Старостін С.С. **Україна**

Донецький національний технічний університет

ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ДИСКРЕТНИХ ПЕРЕДАВАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ ОБ'ЄКТІВ РЕГУЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

Вступ. Сучасні електромеханічні системи є дискретними системами регулювання. Це обумовлено дискретністю функціонування силових перетворювачів електроенергії. Керування перетворювачами і відповідно регулювання технологічних параметрів електромеханічних систем здійснюється дискретно в часі за допомогою мікропроцесорних контролерів. Основою алгоритмів функціонування контролерів є різницеві рівняння, які безпосередньо можливо отримати, якщо виходити з дискретних передавальних функцій об'єктів регулювання.

Аналіз попередніх досліджень. Доведено, що дискретні властивості перетворювачів електроенергії достатньо точно можна врахувати за допомогою ідеальних імпульсних елементів [1 - 3]. Отже, аналіз і синтез електромеханічних систем можна здійснювати на основі теорії імпульсних систем регулювання (див. [3, 4]). Між тим, при визначенні дискретних передавальних функцій об'єктів регулювання доцільно прагнути припустимого спрощення передавальних функцій, що призводить до більш простих алгоритмів регулювання і процедур визначення параметрів алгоритмів. Крім того, необхідність спрощення виникає з точки зору запобігання у структурах об'єктів алгебраїчних контурів.

Можливо спростити передавальні функції на основі аналізу числових значень коефіцієнтів цих функцій з урахуванням реальних параметрів об'єктів регулювання, що було зроблено в ряді попередніх розробок. Але є можливим також інший підхід, що базується на математичних умовах.

Метою роботи є математичне обґрунтування спрощення дискретних передавальних функцій в об'єктах регулювання.

Матеріал і результати дослідження. На основі попереднього досвіду визначення дискретних передавальних функцій об'єктів регулювання електромеханічних систем можна узагальнити, що в багатьох випадках складова передавальних функцій, яка потребує спрощення, характеризується рівнянням

$$W(z)=\frac{q_0+q_1z^{-1}+q_2z^{-2}}{1+p_1z^{-1}}\ . \tag{1}$$

При спрощенні ставимо задачу позбавитися знаменника, а у чисельнику залишити тільки дві складові. Тобто, розглядаємо два варіанти спрощеної передавальної функції у вигляді:

$$W_r(z)\cong r_0+r_1z^{-1}\ ;\quad W_s(z)\cong s_1z^{-1}+s_2z^{-2}\ . \tag{2}$$

Необхідність другого варіанту виникає, коли отримуємо в структурі об'єкта алгебраїчний контур, і необхідно позбавитися цієї обставини. Тобто, забезпечити у контурі затримку на один інтервал дискретності.

Для визначення умов спрощення, по-перше, виходимо з того, що необхідно забезпечити однаковий коефіцієнт передачі у сталому режимі. Отже, першою умовою є рівняння

$$\frac{q_0+q_1+q_2}{1+p_1}=r_0+r_1=s_1+s_2\ . \tag{3}$$

У якості другої умови обираємо інтегральне оцінювання на основі суми дискретних значень перехідних функцій вихідної (h) та спрощених першого (h_r) та другого (h_S) варіантів ланок. При цьому маємо рівняння

$$\sum_{i=0}^{\infty}h_{[i]}=\sum_{i=0}^{\infty}h_{r[i]}=\sum_{i=0}^{\infty}h_{s[i]}\ . \tag{4}$$

При застосування рівняння (4) враховуємо, що дискретні значення перехідних функцій в k-тий момент дискретності визначають рекурентні вирази:

$$h_{[k]}=q_k-\sum_{i=1}^{k}a_ih_{[k-i]}\ ;\ h_{r[k]}=r_k-\sum_{i=1}^{k}b_ih_{r[k-i]}\ ;\ h_{s[k]}=s_k-\sum_{i=1}^{k}c_ih_{s[k-i]}\ , \tag{5}$$

де $a_1=p_1-1;\ a_2=-p_1;\ a_{3\ldots k}=0;\ b_1=c_1=-1;\ b_{2\ldots k}=0;\ c_{2\ldots k}=0.$

