

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ЭФФЕКТИВНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ  
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ВЯЗКИМ ТРЕНИЕМ**

К настоящему времени опубликовано значительное число работ, посвященных проблеме обеспечения устойчивости (стабилизации) электромеханических систем (ЭМС) с отрицательным вязким трением (ОВТ) [1]. Тем не менее, эта проблема остается актуальной, а полученные в ходе ее решения результаты и выводы зачастую нуждаются в обобщении и уточнении. Так, в работе [2] решается задача устойчивости замкнутых двухмассовых систем с ОВТ, характеризуемых четверкой задаваемых обобщенных параметров объекта управления  $\{T_{M1}^*, \gamma, \nu, b\}$  [3, 4]. Существенная часть выводов этой и ряда других, аналогичных по тематике, работ можно назвать не вполне определенными. Из них не всегда ясно, почему дается именно такое значение границы области параметров системы, а не близкое, но другое (например, почему область эффективности стабилизирующего регулятора определяется неравенством  $T_{M1}^* > 15..20$ , а не  $T_{M1}^* > 18$ ). Имеющиеся численные оценки иногда характеризуют скорее порядок величины, а не их точные значения. Зачастую предлагаемые решения и рекомендации эвристичны и формулируются с использованием таких выражений как «более предпочтительно», «обычно», «в большинстве случаев». То есть недостатком даваемых рекомендаций по синтезу устойчивых систем является некоторая их нечеткость и субъективность, затрудняющая, например, их верификацию. Обычно отсутствует формальная процедура получения заключений и рекомендаций. По одним и тем же данным исследования можно получить хотя и близкие, но не идентичные выводы, нет стопроцентной воспроизводимости результатов исследований.

Объясняется это не неопределенностью или погрешностью результатов, а их сложной зависимостью от большого числа влияющих факторов и вынужденным упрощением этой зависимости для сравнения и обобщения результатов. Как и всегда, сравнительный анализ здесь связан с определенным уровнем абстрагирования от конкретного и допускает множественность вариантов рассмотрения.

Другая причина состоит в том, что сравниваются границы областей пространства параметров, то есть, по сути, геометрические объекты, а сравнение таких объектов более сложных, чем точка и отрезок, представляет собой извечную проблему. Так, топографы давно заметили, что при достаточной изрезанности береговой линии измеренная длина этой линии зависит от средства измерения, например, длины линейки.

Еще одна причина появления выводов, названных выше не вполне определенными, это необходимость получения простых критериев проверки принадлежности точек к заданным параметрическим областям. Такие критерии необходимы для их применения в инженерной практике. При этом предпочтительны простые критерии вида  $S=F(x_1)$ , где  $S$  принимает логические значения (истина, ложь), в то время как действительные зависимости весьма сложны -  $S=F(x_1, x_2, x_3, x_4, \dots)$ , где  $S$  может быть не двузначной, а многозначной величиной.

Кроме того, в инженерной практике обычно применяются итерационные методы проектирования, и проектные решения принимаются сначала в первом приближении, а затем многократно уточняются. И на момент выбора первого приближения не все аргументы функциональной зависимости уже определены (например, механическая часть ЭМС определена, а относительно выбора электрической части решение еще не принято).

Задача усложняется тем, что функциональная зависимость может не иметь аналитического выражения, например, вследствие использования численных методов локальной оптимизации при синтезе стабилизирующего регулятора. Тогда результаты синтеза и анализа заведомо не обладают высокой степенью общности и не дают непрерывных границ параметрических областей, в отличие от таких методов как D-разбиение. В результате не все точки выделенной области параметров имеют назначенные для области в целом свойства.

Для преодоления указанных сложностей может применяться статистическая проверка эвристических выводов. Процедура проверки состоит в следующем:

- а) проводим синтез и анализ ЭМС, отмечая параметрические области устойчивости и показателей качества;
- б) по результатам визуального анализа областей выдвигаем эвристическую гипотезу о зависимости свойств системы от заданных параметров;
- в) проводим многократные испытания, подвергая гипотезу статистической проверке.

Неопределенность заключений при этом не устраняется, но конкретизируется, указывается ее «размер» в терминах статистики – математическое ожидание, дисперсия и т.п.

Поэтому предпочтительным представляется другой подход, устраняющий элементы субъективности визуального анализа. Состоит он в следующем:

- а) проводим синтез и анализ системы, отмечая их результаты точками пространства параметров;
- б) применяем формальную процедуру классификации точек методами кластерного анализа, широко используемых в прикладной статистике и компьютерной дисциплине, получившей название Data Mining [5].

Эту методику можно полностью автоматизировать, практически исключив субъективизм в оценках и гарантировав возможность верификации результатов.

Сам термин кластеризация (англ. data clustering) означает задачу разбиения заданной выборки (множества)

объектов (данных) на непересекающиеся подмножества - кластеры, так, чтобы каждый кластер состоял из схожих объектов, а объекты разных кластеров существенно отличались. Алгоритм кластеризации ставит в соответствие каждому объекту номер кластера. Задача классификации является разновидностью задачи кластеризации, отличаясь тем, что объект помещается в наиболее подходящий из уже существующих кластеров.

