

---

## ПОДАВЛЕНИЕ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ В ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ ПОДЪЕМА МОСТОВОГО КРАНА С УЧЕТОМ ПРОГИБА МОСТА И ДЕФОРМАЦИИ ГРУЗОВЫХ КАНАТОВ

---

### 1. Постановка задачи.

В работе [1] авторами был рассмотрен ряд моделей ЭП механизмов передвижения мостового крана и предложены конфигурации САР, обеспечивающие подавление качания груза как при поочередной, так и при одно-временной работе ЭП моста и ЭП тележки. Показано, что в относительно простой схеме с обратной связью по измеряемой координате можно подавить колебания, однако нельзя повысить быстродействие. В более сложной системе с модальными регуляторами и наблюдателями состояния при предложенных настройках повышение быстродействия обеспечивалось в линейной модели, не учитывающей ограничения в регуляторе скорости, в трении сцепления и прочих. В работе [2] на достаточно полной цифровой модели крана исследовано влияние различных лимитирующих факторов на возможность повышения быстродействия упомянутой САР с модальными регуляторами и наблюдателями состояния и установлено, что повышению быстродействия ЭП механизмов передвижения препятствует прежде всего упругость грузового каната механизма подъема, которая для упрощения на этапе синтеза регуляторов САР была исключена из рассмотрения. Поэтому естественным образом возникла задача подавления упругих колебаний в грузовом канате и прогибных колебаний балки моста, которые не только препятствуют повышению быстродействия САР подавления качаний груза при передвижении, но и в целом создают излишние динамические нагрузки на механическое оборудование. Кроме того, следует отметить, что появление высококачественных асинхронных электроприводов и датчиков очевидным образом требует от специалистов использования этих технических возможностей для повышения качества технологического процесса, реализуемого кранами, уровня автоматизации, точности, быстродействия, надежности, безопасности и комфортности работ. Так, например, одним из параметров, критичных при конструировании кранов, является величина прогиба главной балки, которую по соображениям прочности и отсутствия самопроизвольного перемещения тележки принимают в диапазоне  $1/400 - 1/700$  от длины пролета. В то же время, конструкцию балки, обеспечивающую такой прогиб, приходится дополнительно укреплять (и заметно утяжелять), чтобы вписаться в типовое нормируемое время затухания изгибных колебаний моста: от 12-15 до 20-22 секунд для разных мостовых кранов. Это необходимо не только для повышения производительности, но и для обеспечения нормированных по вибронормам условий работы крановщика. Поэтому устранение изгибных колебаний моста и продольных колебаний грузовых канатов решает достаточно широкий спектр задач.

Таким образом, *задачей статьи* является разработка САР ЭП подъема мостового крана, которая обеспечит заданное качество регулирования с учетом упругости грузовых канатов и прогиба балки моста. Модель должна быть построена так, чтобы в дальнейшем ею можно было дополнить ранее разработанную модель крана [1] с ЭП механизмов передвижения и оценить динамику всего объекта при трех одновременно работающих приводах, обеспечивающих реализацию системы подавления качаний груза с высоким быстродействием.

### 2. Результаты исследования.

#### 2.1 Задачи построения модели и допущения.

Разработаем модель ЭП механизма подъема мостового крана KM8001.00.000 при тех же значениях параметров, что и в [1] и [2], а также при следующих допущениях: электропривод подъема – асинхронный с векторным управлением; контур моментобразующего тока примем безынерционным; регулятор скорости – пропорциональный со стандартной величиной токоограничения; полоса пропускания контура скорости – 30 Гц; электропривод позволяет «замерять» вес груза по величине электромагнитного момента в установившемся режиме (Siemens – Simover, Danfoss и др. производители); величина прогиба балки моста может быть измерена промышленным триангуляционным лазерным датчиком серии РФ; на валу двигателя установлен абсолютный энкодер, обеспечивающий возможность прямого измерения высоты подъема груза; будем считать, что груз подвешен на одном канате с рабочим усилием, соответствующим номинальной грузоподъемности крана, и модулем продольной упругости этого грузового каната  $E_k = 1,2 \cdot 10^{11}$  Па [3]; величина прогиба балки моста – из стандартного диапазона для серийно выпускаемых кранов –  $1/200 \div 1/700$  от длины пролета [4]; в качестве несущих элементов моста примем четыре соответствующие двутавровые широкополочные балки с приведенными в [5] значениями параметров, достаточными для расчета упругого прогиба по известным методикам [6]; будем считать, что колеса тележки в динамике не отрываются от рельсов, размещенных на мосте (тележка не подпрыгивает), а ее масса сосредоточена в точке, совпадающей с координатой точки подвеса груза; поскольку разрабатываемую модель в дальнейшем планируется объединить с моделями механизмов перемещения [1], [2], приведенные движущихся масс выполним не к валу двигателя, а к линейной скорости груза.

