Островерхов М.Я. **Україна**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

МЕТОД СИНТЕЗУ РЕГУЛЯТОРІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ КОНЦЕПЦІЇ ЗВОРОТНИХ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ В ПОЄДНАННІ З МІНІМІЗАЦІЄЮ ЛОКАЛЬНИХ ФУНКЦІОНАЛІВ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ ЕНЕРГІЙ РУХУ

Класична теорія керування складними електромеханічними системами (взаємозв'язаними, нелінійними) базується на ідеях статичної декомпозиції на відносно незалежні підсистеми та лінеаризації рівнянь руху з наступним вирішенням задач синтезу законів керування за спрощеними моделями. Достатньо громіздкі методи оптимального керування у формі зворотних зв'язків за інтегральними функціоналами якості неминуче приводять до необхідності вирішення рівнянь Ріккаті чи рівнянь в часткових похідних. Практичне застосування законів керування координатами електромеханічних систем, отриманих на основі класичних методів, пов'язано з необхідністю мати повну й достовірну інформацію про структуру та параметри математичної моделі об'єкту керування, бо за своєю природою ці закони є компенсаційного виду. Наприклад, передаточні функції регуляторів струму, швидкості, положення, що налаштовані на поширений модульний чи симетричний оптимум компенсують відповідні ланки об'єктів керування з суттєвими (електромагнітними, електромеханічними тощо) сталими часу [1,2]. Забезпечення заданої якості керування при зміні параметрів об'єктів потребує додаткового застосування спеціальних алгоритмів ідентифікації чи адаптації, що підвищує складність та громіздкість систем.

Метою роботи є підвищення якості керування електромеханічними системи шляхом розробки методу синтезу регуляторів на основі концепції зворотних задач динаміки в поєднанні з мінімізацією локальних функціоналів миттєвих значень енергій руху [3-5]. Суттєвою перевагою методу є те, що для визначення закону керування непотрібно вирішувати оптимізаційну задачу в традиційному розумінні, бо він записується безпосередньо по диференційному рівнянню об'єкту керування та по диференційному рівнянню, яким задається бажана якість керування. Отриманий закон керування забезпечує динамічну декомпозицію взаємозв'язаної електромеханічної системи та надає їй якісно нових властивостей, а саме, слабку чутливість до параметричних й координатних збурень об'єктів керування, обумовлюючи його практичну реалізацію.

Бажана якість замкнутого контуру керування координатою електромеханічної системи (струм, швидкість тощо) за концепцією зворотних задач динаміки задається диференційним рівнянням наступного виду

$$\frac{d^n z}{dt^n}+\sum_{i=0}^{n-1}\alpha_i\frac{d^i z}{dt^i}=\sum_{j=0}^{m}\beta_j\frac{d^j x^*}{dt^j}. \tag{1}$$

Коефіцієнти рівняння α_i та β_j визначають характер та тривалість перехідного процесу вихідної координати z при русі по заданій траєкторії x^*, де: x^* – диференційована за часом необхідну кількість разів функція; $m<n$. Порядок n рівняння (1) може бути різним для кожного контуру керування у відповідності до вимог якості та порядку моделі об'єкту. Наприклад, для керування рухом маси, що має одну ступінь вільності та описується диференційним рівнянням 2-го порядку, порядок рівняння (1) можна задати рівним n=2 чи n=3. В останньому випадку забезпечується завдання бажаного ривка механічної системи. Передаточна функція замкнутого контуру керування, що складена на основі рівняння (1) при n=3 та m=1, має вигляд

$$W_з(p)=\frac{z(p)}{x^*(p)}=\frac{\beta_1 p+\beta_0}{p^3+\alpha_2 p^2+\alpha_1 p+\alpha_0}. \tag{2}$$

Відповідна передаточна функція розімкнутого контуру керування становить

$$W_p(p)=\frac{W_з(p)}{1-W_з(p)}=\frac{\beta_1 p+\beta_0}{p^3+\alpha_2 p^2+(\alpha_1-\beta_1)p+(\alpha_0-\beta_0)}. \tag{3}$$