Таким образом, задачу выделения областей устойчивости, представленных множествами отдельных точек пространства параметров, предлагается решать как задачу кластеризации, при решении которой каждой точке ставится в соответствие номер кластера, рассматриваемого как искомая область устойчивости. Критерием близости точек служит их геометрическая близость, определяемая, например, евклидовым расстоянием. Для пояснения данной методики рассмотрим конкретный пример. Поставим задачу оценки эффективности введения в двухмассовую ЭМС с ОВТ, представленную в обобщенных параметрах, жесткой обратной связи по упругому моменту с целью расширения области устойчивости по параметру  $b$ , характеризующему наклон линеаризованной характеристики фрикционной нагрузки  $M_c^*(p) = b \cdot \omega_2^*(p)$ , где  $M_c^*(p)$  – момент сопротивления,  $\omega_2^*(p)$  – скорость второй массы. Значение коэффициента обратной связи оптимизируем по критерию максимального увеличения области устойчивости по параметру  $b$ , то есть будем искать максимум отношения  $b_{\min}/b_{\max}$ , где  $b_{\min}$  – граница устойчивости замкнутой системы,  $b_{\max}$  – граница устойчивости разомкнутой системы. Усложняя задачу анализа, отберем только решения, для которых  $b_{\min}$  не менее чем на порядок превышает по модулю  $b_{\max}$ , например,  $b_{\min}/b_{\max} > 15$ .

Процедура исследования состоит в следующем:

1. Выбираем сочетания значений параметров объекта  $\{T_{M1}^*, \gamma, \nu\}$  для синтеза и анализа. Желательно применять не случайные, а оптимальные равномерно распределенные сочетания, используя, например, ЛП, последовательности [6], обеспечивающие даже при небольшом числе точек их существенно более равномерное и предсказуемое распределение в пространстве, по сравнению со случайным выбором точек или выбором их на прямоугольной сетке. Разницу в распределении пятидесяти точек разными способами демонстрирует рис. 1.

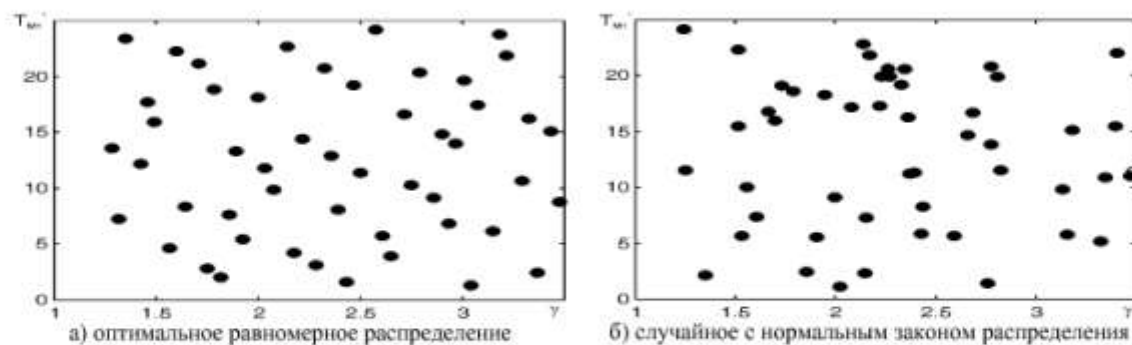


Рис. 1

2. Для каждого выбранного сочетания оптимизируем значение коэффициента обратной связи;

3. Определяем устойчивость синтезированной замкнутой системы, отмечая в пространстве параметров точки соответствующие желаемым свойствам системы – в данном случае точки для которых  $b_{\min}/b_{\max} > 15$ . Пример результата этой операции показан на рис 2, где точки – это исследованные сочетания параметров, окружности – сочетания, соответствующие заданному свойству системы. Видно, что последние не образуют непрерывные области простой конфигурации. Визуально определить, сколько областей следует выделить и какие именно точки к ним относятся, достаточно сложно. Отметим, что параметр  $\nu$  здесь во внимание не принимается, от его значений при анализе полученных результатов синтеза мы абстрагируемся;

4. Методом кластеризации, например, методом k-средних, определяем кластеры (группы) взаимно близких в пространстве точек, соответствующих системам с интересующими нас свойствами. Занимаемое каждым выделенным кластером пространство образует одну из искомым параметрических областей. Полученную картину кластеров можно рассматривать как графическую диаграмму свойств системы.

Число кластеров обычно можно задавать как входной параметр алгоритма кластеризации. Координаты центра каждого кластера и относящиеся к кластеру точки определяются автоматически в соответствии с алгоритмом кластеризации. Кроме координат центра определяется и максимальное расстояние от центра до точек кластера. Эти данные и должны использоваться как характеристики параметрических областей в выводах исследования и в рекомендациях для применения их в инженерной практике.

