Лозинський О.Ю.,
Щербовських С.В.

Україна,
Львів

Національний університет «Львівська політехніка»

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА ПОТОКУ ВІДМОВ ДЛЯ НЕНАДЛИШКОВОЇ ВІДНОВЛЮВАНОЇ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ

Постановка проблеми. Параметр потоку відмов є одним із основних показників надійності відновлюваних технічних систем. Під відновлюваним об'єктом розуміємо такий об'єкт, який після відмови та усунення несправності стає здатним виконувати потрібні функції із заданими на початку кількісними показниками. Параметр потоку відмов, $z(t)$ – це відношення математичного сподівання кількості відмов відновлюваного об'єкта за елементарне напрацювання до величини цього напрацювання. Цей показник відображає частоту із якою об'єкт покидає справний стан. Разом із коефіцієнтом готовності, параметр потоку відмов характеризує надійність відновлюваних систем. Розробка ефективного методу для розрахунку параметра потоку відмов є важливою науковою проблемою. Зокрема, дана стаття присвячена розв'язку питання як використовуючи Марковську модель надійності відновлюваної ненадлишкової системи без урахування тривалості ремонтів визначити параметр потоку відмов системи в цілому та внаслідок відмов окремих її елементів.

Практичний аспект розв'язання цієї проблеми пов'язаний з підвищенням точності прогнозування параметра потоку відмов та інших похідних показників надійності відновлюваних об'єктів. Теоретичний аспект – забезпечує подальший розвиток математичного апарату Марковських моделей, зокрема його застосування для аналізу показників надійності відновлюваних систем.

Аналіз останніх досліджень. Існує кілька методів для визначення параметра потоку. Для визначення стаціонарного значення цього показника в інженерній практиці використовують наближений підхід, який розглядає виключно експоненціальні моделі відмов. Інший метод визначення параметра потоку відмов ґрунтується на застосуванні прямого імітаційного моделювання, тобто методу Монте-Карло [1, 2]. Результати, отримані на основі цього методу, спотворені флуктаціями, що ускладнює аналіз. Збільшення кількості ітерацій зменшує стохастичну похибку результату, проте призводить до зростання тривалості моделювання.

Відомо, також, що для обчислення коефіцієнта готовності відновлюваних об'єктів використовують метод простору станів, який ґрунтується на звичайних однорідних Марковських моделях [3, 4] та на однорідних Марковських моделях на основі розширення простору станів [5]. Недолік цього методу є в тому, що не розроблено способу використання інформації, отриманої на основі Марковських моделей, для розрахунку параметра потоку відмов. Таким чином, перспективним напрямом досліджень вважаємо вдосконалення методу простору станів, що полягає у знаходженні правила, а саме як результат розрахунку Марковської моделі надійності об'єкта застосувати для визначення параметра потоку відмов для досліджуваного типу систем.

Постановка завдань. 1. Використовуючи розширення простору станів, синтезувати Марковську модель надійності відновлюваної ненадлишкової системи з миттєвими ремонтами та визначити на її основі параметри потоку відмов системи в цілому та внаслідок відмов окремих її елементів. 2. Підтвердити коректність результату шляхом порівняння його із результатом отриманим на основі використання методу Монте-Карло.

Викладення основного матеріалу.

1. Марковська модель надійності. Підчас виконання дослідження розроблено метод обчислення параметра потоку відмов відновлюваних об'єктів, який ґрунтується на застосуванні Марковських моделей надійності. Під Марковською моделлю, звичайною чи на основі розширення простору станів, розуміємо систему диференціальних рівнянь подану у векторно-матричній формі запису:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t) = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{p}(t),$$

де d/dt – символ, що позначає похідну за часом від кожного елемента вектор-стовпця, який множиться справа на цей символ; t – час, без обмеження загальності, вважаємо характеристикою напрацювання; $\mathbf{p}(t)$ – вектор-стовпець ймовірностей станів, для звичайної Марковської моделі, або фаз, для Марковської моделі на основі розширення простору станів; $\mathbf{\Lambda}$ – матриця інтенсивності переходів між станами або фазами.