## 2.2 Расчет параметров механической части крана, необходимых для моделирования.

Расчётная схема механической части модели показана на рис. 1. Она является трехмассовой: кинетическую энергию запасают груз, массивный прогибающийся мост с тележкой и вращающийся ротор двигателя с барабаном и редуктором. Потенциальную энергию запасает деформированный канат и деформируемый мост, двухопорно свободно опирающийся на жесткие подкрановые пути. Жесткость канатов  $C_{канат}$  зависит от высоты подъёма и изменяется в процессе работы электропривода, а изгибная жесткость свободно опертой балки моста  $C_{моста}$  зависит от размещения тележки по длине пролёта, но в динамике неизменна, так как одновременный подъём и перемещение в работе не рассматриваются.

Определим значения параметров расчетной схемы.

Широкополочная двутавровая балка типа 100 Б [5] высотой  $h=1$  м шириной  $b=0,35$  м, площадью сечения  $F=279 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup> и погонной массой  $m_b=219$  кг/м имеет момент инерции сечения  $J_{x1}=443090 \cdot 10^{-8}$  м<sup>4</sup>. Тогда мост с четырьмя такими балками и с пролётом  $L=15$  м имеет массу  $m_{моста}=13140$  кг, момент инерции сечения  $J_x=0,0177$  м<sup>4</sup> и коэффициент жёсткости для изгибающего момента  $E \cdot J_x = 2,2 \cdot 10^{11} \cdot 0,0177 = 0,39 \cdot 10^{10}$  Н · м<sup>2</sup>.

Для модели необходимо получить коэффициент жёсткости прогибающегося моста в направлении оси  $y$ . Он зависит от положения тележки [6] и для свободно опертой балки равен:

$$K_M = \frac{3 \cdot E \cdot J_x \cdot L_{пролёта}}{x_{тележки}^2 \cdot (L_{пролёта} - x_{тележки})^2} \quad (1)$$

Если тележка размещена в середине пролёта, то  $K_M = 0,554 \cdot 10^8$  Н/м, и эта величина – минимальна по длине пролёта.

Оценим величину прогиба моста при полученном значении  $K_M$  для крана с номинальным грузом и произвольным положением тележки по пролёту. Так как длина тележки (вдоль пролёта) равна 4 м, то будем считать, что её центр может находиться в пределах значений  $2 \text{ м} < x < (L_{пролёта}-2)$  м. Для получения картины прогиба удобно воспользоваться быстро сходящимся тригонометрическим рядом [5]

$$y = a_1 \cdot \sin \frac{\pi \cdot x}{L_{пролёта}} + a_2 \cdot \sin \frac{2\pi \cdot x}{L_{пролёта}} + a_3 \cdot \sin \frac{3\pi \cdot x}{L_{пролёта}} + \dots = \frac{2mg \cdot L_{пролёта}}{E \cdot J_x \cdot \pi^4} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \cdot \sin \frac{n\pi \cdot x_T}{L_{пролёта}} \cdot \sin \frac{n\pi \cdot x}{L_{пролёта}} \quad (2)$$

где  $mg$  – суммарная нагрузка от веса тележки, груза и физической массы моста,  $m_{моста}$ ;

$x_T$  – координата размещения тележки по длине моста;

$x$  – текущая (рассматриваемая) координата точки моста;

$n$  – выбираемое количество членов ряда (при использовании только одного члена погрешность составляет около 1,5 %).