Следует иметь в виду, что применение разных методов кластеризации и их разная настройка могут давать несколько различающиеся результаты. Например, классический метод k-средних для заданного числа кластеров, равного трем, выделил области, показанные на рис. 3,а. А усовершенствованный метод, использующий нечеткую логику – области, показанные на рис. 3,б. Но свойства методов известны, и ими можно руководствоваться при выборе метода. Кроме числа кластеров могут задаваться и другие параметры метода, такие как способ определения расстояния между точками пространства.

Методы кластеризации имеют многочисленные программные реализации, причем популярный в инженерной практике пакет Matlab в отличие от многих других областей знания здесь не является лидером. До недавнего времени его возможности в данной области вообще были скромными, и хотя в последних версиях они возросли, до сих пор многие методы кластеризации, присутствующие в других математических пакетах, прежде всего пакетах статистического анализа, в нем отсутствуют.

В целом, можно заключить, что преимуществами применения кластерного анализа параметрических областей исследуемых систем является простота методики автоматизированного анализа, объективность и воспроизводимость даваемых оценок.

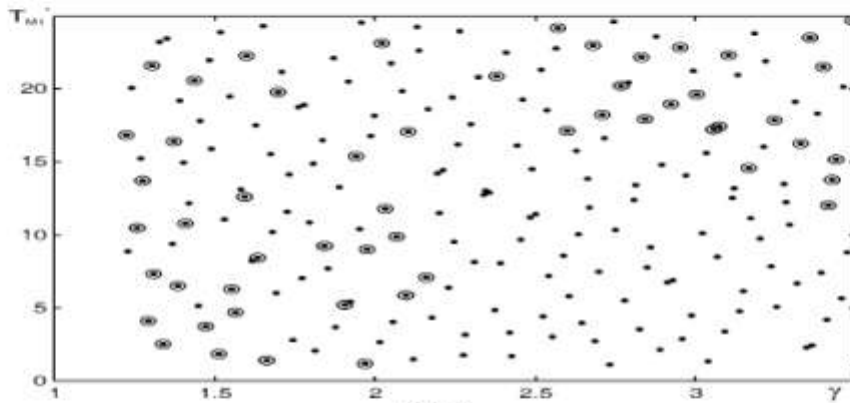


Рис. 2

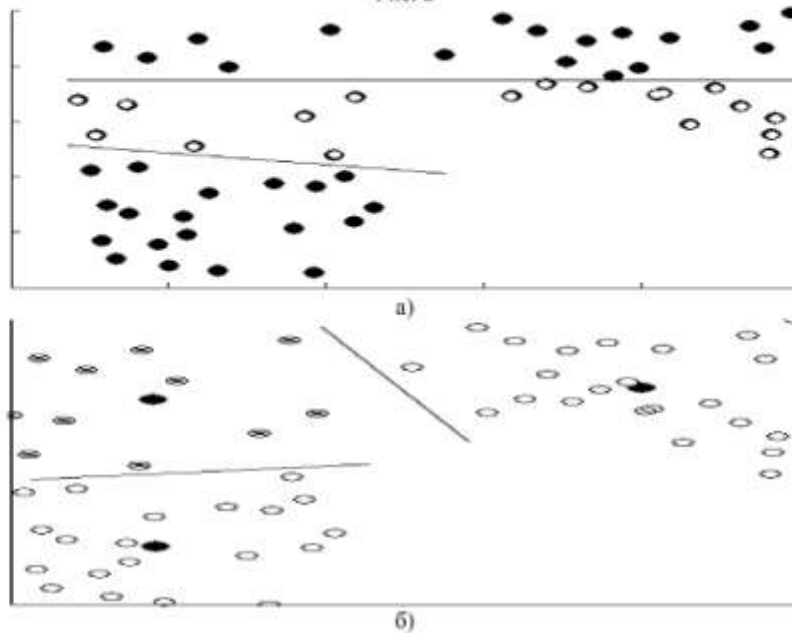


Рис. 3

**Литература**

1. Клепиков В. Б. О фрикционных автоколебаниях в электроприводах // *Электричество*. – 1986, №4. С.59-62;
2. Котляров В. О. Основанный на правилах синтез наблюдателей для систем с фрикционной нагрузкой // *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електроприводу. Теорія і практика». – Харків: НТУ «ХПІ», 2002, №12. – Т. 1, С. 138-141;
3. Клепиков В. Б., Осичев А. В. Особенности динамики электромеханической системы с упругой связью при нагрузке типа пара трения // *Изв. вузов. Электромеханика*, 1988, №3. С. 58-65;
4. Клепиков В. Б., Осичев А. В. Определение границ устойчивости электропривода с отрицательным вязким трением и с учетом упругости кинематической цепи // *Электричество*, 1989, №1. С.36-41;
5. Барсегян и др. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining, 2004;
6. Соболев И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Наука, 1981.