Толочко О.И., Старостин С.С.,
Коцегуб П.Х.

Украина
Донецк

Донецкий Национальный технический университет

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ТРАЕКТОРНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

При сравнительном анализе различных систем управления электромеханическими объектами одним из важных показателей является чувствительность этих систем к изменению параметров объекта регулирования. По определению Боде [1], который один из первых обратил внимание на этот критерий качества, для системы с передаточной функцией $W(p)$ и переменным параметром v относительной чувствительностью к изменению этого параметра называется величина

$$D_v = \frac{d(\ln W(p,v))}{d(\ln(x))} = \frac{\dfrac{dW(p,v)}{W(p,v_н)}}{dv/v_н} = \frac{dW(p,v)}{dv}\cdot\frac{v_н}{W(p,v_н)}. \tag{1}$$

Если в (1) заменить оператор Лапласа p на $j\Omega$, то можно представить функцию чувствительности в виде частотной характеристики. Тогда она приобретает смысл как количественная оценка чувствительности к изменению параметра на определенной частоте в полосе пропускания системы.

Несмотря на развитие этого направления теории чувствительности [2-4], его методы остаются достаточно сложными для практического применения при высоком порядке исследуемой системы и при большом количестве варьируемых параметров. Кроме того, эти методы, по сути, оценивают чувствительность к изменению варьируемых параметров расположения нулей и полюсов или величин коэффициентов передаточной функции, а не показателей качества переходных процессов, которые представляет наибольший интерес при исследованиях.

С учетом этого М.М. Айзинов [5] ввел понятия чувствительности основных параметров переходной характеристики (перерегулирования, времени нарастания, времени запаздывания и времени установления) к изменению фазового угла доминирующей пары комплексно-сопряженных полюсов. Им выполнены интересные исследования таких функций чувствительности и разработаны некоторые практические рекомендации. Однако все они получены в предположении, что остальные полюсы расположены на достаточном расстоянии от доминирующей пары, что существенно снижает ценность проведенных исследований и их результатов.

Коллективом ученых, возглавляемых академиком Б.Н. Петровым, разработаны коэффициентные методы оценки устойчивости, качества переходных процессов и чувствительности их к изменению параметров [6]. В качестве показателей устойчивости, формы переходного процесса и быстродействия ими приняты некоторые безразмерные коэффициенты, являющиеся функциями коэффициентов характеристического полинома. Для оценки чувствительности в [6] предлагается использовать частные производные по варьируемому параметру от этих показателей. Одним из недостатков данного метода является непригодность его для исследования систем с ненулевым порядком полинома воздействия.

Несмотря на такое обилие методов оценки чувствительности, ввиду относительной сложности большинства из них, в литературе рассмотрены в основном очень простые примеры их использования, а в прикладных работах, посвященных анализу конкретных электромеханических систем, самым распространенным методом является сравнение переходных процессов при разных значениях варьируемых параметров. Между тем в [2-4] изложен метод траекторной чувствительности, который позволяет построить наблюдатель дополнительного движения, обусловленного отклонением параметров от их номинальных значений и качественно оценить это влияние.

Целью работы является демонстрация простоты и наглядности метода траекторной чувствительности при исследовании систем управления электромеханическими объектами.

Суть метода траекторной чувствительности состоит в следующем.

Пусть некоторая линейная динамическая система описывается в пространстве состояний уравнениями:

$$\begin{cases} p\mathbf{x}(v) = \mathbf{A}(v)\mathbf{x}(v) + \mathbf{B}(v)u, \\ \mathbf{y}(v) = \mathbf{C}(v)\mathbf{x}(v), \end{cases} \tag{2}$$

где v – переменный параметр с номинальным значением $v_н$ и приращением Δv.