Результаты расчета прогиба моста при  $m_{тележки}=40$  тонн,  $m_{груза}=80$  тонн и  $m_{моста}=0$  тонн (она мало влияет на суммарный прогиб) приведены на рис.2. Из рис.2 видно, что в наихудшем случае – при размещении номинального груза в середине пролёта – прогиб моста составляет несколько более 2 см, а при размещении тележки в крайнем правом положении максимальный прогиб уменьшается до 1 см. Эти значения достаточно характерны для кранов с повышенной жёсткостью моста, так как составляют не более  $0,02/15=1/750$ . Если учесть распределенную массу моста, то результаты незначительно изменятся в большую сторону. Так, для сравнения на рис. 3 показаны формы кривых прогнутого моста только под действием его распределенной массы - (кривая 1), невесомого моста под действием веса тележки с номинальным грузом в середине пролёта (кривая 2) и их сумма (кривая 3).

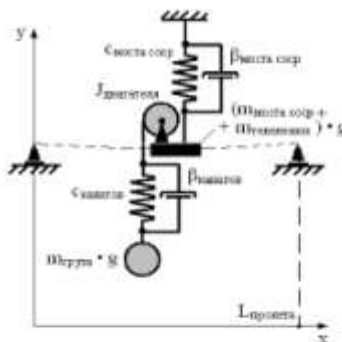


Рис. 1

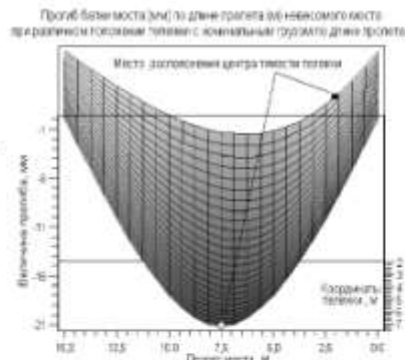


Рис. 2

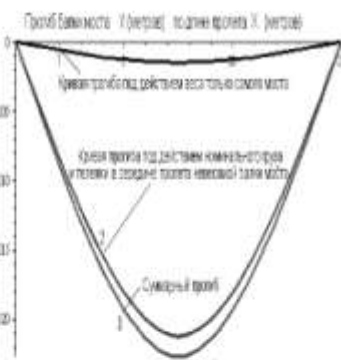


Рис. 3

Сведем распределенную массу моста к сосредоточенной для получения её значения, которое можно было бы использовать при моделировании и синтезе САР. Отметим, что эта масса не будет неизменной. Она зависит от координаты тележки, если исходить из равенства частот возбуждаемых в системе упругих колебаний, что и следует делать.

Частота первой гармоники колебаний собственно моста (без тележки и груза) согласно [7] равна:

$$f_1 = \frac{\pi^2}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot J_k}{m_{\text{моста}} \cdot L_{\text{пролёта}}^3}} = 14,73 \text{ Гц} . \quad (3)$$

Та же частота согласно [8], при дискретизации моста по длине пролёта на  $n=100$  масс равна:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{12 \cdot E \cdot J_k \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{n+1}\right) - 1\right]^2}{\frac{m_{\text{моста}}}{n} \cdot \left(\frac{L_{\text{пролёт}}}{n}\right)^3 \cdot \left(2 + \cos\frac{\pi}{n+1}\right)}} = 14,44 \text{ Гц} . \quad (4)$$

Частоты  $f_1$  и  $f_2$  практически совпадают и являются основой для последующей проверки корректности цифровой модели.

Однако эти формулы не позволяют рассчитать коэффициент жёсткости конструкции с учетом массы тележки и груза. Поэтому воспользуемся методикой расчета частот и масс по Донкерлею [6]. Так, при сведении распределенной массы собственно балок моста ( $m_{\text{моста}}=13140$  кг) к одной сосредоточенной массе в середине пролёта с учётом рассчитанного значения жёсткости  $K_m=0,55 \cdot 10^8$  при той же дискретизации моста на  $n=100$  масс получим:

$$m_{\text{моста согр}} = \frac{K_m \cdot \frac{m_{\text{моста}}}{n} \cdot \sum_{r=0}^{n-1} \left[ \left( \frac{L_{\text{пролёта}}}{2n} + \frac{L_{\text{пролёта}}}{n} \cdot r \right)^2 \cdot \left( L_{\text{пролёта}} - \frac{L_{\text{пролёта}}}{2n} - \frac{L_{\text{пролёта}}}{n} \cdot r \right)^2 \right]}{3 \cdot E \cdot J \cdot L_{\text{пролёта}}} \quad (5)$$