Як видно з (3), якщо задати коефіцієнти $\alpha_0=\beta_0$, то система матиме астатизм першого порядку $\nu=1$

$$W_p(p)=\frac{\beta_1 p+\beta_0}{p[p^2+\alpha_2 p+(\alpha_1-\beta_1)]}, \tag{4}$$

а при $\alpha_0=\beta_0$ та $\alpha_1=\beta_1$ – другого порядку $\nu=2$

$$W_p(p)=\frac{\beta_1 p+\beta_0}{p^2(p+\alpha_2)}. \tag{5}$$

Добротність за швидкістю системи (4) визначається за виразом $k_{шв}=\beta_0/(\alpha_1-\beta_1)$, а добротність за прискоренням системи (5) дорівнює $k_{пр}=\beta_0/\alpha_2$.

Структура та параметри моделей бажаної якості задаються такими, щоб їх збурений рух був асимптотично стійким. Для моделі третього порядку (2) ця умова відповідно до критерію Гурвиця виконується, якщо $\alpha_0>0$; $\alpha_1>0$; $\alpha_2>0$ та $\alpha_1\alpha_2>\alpha_0$, а для моделі другого порядку – при додатних коефіцієнтах $\alpha_0>0$; $\alpha_1>0$. Зв'язок між коефіцієнтами моделей та показниками якості керування, такими як час регулювання, вид перехідного процесу, перерегулювання, легко встановлюється за допомогою відомих кореневих чи частотних методів, з уточненням шляхом моделювання на ЕОМ. Наприклад, передаточна функція замкнутої системи 3-го порядку

$$W_3(p)=\frac{40p^2+500p+1000}{p^3+41p^2+500p+1000} \tag{6}$$

забезпечує астатизм 2-го порядку, перерегулювання близько 18 % та час перехідного процесу біля 0,3 с.

Методика синтезу законів керування координатами електромеханічних систем на основі концепції зворотних задач динаміки викладається на прикладі керування положенням маси, що обертається на осі (наприклад, ротор двигуна). Рух маси описується в узагальненому вигляді рівнянням 2-го порядку

$$J\ddot{\varphi}=f(\varphi,\dot{\varphi},u), \tag{7}$$

де: J – момент інерції; $\varphi,\dot{\varphi},\ddot{\varphi}$ – положення, кутова швидкість та прискорення; u – функція керування; $f(\varphi,\dot{\varphi},u)$ – диференційована та однозначна функція. Необхідно знайти таку керуючу функцію u, щоб якість керування положенням маси φ(t) наближалася до бажаної, що задається рівнянням виду (1) того ж порядку, як і у об'єкта

$$\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\beta_0 x^*. \tag{8}$$

Для стійкості збуреного руху системи коефіцієнти рівняння (8) повинні бути додатними $\alpha_0>0$; $\alpha_1>0$, а при необхідності забезпечення системі астатизму 1-го порядку коефіцієнт $\alpha_0=\beta_0$. Ступінь наближення реального процесу керування до бажаного оцінюється функціоналом, що характеризує енергію прискорення

$$G(u)=\frac{J}{2}\left[\ddot{z}(t)-\ddot{\varphi}(t,u)\right]^2. \tag{9}$$

При знаходженні керуючої функції $u=u(\varphi,\dot{\varphi})$ класичними методами за умови абсолютного мінімуму функціонала

$$\min_u G(u)=0 \tag{10}$$

отримується традиційний закон керування компенсаційного типу, для реалізації якого необхідна точна інформація про структуру та параметри об'єкту, тобто про функцію $f(\varphi,\dot{\varphi},u)$ даного прикладу. Відхилення параметрів об'єкту від розрахункових призводить до суттєвого погіршення якості керування.