Векторно-матричну форму запису необхідно доповнити вектор-рядком початкових ймовірностей станів $\mathbf{p}(0)$. Таким чином, формування будь-якої Марковської моделі зводиться до визначення матриці інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-рядка початкових ймовірностей $\mathbf{p}(0)$.

2. Правило розрахунку параметра потоку відмов. В оглянутій науковій літературі методу для розв'язання поставленої проблеми не виявлено, а тому пропонуємо параметр потоку відмов системи визначати згідно з таким правилом.

Правило. Параметр потоку відмов ненадлишкової системи внаслідок відмови заданого елемента дорівнює сумі доданків. Кожний доданок є добутком інтенсивності, яка відповідає відмові цього елемента у справному стані або фазах, на ймовірність перебування об'єкта в такому стані або фазах. Параметр потоку відмов усієї ненадлишкової відновлюваної системи визначається як сума усіх параметрів потоку відмов внаслідок відмови окремих елементів.

3. Об'єктом дослідження є електромеханічна система відмови якої, загалом, обумовлені несправністю або ротора (елемент "1"), через обривання або короткі замикання витків обмотки, або підшипникового вузла (елемент "2"), через його механічне зношування. Якщо відмовляє підшипниковий вузол, то під час ремонту виконують лише його заміну. Якщо відмовляє ротор, то під час ремонту заміняють разом із ротором підшипниковий вузол. Застосуємо запропоноване правило для визначення параметра потоку відмов для такої системи із з двох елементів, які сполучені послідовно в сенсі надійності.

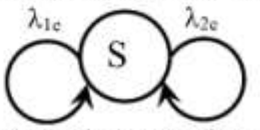

Рис. 1. Діаграма станів та переходів відновлюваної не надлишкової системи з миттєвими ремонтами

Система функціонує за таким алгоритмом. У початковий момент вона перебуває у справному стані, який позначимо як S (рис. 1). В такому стані обидва елементи "1" та "2" є справними. Напрацювання елемента "1" підлягає моделі відмов $R_1(t)$, а напрацювання елемента "2" – моделі відмов $R_2(t)$. Внаслідок відмови одного із елементів, система покидає справний стан S. Приймаємо припущення, що засоби технічної діагностики є ідеальними. Це означає, що відмови елементів діагностуються миттєво і одразу після їх виникнення розпочинається ремонт. Якщо відмовляє елемент "1", то відбувається заміна обох елементів на нові. Якщо відмовляє елемент "2", то відбувається заміна лише елемента "2", а перший елемент функціонує далі. Вважаємо, що ремонт відбувається миттєво, тобто після покидання системою стану S вона миттєво повертається назад у нього. Описаний вище алгоритм зображено діаграмою станів і переходів (рис. 1).

Приймаємо, що моделі відмов задані канонічними фазовими розподілами, оскільки їх застосування необхідно для сформування Марковської моделі на основі розширення простору станів

$$R_1(t)=\left[\sum_{i=0}^{4}\left(\sum_{j=i}^{4}c_{j1}\right)\cdot\frac{(\lambda_1\cdot t)^i}{i!}\right]\cdot e^{-\lambda_1\cdot t},\quad R_2(t)=\left[\sum_{i=0}^{3}\left(\sum_{j=i}^{3}c_{j2}\right)\cdot\frac{(\lambda_2\cdot t)^i}{i!}\right]\cdot e^{-\lambda_2\cdot t},$$