Тогда согласно (5)  $m_{\text{моста согр}} = 7009$  кг, а частота колебаний такого моста с его сосредоточенной массой:

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_m}{m_{\text{моста согр}}}} = 14,16 \text{ Гц} \quad (6)$$

Таким образом, полученное значение сосредоточенной массы моста  $m_{\text{моста согр}} = 7009$  кг обеспечивает хорошее совпадение частот колебаний  $f_1 \approx f_2 \approx f_3$  и такое значение массы можно в дальнейшем использовать в модели.

Если к массе  $m_{\text{моста согр}}$  добавить массу тележки и номинального груза, то получим следующие значения частот упругих колебаний:

$$f_4 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_m}{m_{\text{моста согр}} + m_{\text{тележки}}}} = 5,47 \text{ Гц} , \quad f_5 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{K_m}{m_{\text{моста согр}} + m_{\text{тележки}} + m_{\text{груза}}}} = 3,32 \text{ Гц} .$$

Отметим, что частота  $f_5$  получается при условии пренебрежения упругостью грузовых канатов, то есть практически при полностью поднятом крюке с грузом.

Формулы (1) и (5) вводятся непосредственно в SIMULINK-модель крана. Применение другой пары формул (1) и (2) даёт близкий количественный результат при приведении распределенной массы моста к сосредоточенной, так как исходя из закона Гука

$$m_{\text{моста согр}} = K_m \cdot y / g = 7906 \text{ кг} .$$

Коэффициент жёсткости канатов будем рассчитывать, исходя из типового значения величины относительного удлинения  $\varepsilon=0,001$  при номинальном грузе. Так как по закону Гука  $m_{\text{груза ном}} \cdot g = EF \cdot \varepsilon$ , то

$$EF = \frac{m_{\text{груза ном}} \cdot g}{\varepsilon} = \frac{80000 \cdot 9,81}{0,001} = 7,85 \cdot 10^8 \text{ Н} .$$

При максимальной длине каната  $L=15$  м (груз на земле), получим коэффициент жёсткости канатов

$$K_{\text{кан}} = \frac{EF}{L} = 0,52 \cdot 10^8 \text{ Н/м} ,$$

что близко к изгибной жёсткости моста, и это является характерным соотношением для кранового механизма.

Отметим, что представленные расчёты значений параметров являются приближенными, поскольку они ориентированы на построение модели крана с частотными характеристиками, близкими к известным промышленным образцам и предназначены для оценивания возможности построения САР с модальным регулятором. Уточненные значения параметров можно получить по стандартным машиностроительным методикам, например [4], или на заводе – изготовителе.

### 2.3 Разработка структурной схемы модели ЭП механизма подъёма

Задачи построения модели в основном поставлены в п.2.1. Уточним и дополним их с учётом необходимости последующего решения задачи синтеза САР.

В процессе подъёма (опускания) груза длина каната изменяется. Соответственно, в модель должен быть введён изменяющийся параметр, и в дальнейшем она должна рассматриваться как объект с переменными параметрами. Однако, поскольку процессы в замкнутых контурах регулирования ЭП и процесс изменения длины каната – разнотемповые, синтезируемая САР может рассматриваться как адаптивная с медленно меняющимися

параметрами в объекте регулирования и, соответственно, в модальном регуляторе, коэффициенты которого должны рассчитываться и корректироваться в динамике в функции длины каната.

Естественным для ЭП подъёма является наложение тормоза после окончания подъёма (опускания) груза и снятие тормоза одновременно с началом движения. Эта особенность работы тоже должна быть отражена в структурной схеме модели за счёт использования интегратора со сбросом и принудительным заданием нулевых начальных условий по достижении скорости двигателя некоторой наперёд заданной малой величины. Следует отметить, что такая особенность переводит САР ЭП в класс систем с переменной структурой, что может весьма неблагоприятно сказаться на работе САР с модальным регулятором, а значит, требует проверки моделированием.

