

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ НА КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ

При пуске автономного однофазного инвертора тока (рис.1) кривые входного тока $i(t)$ и напряжения $u(t)$ на выходе изменяются в соответствии с рис.2.

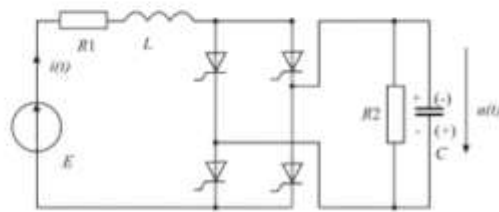


Рис. 1.

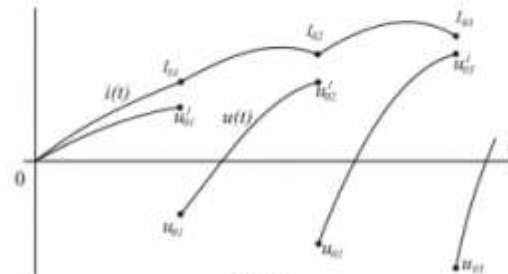


Рис. 2.

В первом такте начальные условия нулевые. В конце его при $t = t_1$ в дросселе L будет протекать ток I_{01} , а конденсатор C зарядится до напряжения U'_{01} (рис.2). По окончании первого такта тиристорный коммутатор переключается, при этом относительно входа инвертора нагрузка R_2C как бы переворачивается и полярность напряжения на конденсаторе C относительно тиристорного моста изменит знак на противоположный. С началом второго такта в цепи будут уже ненулевые начальные условия I_{01} и U_{01} .

Нетрудно известными методами получить значения для переходных тока $i(t)$ и напряжения $u(t)$ в любом такте:

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} + \left[\frac{E + U_0}{\alpha L} + \frac{1 - \alpha CR_2}{\alpha CR_2} I_0 - \frac{E}{R_1 + R_2} \right] \frac{\alpha}{\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t + \left[I_0 - \frac{E}{R_1 + R_2} \right] e^{-\alpha t} \cos \omega t,$$

$$u(t) = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} + \left[\frac{I_0}{\alpha C} + \frac{\alpha L - R_1}{\alpha L} U_0 - \frac{ER_2}{R_1 + R_2} \right] \frac{\alpha}{\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t - \left[U_0 + \frac{ER_2}{R_1 + R_2} \right] e^{-\alpha t} \cos \omega t. \quad (1)$$

где $\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{CR_2} + \frac{R_1}{L} \right)$; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$; $\omega_0^2 = \frac{R_1 + R_2}{LCR_2}$.

I_0 и U_0 - ненулевые начальные условия в начале каждого такта.

Если потребуется проанализировать пуск инвертора на протяжении нескольких первых тактов, необходимо по выражениям (1) находить значения тока и напряжения в конце каждого очередного такта длительностью t_0 и использовать их как начальные для последующих. Неудобство этого метода (известного, как метод «приспособления») в том, что при исследовании поведения лишь одной переменной (тока или напряжения) нужно вычислять и вторую переменную, чтобы получить ненулевые начальные условия для последующих тактов.

Ниже показывается, что эту трудность можно обойти, если исследовать переходный процесс на комплексной плоскости. Использование комплексных функций в электротехнике не ново, его предложил в конце XIX века крупный американский ученый-электрик Штейнмец. Специалистам этот метод известен под названием символического. Суть его состоит в том, что синусоидальные функции изображаются комплексными числами (точками), перемещающимися по окружности на комплексной плоскости, при этом напряжения или токи будут представляться проекциями этих точек на мнимую ось. Правда, для исследования переходных процессов, да еще в цепях с вентилями, этот метод применяется здесь впервые.

