь параболічного типу.

Запишемо  $f(r, z) = \frac{D}{Wz}$ , тоді попереднє рівняння представимо у вигляді:

$$\frac{\partial C_p}{\partial \tau} = f(r, z) \cdot \left( \frac{\partial^2 C_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_p}{\partial r} \right).$$

Враховуючи, що функція  $f(r, z)$  нелінійно залежить від координат  $r$  і  $z$ , то для розв'язання останнього рівняння необхідно використовувати наближені або числові методи.

Розподілення концентрацій органічного розчинника в мембранному елементі описується рівнянням дифузії:

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_m}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_m}{\partial z^2} \right).$$

Для циліндричної системи координат це рівняння запишемо у виді:

$$\frac{dC_m}{dt} = D \left( \frac{\partial^2 C_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_m}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_m}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 C_m}{\partial z^2} \right).$$

Розміщуємо систему координат на площині симетрії як показано на рис.2, вісь  $z$  направляємо вздовж осі елемента. Задачу розв'язуємо в циліндричній системі координат.

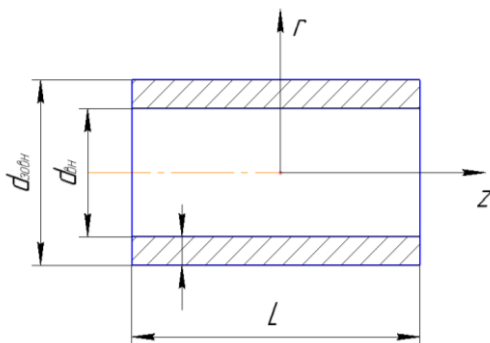


Рис. 2 – До запису математичної моделі процесу масообміну

Масообмін направлено в радіальному напрямі (вздовж осі  $r$ ), вісь  $z$  суміщена з віссю труби і масообміном вздовж осі  $z$  нехтуємо, тому:

$$\frac{\partial C_m}{\partial z} = 0 \text{ та } \frac{\partial^2 C_m}{\partial z^2} = 0.$$

Матеріал мембранного елемента – ізотропний, тобто його властивості у всіх точках однакові. Якщо умови масообміну на внутрішній і зовнішній границі мембранного елемента постійні(осесиметричні), то тоді концентрація не повинна змінюватись також вздовж  $\varphi$ , тобто градієнт:

$$\frac{\partial C_m}{\partial \varphi} = 0 \text{ та } \frac{\partial^2 C_m}{\partial \varphi^2} = 0.$$

З урахуванням цих виразів рівняння масопереносу в мембрані приймає вид:

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_m}{\partial r} \right).$$

### Початкові та граничні умови

Формулювання початкових умов полягає у визначенні закону розподілу концентрації всередині потоку рідини в мембрані в залежності від висоти мембрани.

Тобто початкові умови записуються наступним чином:

$$\begin{aligned} z = 0, C = C_{рн}; \\ r = 0, \frac{\partial C}{\partial r} = 0; \\ r = r_{вн}, C = C^*; \end{aligned}$$

де  $C_{рн}$ - початкова концентрація органічного компонента,  $C^*$  - рівноважна концентрація.

Граничні умови для масообмінної задачі розглядаються на внутрішній та зовнішній поверхнях мембрани мембранного елемента. Для даних умов задаються концентрації органічної домішки на границі середовищ і закон масообміну між поверхнею тіла і зовнішнім середовищем.

Враховуючи, що

$$\left. \begin{aligned} \text{при } r = r_{вн} \quad C = C^* \\ \text{при } r = r_{зовн} \quad C = C_{zp}^* \end{aligned} \right\}$$

можна виразити процеси масообміну на границі розподілу:

$$\left. \begin{aligned} \text{при } r = r_{вн} \quad \beta_p (C_{рн} - C^*) = -D \frac{\partial C_m}{\partial r} \\ \text{при } r = r_{зовн} \quad \beta_{III} (C_{zp}^* - C_{nz}) = -D \frac{\partial C_m}{\partial r} \end{aligned} \right\}$$

де  $\beta_p$  - коефіцієнт масовіддачі вихідної суміші,  $\frac{M}{c}$ ;  
 $\beta_{III}$  - коефіцієнт масовіддачі парогазової суміші,  $\frac{M}{c}$ ;  
 $C_{pH}$  - концентрація органічної домішки у вихідній суміші,  $\frac{KZ}{M^3}$ ;  $C_p^*$  - концентрація органічної домішки на внутрішній стінці мембранного елемента,  $\frac{KZ}{M^3}$ ;  
 $C_{zp}^*$  - концентрація органічної домішки на зовнішній стінці мембранного елемента,  $\frac{KZ}{M^3}$ ;  $C_{nz}$  - концентрація органічної домішки у парогазової суміші,  $\frac{KZ}{M^3}$ ;  $D$  - коефіцієнт дифузії органічної домішки в матеріалі мембрани,  $\frac{M^2}{c}$ ;  $C_p, C_m$  - концентрація органічної домішки в даній точці у суміші або мембрані відповідно,  $\frac{KZ}{M^3}$ ;