В процессе подъёма груза с земли электропривод в начале преодолевает только вес грузозахватного устройства (2 тонны), после выбора слабейших канатов имеет место резкий рывок, в ходе которого упругое усилие каната возрастает при неподвижном (зашемленном) грузе, превышает его вес и отрывает груз от опоры. Это приводит к заметным изгибным колебаниям (10-30 колебаний) балки моста и продольным – канатов с повисшим грузом. Наличие отмеченных трёх переключающихся кинематических схем характеризует кран как систему с резко переменными параметрами (либо с переменной структурой), а поскольку модальные регуляторы не рассчитаны на применение в таких системах, то аналогично влиянию тормоза на динамику САР, последняя должна быть проверена моделированием.

Синтезировать модальный регулятор нужно так, чтобы он придавал системе астатизм по возмущающему воздействию (от веса груза), а поэтому, кроме типовых обратных связей по переменным состояния объекта необходимо ввести дополнительный ПИ-регулятор скорости, внешний по отношению к регулятору скорости СПР собственно асинхронного привода с векторным управлением.

Необходимо проверить объект регулирования на управляемость, поскольку электродвигатель, как источник механической энергии, размещен между двумя упругими связями (рис. 1), а это может создавать эффект неполной управляемости, как это, например, имеет место в двухконцевой схеме лифта [9]. Проверку на управляемость проведем после синтеза САР, оценив графики зависимости коэффициентов модального регулятора от длины каната  $L$ .

Подача задающего воздействия на САР ЭП механизма подъёма должна быть произведена ступенчато для оценки динамических свойств системы и далее – от датчика интенсивности для иллюстрации её поведения в рабочем режиме. В обоих случаях вначале должен быть промоделирован процесс прогиба моста под его собственным весом до успокоения изгибных колебаний.

Структурная схема модели ЭП механизма подъёма, разработанная с учетом всех вышеуказанных условий, представлена на рис.4. Она позволяет промоделировать процессы в системе с типовой настройкой асинхронного привода с векторным управлением при  $K_{M_i}=0$  (при обнуленных коэффициентах модального регулятора) и в системе с модальным регулятором поперх векторного управления.