При $\Delta v \to 0$ справедливы следующие выражения:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(v) = \mathbf{x}(v_н + \Delta v) = \mathbf{x}(v_н) + \left.\dfrac{\partial \mathbf{x}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_н} \Delta v, \\ \mathbf{y}(v) = \mathbf{y}(v_н + \Delta v) = \mathbf{y}(v_н) + \left.\dfrac{\partial \mathbf{y}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_н} \Delta v. \end{cases} \tag{3}$$

Величины $\Delta\mathbf{x_0} = \left.\frac{\partial \mathbf{x}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_{\text{н}}}$ и $\Delta\mathbf{y_0} = \left.\frac{\partial \mathbf{y}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_{\text{н}}}$ характеризуют дополнительные относительные движения системы, обусловленные изменением переменного параметра ν, и называются функциями траекторной чувствительности состояния и выхода.

Функции траекторной чувствительности описываются в пространстве состояний уравнениями:

$$\begin{cases} p\Delta\mathbf{x_0} = \mathbf{A}_v\mathbf{x} + \mathbf{A}\cdot\Delta\mathbf{x_0} + \mathbf{B}_v u, \\ \Delta\mathbf{y_0} = \mathbf{C}\cdot\Delta\mathbf{x_0} + \mathbf{C}_v\mathbf{x}, \end{cases} \tag{4}$$

где

$$\mathbf{A}_v = \left.\frac{\partial \mathbf{A}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_{\text{н}}}, \qquad \mathbf{B}_v = \left.\frac{\partial \mathbf{B}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_{\text{н}}}, \qquad \mathbf{C}_v = \left.\frac{\partial \mathbf{C}(v)}{\partial v}\right|_{v=v_{\text{н}}} \tag{5}$$

Объединяя уравнения (2) и (4) при ν = $\nu_{\text{н}}$ в одну систему, имеем математическое описание САУ, состоящей из исследуемого объекта управления и модели его траекторной чувствительности к изменению параметра v:

$$\begin{cases} p\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hdashline \Delta\mathbf{x_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{A}_v & \mathbf{A} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hdashline \Delta\mathbf{x_0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \hdashline \mathbf{B}_v \end{bmatrix}u, \\ \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \hdashline \Delta\mathbf{y_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{C}_v & \mathbf{C} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \hdashline \Delta\mathbf{x_0} \end{bmatrix}. \end{cases} \tag{6}$$

Продемонстрируем применение представленного метода для исследования чувствительности системы модального управления двухмассовым электромеханическим объектом [7], изображенной на рис. 1, к изменению сопротивления якорной цепи $R_{\text{Я}}$и коэффициента упругости c_{12}.

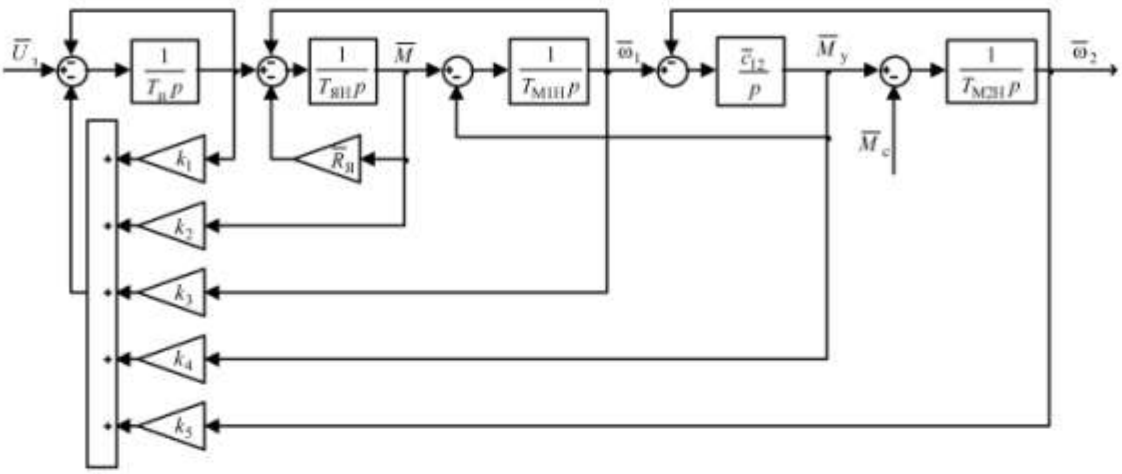

Рис. 1. Структурная схема системы модального управления двухмассовым электромеханическим объектом