Цей недолік усувається, якщо відмовитися від точного виконання умови (10), а обмежитися вимогою, щоб значення функціонала (9) належало околиці екстремуму-мінімуму. Для цього мінімізація функціонала здійснюється за градієнтним законом (де λ – константа)

$$\frac{du(t)}{dt}=-\lambda\frac{dG(u)}{du}. \tag{11}$$

З урахуванням (7) та (9) похідна функціоналу дорівнює

$$\frac{dG(u)}{du}=-\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial u}(\ddot{z}-\ddot{\varphi}), \tag{12}$$

де $\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial u}$ – константа, що відповідає стану рівноваги.

Після підстановки (12) в (11) знаходиться закон керування рухом маси

$$\dot{u}(t)=k(\ddot{z}-\ddot{\varphi}), \tag{13}$$

де $k=\lambda\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial u}=\text{const}>0$ – коефіцієнт підсилення регулятора.

Виконання умови збіжності процесу мінімізації функціоналу

$$\frac{dG(u)}{dt}<0;\ G(u)\to 0 \tag{14}$$

при $t\to\infty$ забезпечується при виконанні правила знаків

$$\text{sign}(k)=\text{sign}\left(\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial u}\right). \tag{15}$$

Змінна $\ddot{z}$ в законі керування (13) виступає в ролі необхідного (заданого) прискорення маси, яке обчислюється в темпі її руху з рівняння бажаної якості керування (8) за виразом (при $\alpha_0=\beta_0$)

$$\ddot{z}=\alpha_0(x^*-\varphi)-\alpha_1\dot{\varphi} \tag{16}$$

шляхом замикання зворотними зв'язками за положенням $z=\varphi$ та швидкістю $\dot{z}=\dot{\varphi}$.

Для реалізації регулятора необхідно мати інформацію про прискорення маси, яку можна виключити, представивши закон керування в іншому вигляді, шляхом інтегрування обох частин рівняння (13) з урахуванням (16). Після цієї операції закон керування приймає остаточний вигляд

$$u(t)=k(\dot{z}-\dot{\varphi});\ \dot{z}=\alpha_0\int_0^t(x^*-\varphi)dt-\alpha_1\varphi. \tag{17}$$

Після підстановки закону керування (17) в рівняння руху маси (7) отримується диференційне рівняння замкнутої системи керування положенням маси

$$\dddot{\varphi} + (a_1 + b_0 k)\ddot{\varphi} + (a_0 + b_0 k\alpha_1)\dot{\varphi} + b_0 k\alpha_0 \varphi = b_0 k\alpha_0 x^* , \tag{18}$$

де: $a_0 = -\frac{1}{J}\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial \varphi}$; $a_1 = -\frac{1}{J}\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial \dot{\varphi}}$; $b_0 = \frac{1}{J}\frac{\partial f(\varphi,\dot{\varphi},u)}{\partial u}$.

Усталений рух замкнутої системи (18) буде асимптотично стійким, якщо для її характеристичного рівняння

$$p^3 + (a_1 + b_0 k)p^2 + (a_0 + b_0 k\alpha_1)p + b_0 k\alpha_0 = 0 \tag{19}$$

згідно критерію Гурвиця виконуються наступні нерівності

$$(a_1 + b_0 k)(a_0 + b_0 k\alpha_1) > b_0 k\alpha_0;\ (a_1 + b_0 k) > 0;\ (a_0 + b_0 k\alpha_1) > 0;\ b_0 k\alpha_0 > 0 . \tag{20}$$

Як видно з (20), при будь-яких додатних чи від'ємних значеннях коефіцієнтів a_0 та a_1 знайдеться таке значення коефіцієнта підсилення регулятора k, яке забезпечує виконання вказаних умов. Причому, стійкість системи зберігається при необмеженому підвищенні коефіцієнта підсилення $k \to \infty$.