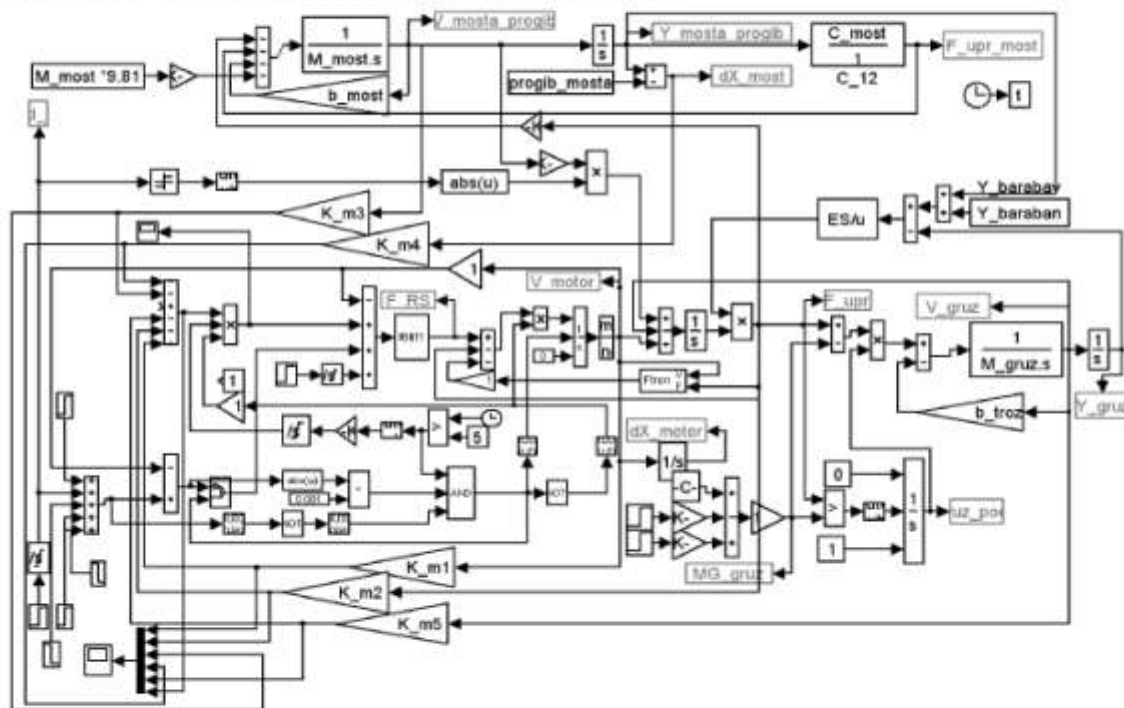


Рис.4

В качестве базовой корневой настройки принято биномиальное распределение корней, которое удобно тем, что хорошо визуализирует корректность проведения всей процедуры синтеза. Значения коэффициентов модального регулятора получены в ходе применения разработанной вычислительной процедуры в пакете Maple. Один из них в качестве образца представлен ниже:

$$K_{s4} = -M_{motor} * (-C_{most} * 2 * b_{troz} * L_{gruz} * b_{most} * 2 * \alpha * \omega_0 * M_{most} + C_{most} * 3 * L_{gruz} * 2 * b_{most} * \alpha * \omega_0 * M_{most} - 2 * C_{most} * 3 * b_{troz} * L_{gruz} * b_{most} * M_{gruz} * M_{most} - C_{most} * 3 * L_{gruz} * 2 * b_{most} * 2 * C_{most} * 2 * b_{troz} * \alpha * \omega_0 * 2 * L_{gruz} * M_{gruz} * M_{most} * 2 * b_{most} - C_{most} * 3 * \alpha * \omega_0 * 2 * L_{gruz} * M_{gruz} * 2 * M_{most} * 2 * C_{most} * 3 * b_{troz} * L_{gruz} * M_{most} * 2 * \alpha * \omega_0 * M_{gruz} * C_{most} * 2 * b_{troz} * 2 * ES * M_{most} * 2 * C_{most} * 2 * b_{troz} * ES * M_{gruz} * M_{most} * b_{most} - C_{most} * 3 * ES * M_{gruz} * 2 * M_{most} - C_{most} * 4 * L_{gruz} * 2 * M_{most} - C_{most} * \alpha * \omega_0 * 5 * L_{gruz} * M_{gruz} * M_{most} * 4 * b_{troz} - C_{most} * \alpha * \omega_0 * 5 * L_{gruz} * 2 * M_{most} * 3 * b_{most} - C_{most} * 2 * M_{most} * 3 * b_{troz} * \alpha * \omega_0 * 3 * L_{gruz} * M_{gruz} * C_{most} * M_{ost} * 2 * M_{most} * 3 * \alpha * \omega_0 * 4 * L_{gruz} * 2 * C_{most} * M_{gruz} * M_{ost} * 4 * M_{gruz} * 2 * \omega_0 * 6 * L - b_{most} * M_{gruz} * M_{ost} * 4 * \omega_0 * 6 * L * b_{troz} - C_{most} * M_{ost} * 2 * b_{troz} * L * M_{gruz} * b_{most} * 3 * b_{most} * 2 * M_{gruz} * 2 * M_{ost} * 3 * \omega_0 * 6 * L - b_{troz} * 2 * M_{gruz} * M_{ost} * 4 * \omega_0 * 6 * L * b_{troz} * M_{gruz} * 2 * M_{ost} * 3 * \omega_0 * 6 * L * b_{most} * M_{gruz} * 3 * M_{ost} * 3 * \omega_0 * 6 * L * C_{most}) / (b_{troz} * 2 * M_{ost} - b_{most} * M_{gruz} * b_{troz} * M_{gruz} * 2 * C_{most}) / ES / C_{most} / K_{rs} * 1 / K_{moment} / M_{most} * 2;$$

Свободно варьируемое значение коэффициента усиления внешнего ПИ-регулятора скорости  $K_{s,pe}$  принято равным 1. Графики полученных динамических процессов показаны и прокомментированы на рис. 5.