де c_{ji}, λ_i – параметри моделей відмов для i-го елемента. Критерії вибору аналітичних виразів фазових розподілів та методи визначення їх параметрів докладно розглянуто у [6]. Під час виконання дослідження для спрощення ідентифікації параметрів та обчислення моделей надійності параметри розподілів задано у відносних одиницях. З метою порівняння результатів, отриманих розрахунком Марковської моделі на основі простору станів та звичайної Марковської моделі, знайдемо параметри λ_{ie} відповідних експоненціальних моделей

$$R_{1e}(t)=e^{-\lambda_{1e}\cdot t},\quad R_{2e}(t)=e^{-\lambda_{2e}\cdot t}.$$

Числове значення параметра експоненціальної моделі відмов визначаємо шляхом мінімізації середньоквадратичної похибки між кривою імовірності розподілу, заданої фазовою моделлю, та кривою імовірності розподілу досліджуваної експоненціальної моделі.

4. Марковська модель надійності на основі розширення простору станів. Визначимо параметр потоку відмов використовуючи однорідну Марковську моделі на основі розширення простору станів. Діаграму станів та переходів об'єкта (рис. 2) формуємо використовуючи правила [5, 6]. Згідно поданої діаграми сформуємо Марковську модель надійності. Для вектор-стовпця змінних інтегрування $\mathbf{p}(t)$ матриця інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ та вектор-стовбець початкових умов $\mathbf{p}(0)$ такі:

$$\mathbf{p}(t)=\begin{bmatrix}p_1(t)\\p_2(t)\\p_3(t)\\p_4(t)\\p_5(t)\\p_6(t)\\p_7(t)\\p_8(t)\\p_9(t)\\p_{10}(t)\\p_{11}(t)\\p_{12}(t)\end{bmatrix},\ \mathbf{\Lambda}=\begin{bmatrix}\begin{matrix}-(\lambda_1+\lambda_2)+\\+c_{01}\cdot c_{02}\cdot\lambda_1+\\+c_{02}\cdot\lambda_2\end{matrix} & \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots\\ c_{11}\cdot c_{02}\cdot\lambda_1 & \begin{matrix}-(\lambda_1+\lambda_2)+\\+c_{02}\cdot\lambda_2\end{matrix} & \lambda_1 & 0 & \cdots\\ c_{21}\cdot c_{02}\cdot\lambda_1 & 0 & \begin{matrix}-(\lambda_1+\lambda_2)+\\+c_{02}\cdot\lambda_2\end{matrix} & \lambda_1 & \cdots\\ c_{31}\cdot c_{02}\cdot\lambda_1 & 0 & 0 & \begin{matrix}-(\lambda_1+\lambda_2)+\\c_{02}\cdot\lambda_2\end{matrix} & \cdots\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\end{bmatrix},\ \mathbf{p}(0)=\begin{bmatrix}c_{01}\cdot c_{02}\\c_{11}\cdot c_{02}\\c_{21}\cdot c_{02}\\c_{31}\cdot c_{02}\\c_{01}\cdot c_{12}\\c_{11}\cdot c_{12}\\c_{21}\cdot c_{12}\\c_{31}\cdot c_{12}\\c_{01}\cdot c_{22}\\c_{11}\cdot c_{22}\\c_{21}\cdot c_{22}\\c_{31}\cdot c_{22}\end{bmatrix}$$

де p_j – функція імовірності фази Ph_j, для $j = 1 \ldots 12$.

Оскільки матриця інтенсивності переходів $\mathbf{\Lambda}$ розмірністю {12, 12} є громіздкою, то вище наведено лише її фрагмент, який, в сукупності з діаграмою поданою на рис. 2, пояснює принцип формування цієї матриці.