На рис. 1 показана структурна схема регулятора положення маси, яка побудована на основі рівняння (17). Як видно з рисунка, регулятор вміщує тільки параметри α_0 та α_1 бажаного закону керування (8) та не залежить від параметрів об'єкту керування (7), що характерно для класичних законів керування. Це надає системі керування властивості природної адаптації, тобто слабкої чутливості до параметричних збурень. Ідеальна нечутливість має місце при коефіцієнті підсилення регулятора $k \to \infty$, що забезпечує повне співпадіння реальної та бажаної якості керування. Звичайно, при допустимому з точки зору технічної реалізації коефіцієнті підсилення існує похибка керування, максимально допустима величина якої встановлюється технологічними вимогами. Дуже важливим є те, що для побудови структури регулятора непотрібна детальна математична модель об'єкту керування, достатньо знати тільки характер взаємозв'язку, тобто порядок диференційного рівняння. Перевагою закону керування з точки зору подальшої реалізації є відсутність операцій диференціювання.

Дослідження закону керування положенням маси (17) для об'єкту виду (7), в ролі якого виступає електричний двигун при нехтуванні його електромагнітною сталою часу

$$J\frac{d\omega}{dt} = \beta(u - \omega) , \tag{21}$$

(де: J=10 кг·м^2 – момент інерції; β=1000 – жорсткість механічної характеристики) проведено шляхом моделювання при завданні бажаного часу перехідного процесу 0,2 с та перерегулювання 3 % рівнянням виду (8)

$$\ddot{z} + 70\dot{z} + 2000z = 2000x^* . \tag{22}$$

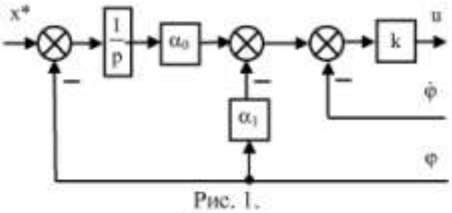


Рис. 1.

Відповідна структурна схема системи керування положенням представлена на рис. 2.

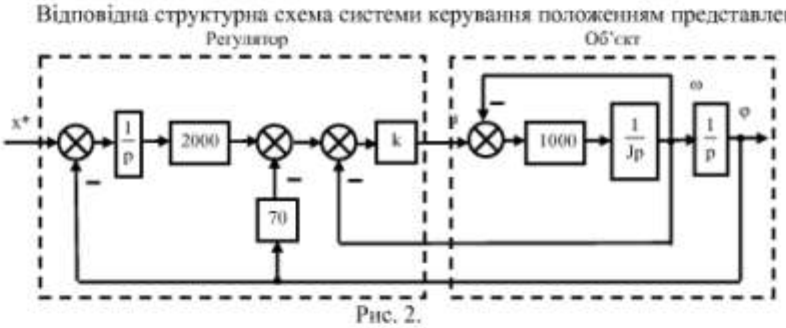


Рис. 2.

На рис. 3 та рис. 4 представлено перехідну функцію системи та графіки похибок при різних коефіцієнтах підсилення регулятора k=500; 2000; 5000. При цьому середньоквадратичне значення похибок становить 0,01268; 0,003644; 0,001558 відповідно. Як видно, із збільшенням коефіцієнта підсилення регулятора похибка зменшується.


Рис. 3.

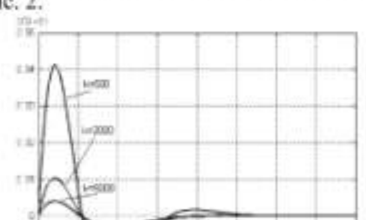


Рис. 4.