Сумісний розгляд рівнянь (3) та (4) дає наступні результати щодо формул, за якими слід розраховувати коефіцієнти спрощених передавальних функцій:

$$r_0=\frac{q_0(2\theta_1+\theta_2)+q_1\theta_1-q_2\theta_2}{1+p_1}\ ;\ r_1=\frac{-q_0\theta_1+q_1\theta_2+q_2(\theta_1+2\theta_2)}{1+p_1}\ ;\ s_1=2r_0+r_1\ ;\ s_2=-r_0\ , \tag{6}$$

де $\theta_1=p_1/(1+p_1)\ ;\ \theta_2=1/(1+p_1)\ .$

У якості приклада розглянемо структуру двомасового механічного об'єкта (рис. 1) з точки зору визначення дискретних передавальних функцій ланок цього об'єкта. Структура у відносних величинах ($\omega_*=\omega/\omega_b$, $M_*=M/M_b$) характеризує зв'язки між моментом двигуна M, кутовими швидкостями двигуна ω_1 та механізму ω_2 з урахуванням пружного моменту у механічній передачі M_{12} з передавальними функціями ланок у неперервному вигляді:

$$W_{\omega 1}(\mathrm{p})=\frac{1}{T_{J1}p};\ W_{\mathrm{M12}}(\mathrm{p})=\frac{T_{\mathrm{d}}p+1}{T_{\mathrm{c}}p};\ W_{\omega 2}(\mathrm{p})=\frac{1}{T_{J2}p},\quad (7)$$

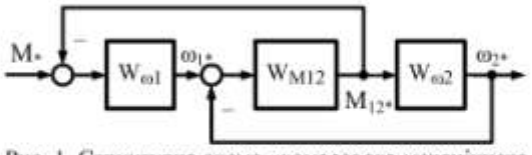

Рис. 1. Структурна схема двомасового механічного об'єкта.

де – $T_{J1}=J_1\omega_{\mathrm{b}}/M_{\mathrm{b}}$, $T_{J2}=J_2\omega_{\mathrm{b}}/M_{\mathrm{b}}$ – сталі часу, що характеризують відповідно моменти інерції двигуна J_1 та механізму J_2; $T_{\mathrm{c}}=M_{\mathrm{b}}/c_{12}\omega_{\mathrm{b}}$ – стала часу жорсткості механічної передачі (c_{12} – коефіцієнт жорсткості); $T_{\mathrm{d}}=k_{\mathrm{d}}T_{\mathrm{c}}$; $k_{\mathrm{d}}=b_{12}\omega_{\mathrm{b}}/M_{\mathrm{b}}$ (b_{12} – коефіцієнт внутрішнього тертя у механічній передачі).

Визначення дискретних передавальних функцій ланок відносно середніх значень моментів за методикою, розглянутою в [4], дає наступні результати:

$$W_{\omega 1}(z)=\frac{T/T_{J1}}{1-z^{-1}};\ W_{\mathrm{M12}}(z)=\frac{q_0+q_1z^{-1}+q_2z^{-2}}{1-z^{-1}};\ W_{\omega 2}(z)=\frac{T/T_{J2}}{1-z^{-1}},\quad (8)$$

де $q_0=\frac{T_{\mathrm{c}}(T_{\mathrm{c}}-T_{\mathrm{d}})}{T_{\mathrm{c}}T}-\frac{T_{\mathrm{c}}-T_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}(1-d_{\mathrm{e}})}+\frac{T}{2T_{\mathrm{c}}(1-d_{\mathrm{e}})}$; $q_2=\frac{T_{\mathrm{c}}(T_{\mathrm{c}}-T_{\mathrm{d}})}{T_{\mathrm{c}}T}-\frac{d_{\mathrm{e}}(T_{\mathrm{c}}-T_{\mathrm{d}})}{T_{\mathrm{c}}(1-d_{\mathrm{e}})}-\frac{d_{\mathrm{e}}T}{2T_{\mathrm{c}}(1-d_{\mathrm{e}})}$; $q_1=\frac{T}{T_{\mathrm{c}}}-q_0-q_2$;

$d_{\mathrm{e}}=\exp(-T/T_{\mathrm{e}})$; T – інтервал дискретності; T_{e} – електромагнітна стала часу силового кола електропривода.