Остаточно математичну модель первапорації можна записати наступним чином:

$$\frac{\partial C_p}{\partial t} = \frac{D_p}{Wz} \left( \frac{\partial^2 C_p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_p}{\partial r} \right)$$

$$\frac{\partial C_m}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 C_m}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C_m}{\partial r} \right)$$

$$z = 0, C_p = C_{pH};$$

$$r = 0, \frac{\partial C_p}{\partial r} = 0;$$

$$r = r_{вн}, C_p = C_p^*;$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } r = r_{вн} \quad \beta_p (C_{pH} - C_p^*) = -D \frac{\partial C_m}{\partial r} \\ \text{при } r = r_{зовн} \quad \beta_{III} (C_{zp}^* - C_{nz}) = -D \frac{\partial C_m}{\partial r} \end{array} \right\}$$

Розв'язання рівнянь перших двох рівнянь при початкових умовах і граничних умовах дозволяє визначити розподіл концентрацій у потоці рідини, яка проходить в мембрані, а також по товщині мембрани в залежності від розмірів мембрани, режимів руху вихідної та парогазової суміші, концентрації органічної домішки в вихідній та парогазовій суміші.

### Висновки

Первапораційні процеси займають особливе місце серед мембранних. Це визначається їх ефективністю, енергозбереженням, можливістю проводити тонке розділення сумішей з отриманням

продуктів високої якості, а також їх незаперечною екологічною безпекою.

Запропонована математична модель процесу первапорації органічного компонента через непористу мембрану в каналі круглого перетину, яка може використовуватися для різних первапораційних установок очистки стічних вод. Крім того, ця модель може бути застосована також при моделюванні процесів розділення азеотропних сумішей.

Побудована математична модель дозволяє знайти такий режим роботи установки при якому повністю реалізуються можливості мембрани, а затрати на нагрівання рідини і охолодження конденсату мінімальні.

### Список літератури

- 1 **Шапочка, М. К.** Основи екології і економіки природокористування. Навчально-методичні матеріали Сумського державного Університету. [Електронний ресурс] / **М. К. Шапочка.** – Режим доступу: <http://sumdu.telesweet.net/doc/lections/Osnovy-i-ekonomiki-prirodopolzovaniya/8332/index.html>.
- 2 **Шнайдман, Л. О.** Производство витаминов / **Л. О. Шнайдман.** – М.: Пищевая промышленность. – 1973. – 439 с.
- 3 **Яковлев, С. В.** Очистка сточных вод предприятий фармацевтической промышленности / **С. В. Яковлев, Т. А. Карюхин, С. А. Рыбаков.** – М.: Стройиздат. – 1984. – 250 с.
- 4 **Запольський, А. К.** Водопостачання, водовідведення та якість води: Підручник / **А. К. Запольський.** – К.: Вища школа. – 2005. – 671 с.
- 5 **Lipnizki, F.** Use of Pervaporation-Bioreactor Hybrid Processes in Biotechnology / **F. Lipnizki, S. Hausmanns, G. Laufenberg, R. Field, B. Kunz** // *Chem. Eng. Tech.* – 2000. – V.23 №7. – P. 569-577. – doi:10.1002/1521-4125(200007)23:7<569::AID-CEAT569>3.0.CO;2-1.
- 6 **Marion, K. Buckley-Smith** The Use of Solubility Parameters to select membrane materials for Pervaporation of organic mixtures / **K. Marion Buckley-Smith.** – The University of WAIKATO, Hamilton, New Zealand. – 2006. – P. 18-56.
- 7 **Oliveira, T. A. C.** Pervaporation-biological oxidation hybrid process for removal of volatile organic compounds from wastewaters / **T. A. C. Oliveira, J. T. Scarpello, A. G. Livingston** // *J. Membr. Sci.* – 2002. – V.195. – P. 75-88. – doi:10.1016/S0376-7388(01)00555-5.
- 8 **Sumesh, P. T.** Analysis of phase change during pervaporation with single component permeation / **P. T. Sumesh, P. K. Bhattacharya** // *Science Direct. Colloids and Surfaces: Physicochem. Eng. Aspects.* – 2006. – No 290. – P. 263-272.
- 9 **Alvarez, Mario E. T.** Prediction and estimation techniques for modeling pervaporation process / **Mario E. T. Alvarez, Elenise B. Moraes, Maria R. W. Maciel** // *16th European Symposium on computer Aided Process Engineering and 9th International Symposium on Process System Engineering. Published by Elsevier B. V.* – 2006. – P. 619-624. – doi:10.1016/S1570-7946(06)80114-8.
- 10 **Moraes, E. B.** Modeling and Simulation for Pervaporation Process: An Alternative for removing Phenol from Wastewater / **E. B. Moraes, M. E. T. Alvarez, F. R.**

