

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА В РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМАХ С НЕЛИНЕЙНОЙ ГИПЕРПЛОСКОСТЬЮ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

**Введение.** Как известно системы разрывного управления обладают рядом преимуществ, которые позволяют в полной мере использовать заложенные в объекте управления энергетические ресурсы, обеспечивая максимальное быстродействие и минимум ошибки регулирования. К тому же, возникновение в релейных системах скользящих режимов делает замкнутую систему инвариантной к координатным и параметрическим возмущениям. Указанные факторы создают предпосылки к широкому использованию разрывных законов регулирования при разработке высокоточных систем управления различными технологическими процессами. Существенно затрудняет этот процесс то, что системы разрывного управления работают в высокочастотном автоколебательном режиме. При недостаточном быстродействии силовых управляющих устройств частота автоколебаний снижается, и система управления становится не работоспособной. Поэтому наряду с вопросами построения систем разрывного управления немаловажным является исследование устойчивости синтезированных систем.

К настоящему времени в теории релейных систем, основы которой заложены в работах [1-2], наиболее полно рассмотрены и изучены вопросы анализа и синтеза систем управления, регуляторы которых реализуют законы управления вида [2]

$$u = -\text{sign} \left[ \sum_{i=0}^n V_{in} \eta_i \right] \quad (1)$$

и имеют линейную гиперплоскость переключения

$$S = \sum_{i=0}^n V_{in} \eta_i = 0. \quad (2)$$

Однако, как показано в [3], реализация алгоритма управления с дробномерной гиперплоскостью переключения позволяет повысить быстродействие замкнутой системы, а применение на этапе технической реализации полиномиальной аппроксимации дробной производной [4] приводит к следующей разрывной функции

$$u = -\text{sign} \left[ V_{12} \eta_1 + V_{22} \eta_2 \sqrt{\eta_1} \right], \quad (3)$$

которой соответствует уравнение гиперплоскости переключения

$$S = V_{12} \eta_1 + V_{22} \eta_2 \sqrt{\eta_1} = 0. \quad (4)$$

Сопоставление выражений (2) и (4) при  $n=2$  показывает наличие нелинейностей типа «произведение» и «квадратный корень» во втором слагаемом, которое и привело к улучшению динамических показателей электропривода, рассмотренного в [3].

**Постановка задачи исследования.** Вследствие того, что нелинейная система не подчиняется принципу суперпозиции, возникает задача определения и изучения общих закономерностей существования скользящего режима в системах управления, гиперплоскость переключения которых описывается уравнением вида (4) и расширение полученных результатов на случай наличия в законе управления нелинейностей типа «произведение» и «степень», т.е. для алгоритмов управления вида

$$u = -\text{sign} \left[ V_{12} \eta_1 + V_{22} \eta_2 \eta_1^k \right], \quad (5)$$

где  $k$  – произвольный показатель степени.

**Результаты исследования.** Рассмотрим возмущенное движение обобщенного динамического объекта с одним нулевым корнем характеристического уравнения

$$p \eta_1 = a_{12} \eta_2; \quad p \eta_2 = a_{22} \eta_2 + m_2 U. \quad (6)$$

Релейное управление объектом (6) будем искать в классе разрывных функций (5), которые являются обобщением функций (1) и (3).

Для замкнутой системы с таким алгоритмом управления гиперплоскость переключения определяется следующим выражением

$$S = V_{12} \eta_1 + V_{22} \eta_2 \eta_1^k = 0. \quad (7)$$

При  $k=0$  это выражение описывает линейную гиперплоскость переключения, которая для объекта (6) принимает вид

$$S = V_{12} \eta_1 + V_{22} \eta_2 = 0 \quad (8)$$

Будем считать, что в алгоритме (5) и уравнении (7) коэффициенты  $V_{12}$  и  $V_{22}$  являются коэффициентами функции Ляпунова, которые для объекта (6) определяются следующими зависимостями [2]

$$V_{12} = -a_{22}; \quad V_{22} = a_{12}. \quad (9)$$

Условие существования скользящего режима будем искать в виде [5]

$$\lim_{\delta \rightarrow +0} pS \leq 0; \quad \lim_{\delta \rightarrow -0} pS \geq 0. \quad (10)$$