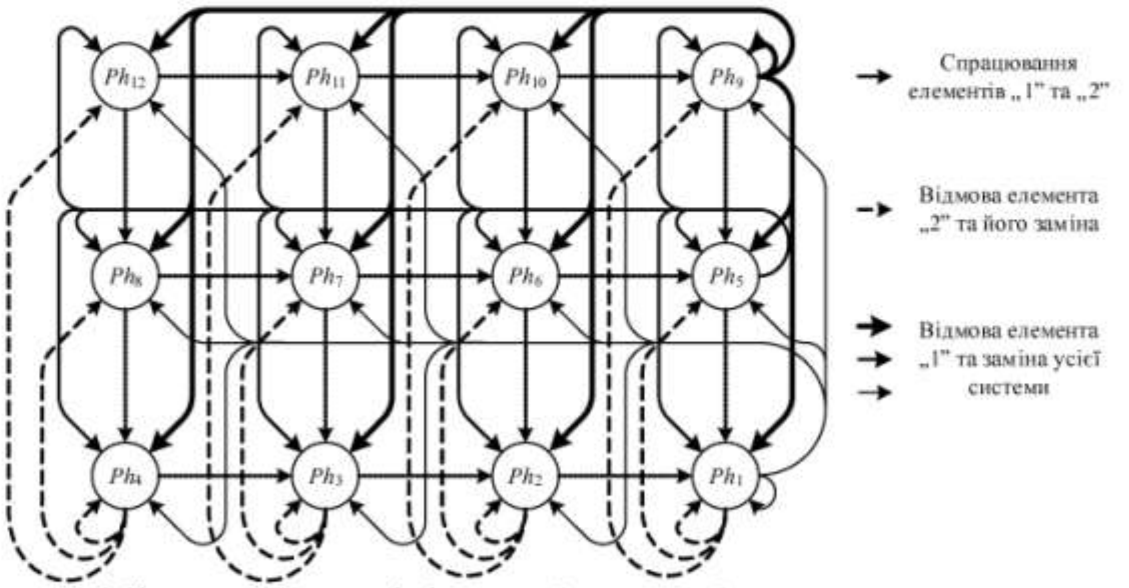

Рис. 2. Діаграма станів та переходів відновлюваної ненадлишкової системи з миттєвими ремонтами, яка побудована на основі розширення простору станів

Сума ймовірностей усіх фаз є імовірністю перебування системи у стані *S*. Ця імовірність для будь-якого моменту часу дорівнює одиниці. Згідно запропонованого вище правила параметр потоку відмов системи внаслідок відмови елемента "1" $z_1(t)$ визначаємо за таким виразом:

$$z_1(t) = \lambda_1 \cdot p_1(t) + \lambda_1 \cdot p_5(t) + \lambda_1 \cdot p_6(t) = \lambda_1 \cdot \left(p_1(t) + p_5(t) + p_9(t)\right).$$

Параметр потоку відмов системи внаслідок відмови елемента "2" $z_2(t)$ визначаємо так:

$$z_2(t) = \lambda_2 \cdot \left(p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) + p_4(t)\right).$$

Сумарний параметр потоку відмов системи $z(t)$ є сумою параметрів потоку відмов обох елементів:

$$z(t) = z_1(t) + z_2(t).$$

5. Перевірочні моделі надійності. Для оцінки коректності кривих параметра потоку відмов, які розраховані за Марковською моделлю на основі розширення простору станів, сформовано перевірочні моделі надійності. Наближене значення досліджуваного показника визначаємо за звичайною однорідною Марковською моделлю, діаграма станів та переходів якої наведена на рис. 1. Як зазначено вище, таку модель утворено заміною фазових моделей відмов на відповідні експоненціальні моделі. Параметр потоку відмов окремих елементів $z_{1e}(t)$, $z_{2e}(t)$, а також усієї системи $z_e(t)$ визначаємо за такими виразами:

$$z_{1e}(t) = \lambda_{1e}, \quad z_{2e}(t) = \lambda_{2e}, \quad z_e(t) = \lambda_{1e} + \lambda_{2e}.$$

Також, для підтвердження достовірності результату сформовано для досліджуваної системи модель на основі методу Монте-Карло. Така модель реалізує пряме імітаційне надійнісне моделювання системи.