- Perioto, M. R. Wolf-Maciel** // *Separation Process Development Laboratory.School of Chemical Engineering. University of Campinas, Brasil.*
- 11 **Буртная, И. А.** Математическая модель процесса перапарации для бинарных смесей / **И. А. Буртная, Д. В. Литвиненко** // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий.* – 2011. – Т.2, №4 (50). – С. 8-11
  - 12 **Шишацкий, Ю. И.** Определение коэффициента диффузии экстрактивных веществ в сырье растительного происхождения при экстрагировании диоксидам углерода / **Ю. И. Шишацкий, С. Ю. Плюха** // *Университет им. В.И. Вернадского.* – 2011. – Т.4, №35. – С. 95-101.
  - 13 **Буртная, І.** Математична модель процесу сорбції полімерними мембранними елементами рідких органічних речовин / **І. Буртная, Л. Ружинська, М. Мурашко, Л. Руденко** // *Східно-Європейський журнал передових технологій.* – 2014. – Т. 6, № 6(72). – С. 19-23. – doi:10.15587/1729-4061.2014.32027.
  - 14 **Шлихтинг, Г.** Теория пограничного слоя / **Г. Шлихтинг.** – Изд-во «Наука», Москва, – 1974. – 708 с.
- Bibliography (transliterated)**
- 1 **Shapochka, M. K.** Osnovi ekologii i ekonomiki prirodokoristuvannja. Navchal'no-metodichni materiali Sums'kogo derzhavnogo Universitetu. [Fundamentals of Ecology and Environmental Economics. Educational materials Sumy State University] [Web]: <http://sumdu.telesweet.net/doc/lections/Osnovy-ekologii-i-ekonomiki-prirodopolzovaniya/8332/index.html>.
  - 2 **Shnajdman, L. O.** Proizvodstvo vitaminov [Production vitamins]. – Moscow: Pishhevaja promyshlennost', 1973, 439 p.
  - 3 **Jakovlev, S. V., Karjuhina, T. A., Rybakov, S. A.** Ochistka stochnyh vod predpriyatij farmacevticheskoj promyshlennosti [Clean water stochnyh industry enterprises farmatsevticheskoj] – Moscow: Strojizdat, 1984, 250 p.
  - 4 **Zapol'skij, A. K.** Vodopostachannja, vodovidvedennja ta jakist' vodi: Pidruchnik [Water supply, sanitation and quality of water] – Kyiv: Vishha shkola, 2005, 671 p.
  - 5 **Lipnizki, F., Hausmanns, S., Laufenberg, G., Field, R., Kunz, B.** Use of Pervaporation-Bioreactor Hybrid Processes in Biotechnology, *Chemical Engineering & Technology.*, 2000, **23** (7), 569-577, doi:10.1002/1521-4125(200007)23:7<569::AID-CEAT569>3.0.CO;2-1.
  - 6 **Marion, K. Buckley-Smith** The Use of Solubility Parameters to select membrane materials for pervaporation of organic mixtures. The University of WAIKATO, Hamilton, NewZealand, 2006, 18-56.
  - 7 **Oliveira, T. A. C., Scarpello, J. T., Livingston, A. G.** Pervaporation-biological oxidation hybrid process for removal of volatile organic compounds from wastewaters. *Journal of Membrane Science*, 2002, **195**, 75-88, doi:10.1016/S0376-7388(01)00555-5.
  - 8 **Sumesh, P. T., Bhattacharya, P. K.** Analysis of phase change during pervaporation with single component permeation. *ScienceDirect. Colloids and Surfaces: Physicochem. Eng. Aspects*, 2006, **290**, 263-272.
  - 9 **Alvarez, Mario E. T., Moraes, Elenise B., Maciel, Maria R. W.** Prediction and estimation techniques for modeling pervaporation process. *16th European Symposium on computer Aided Process Engineering and 9th International Symposium on Process System Engineering. Published by Elsevier B. V.*, 2006, 619-624, doi:10.1016/S1570-7946(06)80114-8.
  - 10 **Moraes, E. B., Alvarez, M. E. T, Perioto, F. R., Wolf-Maciel, M. R.** Modeling and Simulation for Pervaporation Process: An Alternative for removing Phenol from Wastewater. *Separation Process Development Laboratory.School of Chemical Engineering.University of Campinas, Brasil.*
  - 11 **Burtная, I. A., Litvinenko, D. V.** Matematicheskaja model' processa pervaporacii dlja binarnyh smesej [Mathematical model of pervaporation process for binary mixtures], *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2011, **2**(4 (50)), 8-11.
  - 12 **Shishackij, Ju. I., Pljuha, S. Ju.** Opredelenie koeficienta diffuzii jekstraktivnyh veshhestv v syr'e rastitel'nogo proishozhdenija pri jekstragirovanii dioksidam ugljeroda [Determining the diffusion coefficient of extractives in the raw materials of vegetable origin in the extraction of carbon dioxide]. *Universitet im. V.I. Vernadskogo*, 2011, **4**(35), 95-101.
  - 13 **Burtная, Y., Ruzhyn'ska, L., Murashko, M., Rudenko, L.** Matematychna model' protsesu sorbtsiyi polimernymi membrannymi elementami ridkykh orhanichnykh rehovyn [Mathematical model of sorption polymer membrane elements Liquid substances]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2014, **6**(6(72)), 19-23, doi:10.15587/1729-4061.2014.32027.
  - 14 **Shlihting, G.** Teorija pograničnogo sloja [The theory of the boundary layer]. – Izd-vo «Наука», Moskva, 1974, 708 p.