Определим полную производную  $pS$  из уравнения (7)

$$pS = V_{12}p\eta_1 + V_{22}p\eta_2\eta_1^k + V_{22}k\eta_2\eta_1^{k-1}p\eta_1. \quad (11)$$

С учетом коэффициентов (9) и уравнений (6) производная (11) примет вид

$$pS = -a_{22}a_{12}\eta_2 + a_{12}a_{22}\eta_2\eta_1^k + ka_{22}a_{12}^2\eta_1^{k-1}\eta_2^2 + m_2a_{12}U\eta_1^k. \quad (12)$$

Уравнение (12), являясь функцией всех координат возмущенного движения системы, описывает ее поведение на всем интервале работы, в то время как для описания скользящего режима его необходимо дополнить уравнением (7). Полученная в результате система уравнений (7) и (12) позволяет определить одну координату через другую

$$\eta_2 = a_{22}\eta_1^{1-k} \quad (13)$$

и представить выражение (12) как функцию одной переменной.

$$pS = -a_{22}^2a_{12}\eta_1^{1-k} + a_{22}^2a_{12}\eta_1 + ka_{22}^3a_{12}^2\eta_1^{1-k} + m_2a_{12}U\eta_1^k. \quad (14)$$

Уравнение (14) позволяет перейти от пределов (10) к следующим пределам

$$\lim_{\eta_1 \rightarrow +0} pS \leq 0; \quad \lim_{\eta_1 \rightarrow -0} pS \geq 0, \quad (15)$$

которые равносильны рассмотрению следующей зависимости [5]

$$\left| a_{22}/a_{12} \left| -\eta_1^{1-2k} + \eta_1^{1-k} + k\eta_1^{1-2k} \right| \leq |U| \right|. \quad (16)$$

Считая, что напряжение управления ограничено

$$|U| \leq 1, \quad (17)$$

получим следующее условие существования скользящего режима

$$\left| -\eta_1^{1-2k} + \eta_1^{1-k} + k\eta_1^{1-2k} \right| \leq |a_{12}/a_{22}|. \quad (18)$$

Для системы управления с линейной гиперплоскостью переключения неравенство (18) обращается в тождество

$$0 \leq |a_{12}/a_{22}|. \quad (19)$$

Аналогичный результат может быть получен, если изначально рассматривать уравнение (8).

В этом случае уравнение полной производной  $pS$  с учетом уравнений (6) и коэффициентов (9) принимает вид

$$pS = -a_{22}a_{12}\eta_2 + a_{12}a_{22}\eta_2 + m_2a_{12}U \quad (20)$$

или

$$pS = m_2a_{12}U, \quad (21)$$

что как и в случае, который описывается выражением (19), говорит о независимости возникшего скользящего режима от координат возмущенного движения и корректности найденной зависимости.

Подстановка в выражение (18) коэффициента  $k=0.5$  позволяет получить следующую зависимость

$$\left| 0.5 - \sqrt{\eta_1} \right| \leq |a_{12}/a_{22}|, \quad (22)$$

которая не гарантирует устойчивость синтезированной системы во всем диапазоне регулирования.

**Выводы.** Приведенные математические выкладки показывают, что при определенном соотношении параметров объекта управления и его координат возможен срыв скользящего режима. Указанный факт объясняется использованием в алгоритме (3) коэффициентов функций Ляпунова, найденных для объекта (6) с управлением (1) и требует создания нового метода синтеза оптимальных систем разрывного управления с нелинейной гиперплоскостью переключения.

#### Литература

1. Цыпкин Я.З. Теория релейных систем автоматического регулирования. – М.: Гостехиздат, 1955. – 456с.
2. Садовой А.В., Сухинин Б.В., Сохина Ю.В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами. – К.: ИСИМО, 1996. – 298с.
3. Волянський Р.С., Садовой А.В., Тищенко Н.Т. Синтез релейної системи управління позиційним електроприводом з квадратичною гіперплощиною переключення. Збірник наукових праць Донецького національного технічного університету. Серія «Електротехніка і енергетика», Випуск 7 (128), Донецьк – 2007, с.24-26
4. Волянський Р.С., Садовой О.В., Клименко Ю.М. Анализ методов аппроксимации производных дробных порядков. Збірник наукових праць ДДТУ (технічні науки): Наукове видання ДДТУ. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, випуск 8, 2007. - с. 227-231.
5. Барбашин Е.А.. Введение в теорию устойчивости. М., Наука, 1967, 223с.