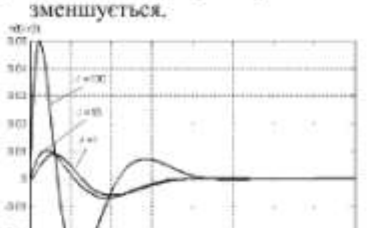
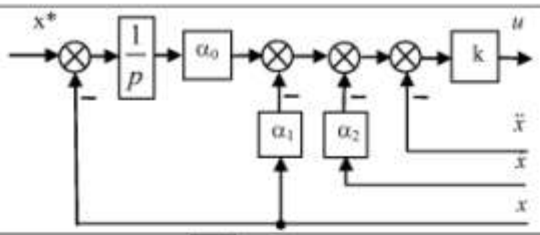
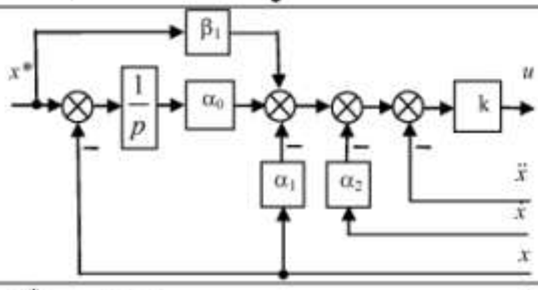
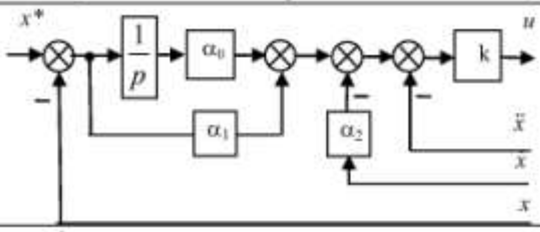
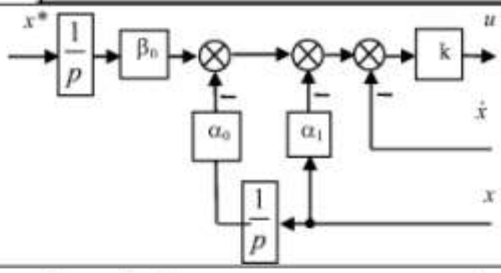
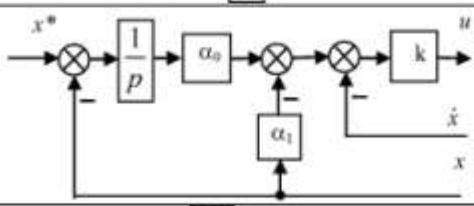
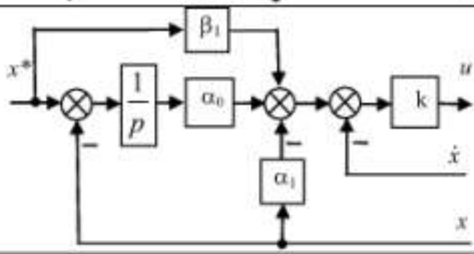