Из (1) видно, что как ток, так и напряжение в инверторе описываются внешне схожими выражениями вида:

$$f(t) = C + A \frac{\alpha}{\omega} e^{-\alpha t} \sin \omega t + B e^{-\alpha t} \cos \omega t. \quad (2)$$

Если ввести в рассмотрение комплексную величину e^{pt} где $p = -\alpha + j\omega$ и представить её по формуле Эйлера в виде:

$$e^{pt} = e^{-\alpha t} \cdot e^{j\omega t} = e^{-\alpha t} \cos \omega t + j e^{-\alpha t} \sin \omega t,$$

то при условии, что функция $f(t)$ некоторое комплексное число $\dot{f}(t)$, проекция которого на мнимую ось должна

давать выражение (2), получим:

$$\dot{f}(t) = jC + (Ak + jB)e^{pt}, \text{ где } k = \frac{\alpha}{\omega}, \text{ или } \dot{f}(t) = jC + \dot{M} e^{pt}. \text{ Здесь } \dot{M} = Ak + jB \quad (3)$$

Выражение (3) описывает изменение как тока $i(t)$, так и напряжения $u(t)$ с той оговоркой, что коэффициенты A , B и C для каждой из этих переменных имеют свои значения и, кроме того, включают в себя помимо параметров схемы еще и меняющиеся от такта к такту ненулевые начальные условия I_0 и U_0 .

Начнем с рассмотрения выходного напряжения $u(t)$. В начальный момент пуска $I_0 = U_0 = 0$, поэтому:

$$C = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}; Ak = -\frac{ER_2}{R_1 + R_2}; B = -\frac{ER_2}{R_1 + R_2} = -C.$$

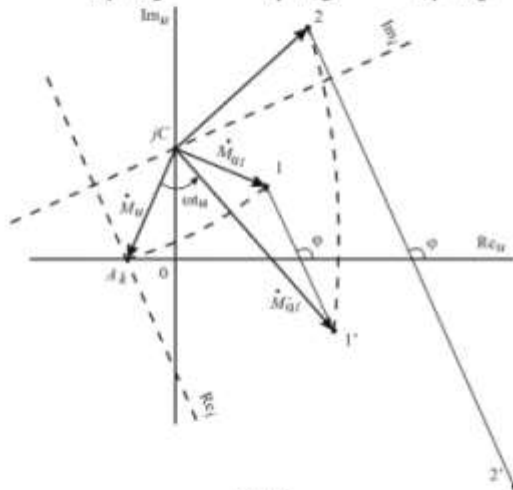


Рис. 3.

определенный угол φ , зависящий от параметров и схемы цепи. Так, для рассматриваемой схемы

$\text{ctg } \varphi = k \frac{CR_1R_2 - L}{CR_1R_2 + L}$. Второй такт начинается при новом положении вектора $\dot{M}_u = \dot{M}_{u1}$. Его изменившаяся

длина включает в себя информацию о ненулевых значениях I_0 и U_0 (заметим, что без определения значения тока I_0). За время второго такта конец вектора \dot{M}_{u1} перейдет по уже известному закону в точку 2, уменьшится по длине в $e^{-\alpha t_n}$ раз и повернется на такой же угол αt_n . Затем снова совершится коммутационный переход в точку 2' и т.д. При исследовании любого числа тактов нигде не потребуется определять начальных значений для другой переменной величины.

Для второй переменной – входного тока, справедливо то же выражение (3), только значения C и M будут иными. При этом изменятся положения координатных осей и масштаб рисунка.

Конец вектора \dot{M}_i для тока и в этом случае должен находиться на своей вещественной оси, а так как сам ток при коммутации не изменяет не только своей величины, но и знака, то прямые его коммутационного перехода (1-1', 2-2' и т.д.) должны быть параллельны новой вещественной оси, точнее новая вещественная ось должна быть параллельной этим прямым (пунктир для Re_i на рис.3). Новая мнимая ось проводится нормально к вещественной и должна проходить через точку jC . Проводя её (пунктир для Im_i на рис.3), получим систему координат уже для тока на той же комплексной плоскости.

Масштаб графика, как доказывается в [1], при переходе от напряжения к току (или наоборот) изменяется в

соответствии с неожиданно простым соотношением $\frac{|\dot{M}_u|}{|\dot{M}_i|} = \sqrt{\frac{L}{C}}$, которое никак не зависит от наличия и значений резисторов, содержащихся в схеме.

Литература

1. Долбня В.Т. Топологический анализ и синтез электрических и электромеханических систем: - Харьков, НТУ «ХПИ», 2005. – 356 с.