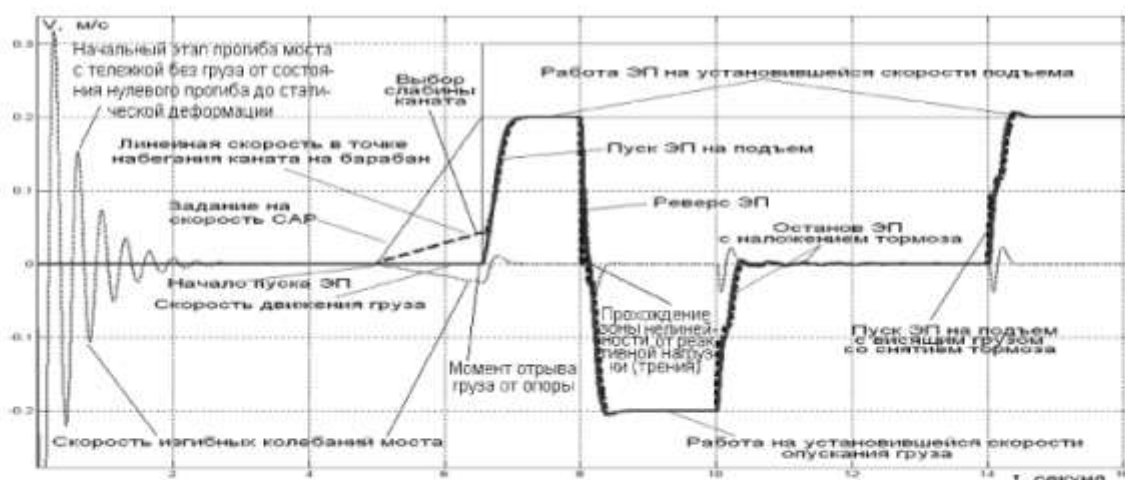


Рис. 5

### Выводы

1. Разработана модель электропривода подъема мостового KM8001.00.000 с учетом прогиба балки моста, упругости грузовых канатов, влияния наложения и снятия тормоза, динамики выбора слабину каната от нулевого натяжения до отрыва груза от опоры и изменения коэффициента жесткости канатов в ходе перемещения груза.

2. Для линейного варианта схемы (без учета указанных нелинейностей) синтезирован модальный регулятор, подавляющий упругие колебания, и на модели показана его работоспособность в нелинейной САР во всех режимах функционирования привода подъема крана.

### Литература

- 1 Osichev A.V., Korolyova O.V. On design of traveling overhead crane 3-dimensional model with anti-swing control system and its dynamics analysis.// Ресн. міжвід. наук.-техн. зб. «Електромашинобудування та електрообладнання». – Київ: «Техніка», – 2006. Вип. № 66. – С. 141-142.
- 2 Осичев А.В., Королева О.В. Сравнительная оценка лимитирующих факторов предельно допустимого быстродействия электроприводов механизмов перемещения мостового крана с регуляторами состояния. Сборник научных трудов Днепропетровского государственного университета (технические науки). Тематический выпуск «Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика»/Днепропетровск: ДГТУ, 2007. – С. 136-140.
- 3 Иванченко Ф. К. Конструкция и расчет подъемно-транспортных машин. – К.: Головное издательство издательского объединения «Вища школа», 1983. – 349 с., ил.
- 4 Шабашов А.П. Лысяков А.Г. Мостовые краны общего назначения. – М.: Машиностроение, 1980. – 304 с.
- 5 Тимошенко С.П. Сопротивление материалов. Том 1. – М.: Физматгиз, 1960. – 380 с.
- 6 Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Политехника. 1990. – 292 с., ил.
- 7 Бидерман В. Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М.: Высш. Школа. 1980. – 408 с.
- 8 Справочник машиностроителя в шести томах. Том 3. /под ред. С.В. Серенсена. – М.: Машигиз, 1955. – 563 с.