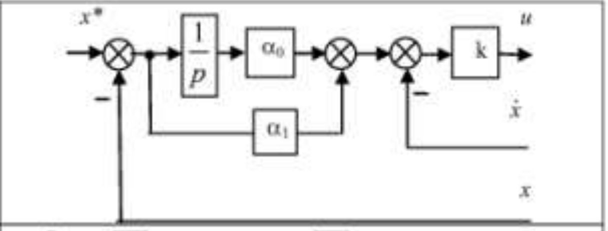
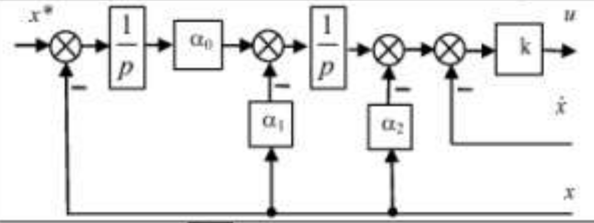
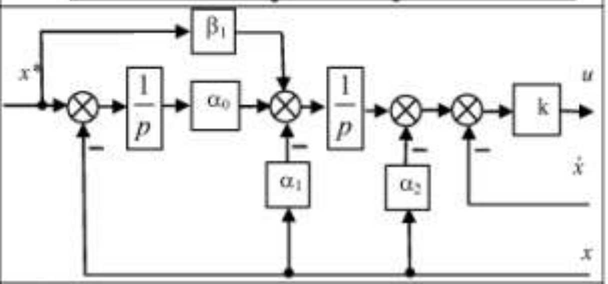
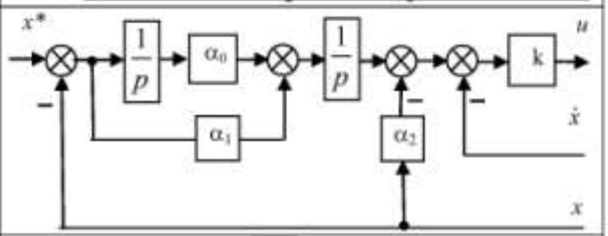
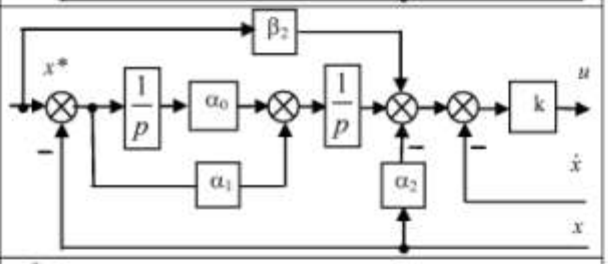
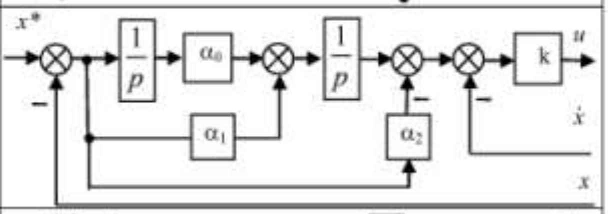
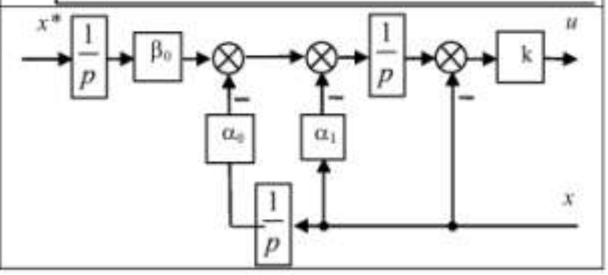
Рис. 5.

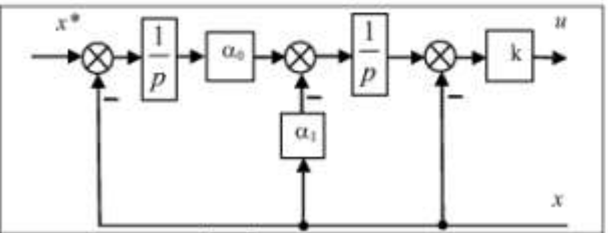
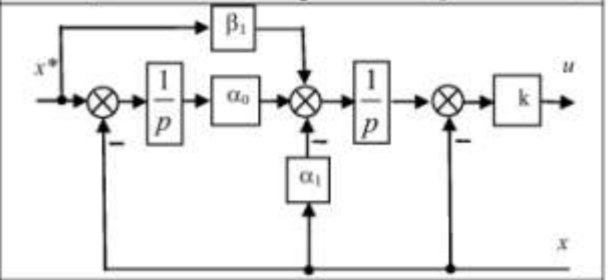
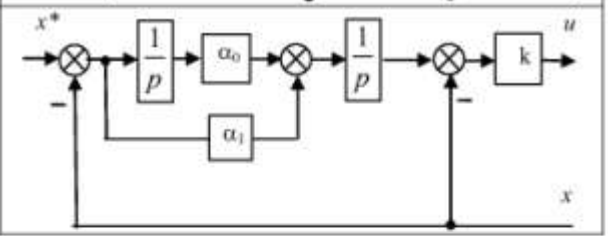
На рис. 5 показано похибки перехідної функції для коефіцієнта підсилення регулятора k=2000 при зміні моменту інерції J=1; 10; 100 кг·м^2, який виступає в ролі параметричного збурення. При цьому середньоквадратичне значення похибок становить 0,00326; 0,003644; 0,01368 відповідно. Як видно, зміна моменту інерції в 100 разів не призводить по суттєвого погіршення якості керування.