6. Аналіз отриманих результатів. Результати розрахунку параметра потоку відмов виконані на основі зазначених вище моделей наведені на рис. 3. Параметр потоку відмов системи через відмову першого елемента подано на рис. 3.а, через відмову другого елемента – на рис. 3.б, а сумарний параметр потоку відмов – на рис. 3.в. На кожному із трьох фрагментів крива 1 (суцільна потовщена) – крива параметра потоку відмов, розрахована за однорідною Марковською моделлю на основі розширення простору станів; крива 2 (суцільна) – крива параметра потоку відмов, розрахована методом Монте-Карло; крива 3 (пунктир) – крива параметра потоку відмов, розрахована за звичайною однорідною Марковською моделлю. Криві 1 та 2 збігаються у межах стохастичної похибки, яка породжена флуктаціями методу Монте-Карло. Для сумарного параметра потоку відмов інтегральна квадратична похибка між кривими 1 та 2 для кількості ітерацій 50000 складає 0.0092. Тривалість розрахунку згідно запропонованого методу у 675 разів менша за тривалість розрахунку за методом Монте-Карло при вказаній кількості ітерацій. Якщо кількість ітерацій збільшити, то амплітуда флуктацій і інтегральна квадратична похибка зменшуватимуться, проте тривалість моделювання суттєво зростатиме.

Крива 3 у порівнянні із кривими 1 та 2 відображає результат наближено, оскільки дійсна модель відмов замінена на експоненціальну. Крива 3 не показує для усіх випадків провалу параметра потоку відмов на початковому діапазоні від 0 до 0.6, а також максимального пікового значення у діапазоні від 0.7 до 1.0. Усталене значення кривих 1 та 2 на рис. 3.а вище за усталене значення кривої 3, а на рис. 3.б і в – нижче за усталене значення кривої 3. Для сумарного параметра потоку інтегральна квадратична похибка між кривими 1 та 3 складає 0.347 і не може бути зменшена.