Схема рис.1 представлена в относительных единицах (о.е.) $\overline{y} = y/y_{Б}$ с использованием следующих базовых величин: $\omega_{Б} = \omega_{0Е}$, $E_{\text{ПБ}} = E_{\text{ДБ}} = U_{\text{Н}} = C\omega_{0Е}$, $I_{Б} = I_{\text{КЗЕ}} = U_{\text{Н}}/R_{\text{ЯН}}$, $M_{Б} = M_{\text{КЗЕ}} = CI_{\text{КЗЕ}}$, $U_{\text{УБ}} = U_{\text{Н}}/k_{\text{П}}$, $R_{\text{ЯБ}} = R_{\text{ЯН}}$, $c_{12Б} = M_{\text{КЗЕ}}/\omega_{0Е}$, где $\omega_{0Е}$ – скорость идеального холостого хода двигателя на естественной характеристике, $U_{\text{Н}}$ – номинальное напряжение двигателя; $I_{\text{КЗЕ}}$, $M_{\text{КЗЕ}}$ – ток и момент короткого замыкания на естественной характеристике. Исследуемая система характеризуется следующими параметрами: T_{μ} – малая некомпенсируемая постоянная времени привода; $\overline{R}_{\text{Я}} = R_{\text{Я}}/R_{\text{ЯН}}$ – относительное сопротивление якорной цепи; $T_{\text{ЯН}} = L_{\text{ЯН}}/R_{\text{ЯН}}$ – электромагнитная постоянная времени якорной цепи при номинальных значениях индуктивности и сопротивления; $\overline{c}_{12} = c_{12}\omega_{0Е}/M_{\text{КЗЕ}}$ – относительный коэффициент упругости; $T_{\text{М1Н}} = \frac{J_1\omega_{0Е}}{M_{\text{КЗЕ}}} = \frac{J_1 R_{\text{ЯН}}}{C^2}$, $T_{\text{М2Н}} = \frac{J_2\omega_{0Е}}{M_{\text{КЗЕ}}} = \frac{J_2 R_{\text{ЯН}}}{C^2}$ – электромеханические постоянные времени первой и второй масс. Моменты инерции масс J_1, J_2 и коэффициент упругости c_{12} определяют постоянную времени упругих колебаний двухмассовой системы $T_{12} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{c_{12}(J_1+J_2)}} = \sqrt{\frac{T_{\text{М1Н}}T_{\text{М2Н}}}{\overline{c}_{12}(T_{\text{М1Н}}+T_{\text{М2Н}})}}$.

Матричные коэффициенты уравнений состояния (6) для рассматриваемой системы определяются выражениями:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_o - \mathbf{B}_u\mathbf{K}, \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix}\mathbf{B}_u & \mathbf{B}_f\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{C} = \begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} 0 & 1/T_{\text{M2H}} & 0 & 0 & 0 \\ -\overline{c}_{12} & 0 & \overline{c}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & -1/T_{\text{M1H}} & 0 & 1/T_{\text{M1H}} & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_{\text{ЯН}} & -\overline{R}_{\text{Я}}/T_{\text{ЯН}} & 1/T_{\text{ЯН}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1/T_{\mu} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/T_{\mu} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 1/T_{\text{M2H}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = [k_1\ k_2\ k_3\ k_4\ k_5],$$

$$\mathbf{A}_{\nu R} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \overline{R}_{\text{Я}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_{\text{ЯН}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{A}_{\nu c} = \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \overline{c}_{12}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{\nu R} = \mathbf{B}_{\nu c} = \text{zeros}(2,5) = \text{zeros}(2,5), \qquad \mathbf{C}_{\nu R} = \mathbf{C}_{\nu c} = \text{zeros}(1,5) = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

При исследованиях системы рис.1 методом математического моделирования были использованы следующие параметры: $T_{\text{M1H}} = T_{\text{M2H}} = 7{,}5T_{\mu}$, $T_{\text{ЯН}} = T_{12} = 4T_{\mu}$.