#### Відомості про авторів (About authors)

**Буртная Інесса Анатоліївна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії факультету біотехнології і біотехніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056; E-mail: inot-1961@yandex.ru.

**Інесса Буртна** – Candidate of Technical Sciences, Docent, Department of Bioengineering and Engineering, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Prospect Peremogy, 37, Kiev, Ukraine, 03056; E-mail: inot-1961@yandex.ru.

**Ружинська Людмила Іванівна** – кандидат технічних наук, доцент кафедри біотехніки та інженерії факультету біотехнології і біотехніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056; E-mail: ruzhli@ukr.net.

**Ludmila Ruzhinska** – Candidate of Technical Sciences, Docent, Department of Bioengineering and Engineering, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Prospect Peremogy, 37, Kiev, Ukraine, 03056; E-mail: ruzhli@ukr.net.

**Руденко Леся Сергіївна** – студент (магістрант) кафедри біотехніки та інженерії факультету біотехнології і біотехніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056; E-mail: rudenko.lesia@gmail.com.

**Rudenko Lesia** – Student (Master), Department of Bioengineering and Engineering, National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", Prospect Peremogy, 37, Kiev, Ukraine, 03056; E-mail: rudenko.lesia@gmail.com.

*Будь ласка посилайтесь на цю статтю наступним чином:*

**Буртна, І. А.** Математична модель масообмінних процесів первапораційного очищення води / **І. А. Буртна, Л. І. Ружинська, Л. С. Руденко** // *Вісник НТУ «ХПІ», Серія: Нові рішення в сучасних технологіях.* – Харків: НТУ «ХПІ». – 2016. – № 12 (1184). – С. 5-11. – doi:10.20998/2413-4295.2016.12.01.

*Please cite this article as:*

**Burtna, I., Ruzhinska, L., Rudenko, L.** Mathematical model of mass transfer processes of pervaporation water purification. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies.* – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016, **12** (1184), 5-11, doi:10.20998/2413-4295.2016.12.01.

*Пожалуйста ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Буртная, И. А.** Математическая модель массообменных процессов первапорационной очистки воды / **И. А. Буртная, Л. И. Ружинская, Л. С. Руденко** // *Вестник НТУ «ХПИ», Серія: Новые решения в современных технологиях.* – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2016. – № 12 (1184). – С. 5-11 – doi:10.20998/2413-4295.2016.12.01.

**АННОТАЦИЯ** С развитием современного общества возрастает интерес к энергосберегающим и безотходным технологиям. Одними из таковых являются мембранные процессы, а именно первапорация, которая позволяет разделять смеси на отдельные «чистые» компоненты. В данной статье представлен анализ особенностей массообменных процессов при первапорационном разделении жидких органических смесей. Предложена математическая модель процесса, и сформулированы начальные и граничные условия. Показано, что решение данной математической модели позволяет найти такой технологический режим, при котором максимально реализуются возможности мембраны, а энергетические затраты на процесс минимальны.

**Ключевые слова:** первапорация, мембранные процессы, «чистый» компонент, математическая модель, разделение смесей, водно-органическая смесь.

Надійшла (received) 04.03.2016