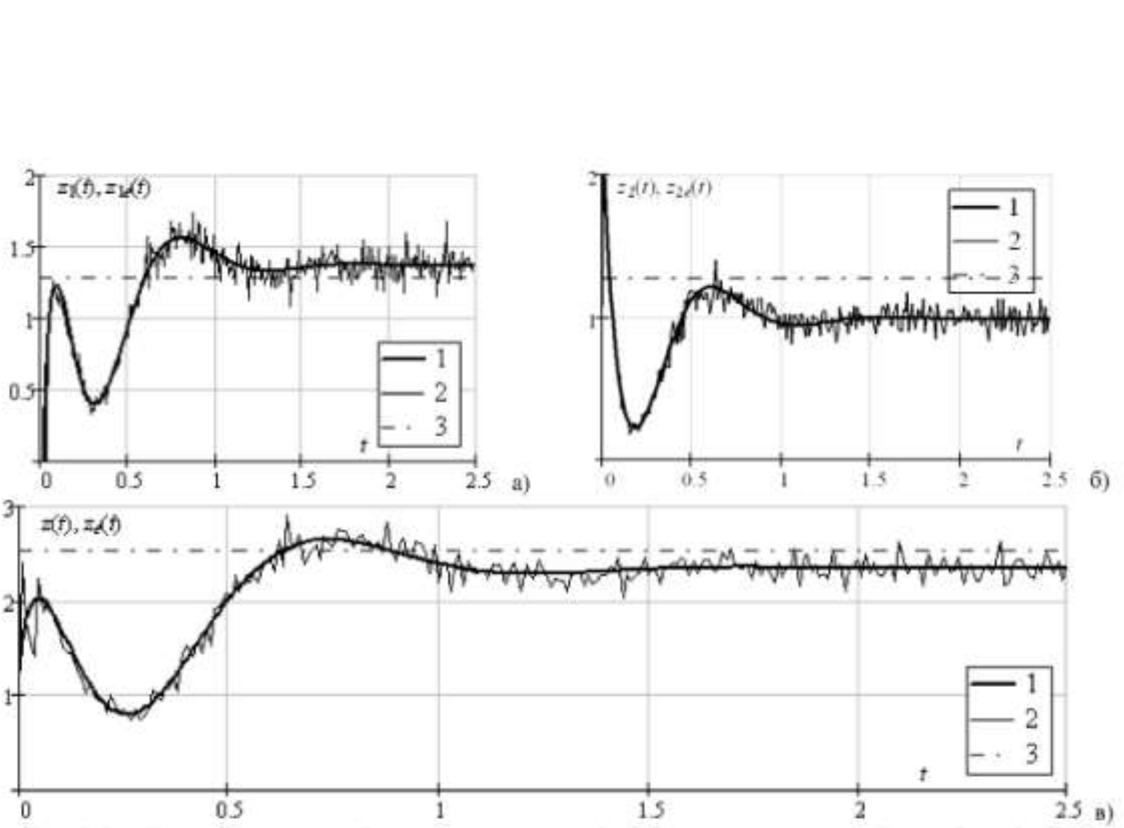

Рис. 3. Криві параметра потоку відмов системи: а) внаслідок відмови елемента "1", б) внаслідок відмови елемента "2", в) сумарний параметр потоку відмов системи

Висновки. Вдосконалено метод простору станів шляхом введення правила розрахунку параметра потоку відмов для відновлюваних об'єктів, а саме показано як необхідно обчислювати параметр потоку відмов окремих елементів та системи в цілому використовуючи однорідну Марковську модель надійності на основі розширення простору станів. Для відновлюваної ненадлишкової системи з миттєвими ремонтами, яка містить два елементи, складена відповідна однорідна Марковська модель надійності на основі розширення простору станів, та виконаний, згідно запропонованого правила, розрахунок усіх параметрів потоків відмов. Для перевірки достовірності отриманих результатів сформовані та обчислені моделі надійності на основі методу Монте-Карло та звичайна однорідна Марковська модель надійності. Результати, отримані запропонованим методом, збігаються в межах прийнятної похибки із результатами, отриманими альтернативними методами, що обґрунтовує коректність запропонованого правила.

Основна перевага описаного вище підходу полягає в тому, що з'явилась можливість, використовуючи метод простору станів, забезпечити розрахунок не лише коефіцієнта готовності, але і параметра потоку відмов, для відновлюваних об'єктів. Використання у цьому методі Марковських моделей надійності на основі розширення простору станів дає можливість досягти високої точності підчас розрахунку параметра потоку відмов, оскільки такі моделі надійності не обмежені експоненціальними моделями відмов. Подальші дослідження скеровані на розробку алгоритму автоматизованого розрахунку параметра потоку відмов ненадлишкових систем.

Стаття написана у рамках проекту Ф25.4/024 конкурсу фундаментальних досліджень вищих навчальних закладів і фінансується за кошти державного бюджету.

Література

1. *Marseguerra M., Zio E.* Basics of the Monte-Carlo Method with Application to System Reliability. – Hagen: Germany, 2002. – 141 p.
2. *Hongzhou Wang, Hoang Pham.* Reliability and optimal maintenance. – Springer-Verlag London Ltd, 2006. – 345p.
3. *Волочій Б.Ю.* Технологія моделювання алгоритмів поведінки інформаційних систем. - Львів: Вид-во НУ "Львівська політехніка", 2004. – 220 с.
4. *Obal W.D., McQuinn M.G., Sanders W.H.* Detecting and Exploiting Symmetry in Discrete-State Markov Models // IEEE Transactions on Reliability. – 2007. – Vol. 56, No.4. – P.643-654.
5. *Лозинський О.Ю., Щербовських С.В.* Побудова моделей надійності ремонтованих електромеханічних об'єктів на основі розширення простору станів // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – 2005. – №45. – С.77-81.
6. *Лозинський О.Ю, Щербовських С.В.* Визначення ефективної підмножини фазових законів розподілу для утворення математичних моделей надійності ремонтованих об'єктів // Відбір і обробка інформації. – 2004.– №21.– С.17-22.