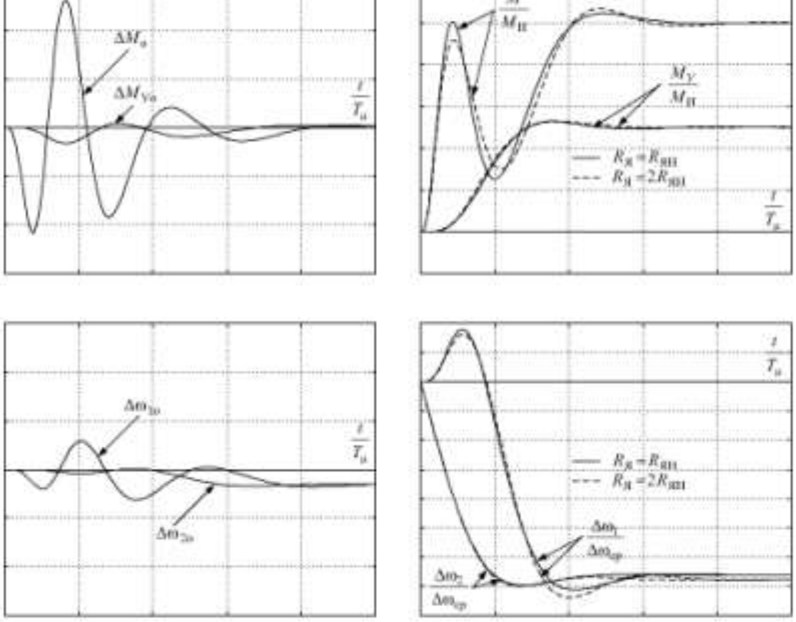

Рис.2. Функции траекторной чувствительности (*а*, *в*) и графики переходных процессов (*б*, *г*) СМУ ДЕМО к вариации параметра $\overline{R}_{\text{Я}}$ при линейном изменении управляющего воздействия (*а*, *б*) и при скачкообразном изменении момента статического сопротивления (*в*, *г*)

При синтезе регулятора состояния в качестве характеристического полинома был использован полином, сконструированный методом двойных пропорций, среднегеометрический корень выбирался из условия обеспечения первого броска электромагнитного момента в пуско-тормозных режимах на уровне номинального значения. Выражения для расчета коэффициентов модального регулятора приведены в [7].

На рис. 2 и 3 представлены полученные при таких параметрах функции траекторной чувствительности электромагнитного и упругого моментов при изменении управляющего воздействия по линейному закону (*а*) и скоростей первой и второй масс при скачкообразном изменении момента статического сопротивления (*в*) к вариации параметра $\overline{R}_{\text{Я}}$ (рис. 2) и $\overline{c}_{12}$ (рис. 3).