При такому вигляді передавальних функцій в обох контурах є відсутньою затримка на інтервал дискретності. Отже, маємо алгебраїчні контури, які не можуть бути реалізовані в мікропроцесорному контролері. Цей недолік, не змінюючи знаменника передавальної функції $W_{\mathrm{M12}}(z)$, можна усунути, якщо у чисельнику матимемо поліном $s_1z^{-1}+s_2z^{-2}$, коефіцієнти якого можна визначити на підставі формул (6), враховуючи, що у даному випадку
$p_1=0$. У результаті отримуємо:

$$W_{\mathrm{M12}}(z)\cong\frac{s_1z^{-1}+s_2z^{-2}}{1-z^{-1}};\ s_1=\frac{T_{\mathrm{u}}}{T_{\mathrm{c}}}+\frac{T_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}}+\Delta s;\ s_2=-\frac{T_{\mathrm{d}}}{T_{\mathrm{c}}}-\Delta s;\ \Delta s=\frac{T(1+d_{\mathrm{e}})}{2T_{\mathrm{c}}(1-d_{\mathrm{e}})}-\frac{T_{\mathrm{c}}}{T_{\mathrm{c}}}.\quad (9)$$

На рис. 2 надані графіки перехідних функцій вихідної та спрощеної ланок, з яких випливає, що перехідна функція спрощеної ланки відрізняється тільки на першому інтервалі дискретності.

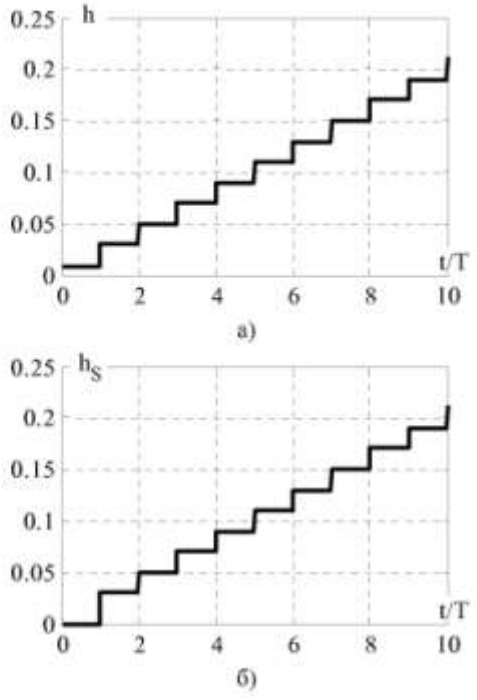

Рис. 2. Графіки перехідних функцій вихідної (а) та спрощеної (б) ланок.

Висновки

Математично обгрунтовано методику спрощення дискретних передавальних функцій об'єктів регулювання, що позитивно впливає на практичну реалізованість алгоритмів регулювання в електромеханічних системах з використанням мікропроцесорних контролерів.

Література

1. Перельмутер В.М. Об импульсной модели тиристорного электропривода // Известия вузов. Электромеханика. - 1985. - №3. - С.84 - 86.
2. Старостін С.С. Обгрунтування імпульсної моделі широтно-імпульсних перетворювачів електроенергії // Технічна електродинаміка. Тем. випуск "Силова електроніка та енергоефективність". Част. 3. - 2006. - С.114-117.
3. Starostin S., Perederiy O. Discrete-Time Model of Voltage Source Inverter and Its Application // 5th International Conference "Compatibility in Power Electronics" (CPE2007, Poland, Gdansk, May 29 – June 1, 2007). - 6 p.
4. Старостін С.С. Урахування дискретних властивостей силових перетворювачів електроенергії при синтезі електромехатронних систем // Вісник НТУ "Харківський політехнічний інститут". Сер. "Електротехніка, електроніка та електропривод". Тем. випуск 45 "Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія та практика". - Харків, НТУ ХПІ, 2005. - С.348 - 351.