Використовуючи представлену методику розроблено структури регуляторів типових об'єктів електромеханічних систем, що описуються рівняннями 1-го, 2-го та 3-го порядку (табл. 1). Вид бажаного закону керування вихідною координатою (струм, потокозчеплення, момент, швидкість, положення тощо) задається такими параметрами рівняння бажаної якості, як порядок лівої частини n, порядок правої частини m, порядок астатизму ν, значення коефіцієнтів α_i та β_i.

Таблиця 1.

№ п/п	Порядок об'єкту керування	Рівняння бажаної якості керування: n/m/ν; вид	Структурна схема регулятора
1	3	3/0/1 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_0 x^*$	
2	3	3/1/1 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\beta_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
3	3	3/1/2 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
4	2	2/0/0 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\beta_0 x^*$	
5	2	2/0/1 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_0 x^*$	
6	2	2/1/1 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\beta_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	

7	2	2/1/2 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
8	2	3/0/1 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_0 x^*$	
9	2	3/1/1 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=$ $=\beta_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
10	2	3/1/2 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=$ $=\alpha_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
11	2	3/2/2 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=$ $=\beta_2\ddot{x}^*+\alpha_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
12	2	3/2/3 $\dddot{z}+\alpha_2\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=$ $=\alpha_2\ddot{x}^*+\alpha_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
13	1	2/0/0 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\beta_0 x^*$	

14	1	2/0/1 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_0 x^*$	
15	1	2/1/1 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\beta_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	
16	1	2/1/2 $\ddot{z}+\alpha_1\dot{z}+\alpha_0 z=\alpha_1\dot{x}^*+\alpha_0 x^*$	

Таким чином, представлений метод синтезу законів керування координатами електромеханічних систем на основі концепції зворотних задач динаміки в сполученні з мінімізацією локальних функціоналів енергій руху забезпечує високу якість керування в статичному режимі та під час перехідних процесів в умовах параметричних та координатних збурень. Для побудови структури регуляторів непотрібна детальна математична модель об'єкту керування. Закон керування записується безпосередньо по рівнянню об'єкту керування та по диференційному рівнянню, яким задається бажана якість керування координатою електромеханічної системи, тому вирішувати оптимізаційну задачу в традиційному розумінні непотрібно. Представлено 16 типових структур регуляторів, які забезпечують статичне та астатичне керування 1-го та 2-го порядку для об'єктів керування 1-го, 2-го та 3-го порядку, та дозволяє реалізувати більшість типових задач керування, каскадне (підпорядковане) керування координатами складних об'єктів, а також нелінійних та взаємнозв'язаних, зокрема, в системах векторного керування. Розглянута методика дозволяє розробити також закони керування та їх практичну реалізацію і для об'єктів високого порядку, причому, із збереженням таких якісно нових властивостей, як слабка чутливість до параметричних й координатних збурень.

Література:

1. Башарин А.В., Новиков В.А., Соколовский Г.Г. Управление электроприводами. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 392 с.
2. Терехов В.М., Осипов О.И. Системы управления электроприводов. – М.: Академия, 2005. – 300 с.
3. Крутько П.Д. Симметрия – методологическая основа формулирования обратных задач динамики и методов их решения // Изв. РАН. ТиСУ. – 2004. – № 1. – С. 5-26.
4. Крутько П.Д. Декомпозирующие алгоритмы робастно устойчивых нелинейных многосвязных управляемых систем. Теория и прикладные задачи // Изв. РАН. ТиСУ. – 2005. – № 1. – С. 5-11.
5. Крутько П.Д. Робастно устойчивые структуры управляемых систем высокой динамической точности. Алгоритмы и динамика управления движением модельных объектов // Изв. РАН. ТиСУ. – 2005. – № 2. – С. 120-140.