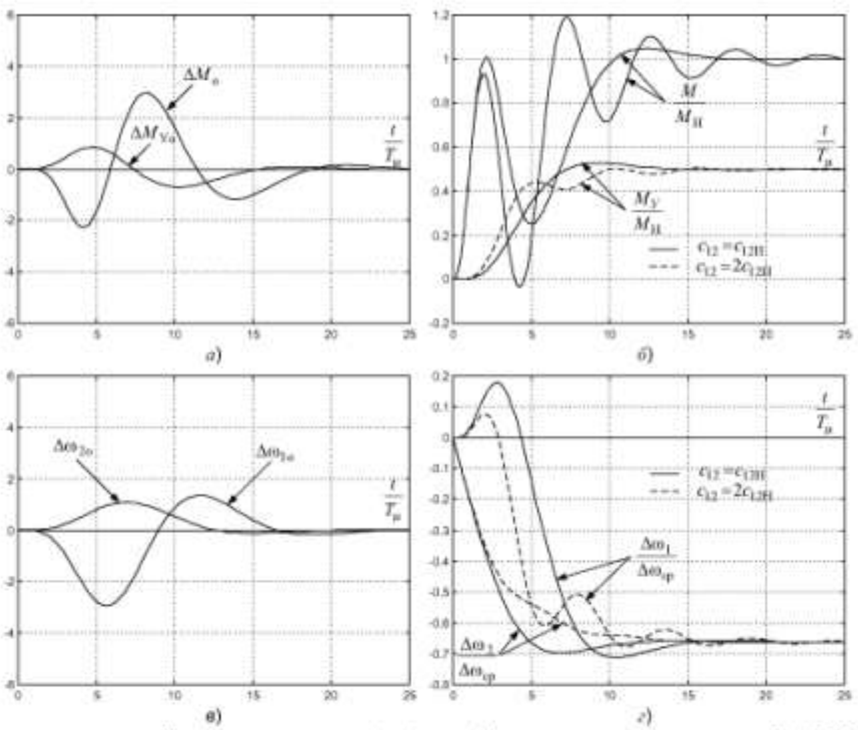

Рис.3. Функции траекторной чувствительности (*а*, *в*) и графики переходных процессов (*б*, *г*) СМУ ДЕМО к вариации параметра $\bar{c}_{12}$ при линейном изменении управляющего воздействия (*а*, *б*) и при скачкообразном изменении момента статического сопротивления (*в*, *г*)

На основе анализа этих функций можно сделать следующие выводы:

1) рассматриваемая система намного чувствительнее к изменению $\bar{c}_{12}$, чем к изменению $\overline{R}_{Я}$;

2) самой чувствительной координатой из анализируемых является электромагнитный момент двигателя;

3) при изменении $\overline{R}_{Я}$ меняется не только характер переходных процессов, но и статическая просадка скорости первой и второй масс при набросе нагрузки (см. функции рис. 2*в*).

Эти выводы подтверждаются графиками переходных процессов электромагнитного и упругого момента (*б*), при линейном изменении управляющего воздействия и падения скоростей первой и второй масс (*г*), отнесенных к статической просадке скорости $\Delta\omega_{ср}$ разомкнутой системы, при скачкообразном приложении номинальной нагрузки, показанных на тех же рисунках (2, 3). Сплошными линиями изображены графики, полученные при номинальных значениях исследуемых параметров, а пунктирными – при удвоенных значениях этих параметров.

Выводы

1. Функция траекторной чувствительности позволяет оценить как степень, так и качество влияния вариации параметра на переходные процессы исследуемой системы.

2. Простота математического описания и построения моделей траекторной чувствительности и наглядность этого метода позволяют рекомендовать его в качестве одного из основных методов исследования чувствительности систем.

Литература

1. Боде Г. Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью.-Москва:Изд-во ин.лит.,1948.-641 с
2. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. – М.: Сов. радио, 1972. – 280 с.
3. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. – М.: Наука, 1981. – 464 с.
4. Райнике А. Модели надежности и чувствительности систем. – М.: Мир, 1979. – 216 с.
5. Айзинов М. М. Анализ и синтез линейных радиотехнических цепей в переходном режиме. «Энергия», Л., 1968. – 376с.
6. Системы автоматического управления объектами с переменными параметрами: Инженерные методы анализа и синтеза / Б.Н. Петров, Н.И. Соколов, А.В. Липатов и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 161 с.
7. Толочко О.І., Коцегуб П.Х., Федоряк Р.В. Дослідження впливу середньогеометрічного кореня характеристичного полінома на властивості системи модального керування двомасовим електромеханічним об'єктом // Наукові праці Донецького державного технічного університету. Серія „Електротехніка і енергетика". – Донецьк: ДонДТУ. – 2002. – №41. – С. 146-155.