

Научно-технический центр магнетизма технических объектов  
Национальной академии наук Украины  
Национальный технический университет «ХПИ»  
Украинская инженерно – педагогическая академия

## МОДЕЛЬ ПЬЕЗОДВИГАТЕЛЯ КАК ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ РОБАСТНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

**Постановка проблемы, связь с научными и практическими задачами.** Применение пьезодвигателей в качестве точного канала многоканальных систем позволяет получать динамические характеристики многоканальных систем, недостижимых в одноканальных системах. В таких системах удастся получать переходные процессы длительностью менее 0,1 мс, обрабатывать задающие и компенсировать возмущающие воздействия в диапазоне частот свыше 1 кГц. При этом точности линейного позиционирования составляют 0,1 мкм, а точности углового позиционирования составляют сотые доли угловых секунд.

Исполнительные двигатели, изготовленные из пьезоэлектрических и магнитоэлектрических материалов, изменяют свои геометрические размеры под действием электрических и магнитных полей. Так как пьезодвигатели могут изменять свои размеры в ограниченном диапазоне перемещений, то их использование возможно лишь в качестве точных каналов многоканальных систем.

Пьезодвигатели как объект управления являются сильно колебательной системой с достаточно малым декрементом затухания  $\xi = 0,05 \div 0,005$ , так что время установления переходных процессов составляет около 0,1–0,4 с. В качестве примера на рис.1 показана экспериментальная переходная характеристика пьезодвигателя. При высокой частоте собственных механических колебаний пьезодвигателя  $\omega = 3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$ , его амплитудно-частотная характеристика на резонансной частоте имеет ярко выраженный выброс. В качестве примера на рис. 2 показана экспериментальная логарифмическая частотная характеристика пьезодвигателя, откуда видно, что на резонансной частоте выброс амплитудно-частотной характеристики составляет 30 дБ. Поэтому, для получения предельных точностных характеристик системы управления в математической модели пьезодвигателя необходимо учитывать его динамические характеристики как системы с распределенными параметрами, обладающей ярко выраженными резонансными характеристиками. Кроме того, пьезоэлектрические и пьезомагнитные двигатели являются нелинейными элементами, для которых, в первую очередь, присущи явления гистерезиса и нелинейности типа насыщение.

**Анализ последних достижений и публикаций по данной проблеме.** Вопросам проектирования двухканальных систем с пьезокомпенсаторами посвящено достаточно большое количество работ, однако универсальной математической модели пьезодвигателя до настоящего времени не существует. В работах [1-2] рассмотрены вопросы синтеза многоканальных систем робастного управления.

**Цель работы.** Целью данной работы является построение математической модели пьезодвигателя с учетом распределенных параметров как объекта робастного управления двухканальной системы.

**Изложение материала исследования, полученных научных результатов.**

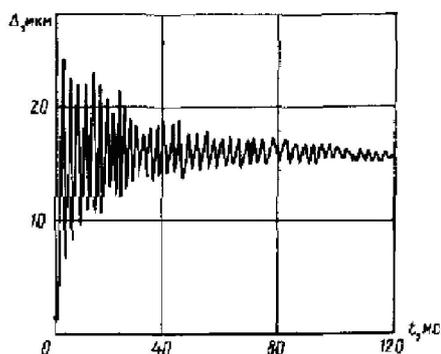


Рис. 1. Экспериментальная переходная характеристика пьезодвигателя

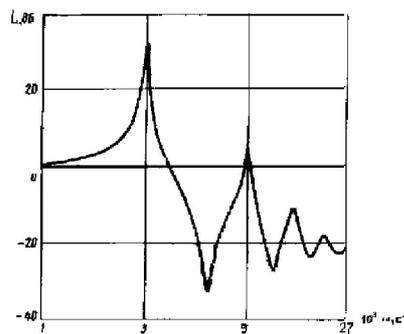


Рис. 2. Экспериментальная логарифмическая частотная характеристика пьезодвигателя

Рассмотрим математическую модель пьезодвигателя в виде стержня длиной  $l$  поперечного сечения  $S_0$ , массой  $m_k$ . Один конец стержня жестко закреплен на неподвижном основании, а к другому концу прикреплен инерционный груз массой  $m_0$ . Предполагается, что стержень обладает коэффициентом упругости  $K_{y0}$ . Тогда волновое уравнение свободных продольных колебаний однородного стержня с учетом потерь внутреннего

вязкого трения в форме Стокса примет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} - k \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 \Delta}{\partial X^2} \right) - C_{зв}^2 \frac{\partial^2 \Delta}{\partial X^2} = 0,$$

где  $X$  - координата, направленная вдоль оси стержня, отсчитываемая от места его заделки, м;  
 $C_{зв} = 1 \sqrt{K_y / m_k} = \sqrt{Y / \rho_m}$  - скорость звука в стержне, м/с;  $k$  - кинематическая вязкость материала двигателя, м<sup>2</sup>/с.

Такая модель может быть также использована и при описании пьезодвигателя, состоящего из большого числа активных элементов – шайб, соединенных последовательно для реализации заданного перемещения. В общем виде передаточные функции пьезодвигателя и магнестрикционного двигателя могут быть приведены к следующему виду:

$$W_{\Delta, c_{II}}(p) = \frac{K}{1 + T_M(\alpha\beta + 1/Q)p + T_M^2(1 + \beta/Q)p^2 + \beta T_M^3 p^3},$$

где  $\beta = T_J / T_M$  - отношение электромагнитной и электростатической постоянной времени к механической;  $K$  - эквивалентный коэффициент передачи двигателя. Для пьезоэлектрического двигателя  $K = K_0 / K_y$ , для пьезомагнитного  $K = K_0 / (K_y R_B)$ , м/В;  $Q$  - механическая добротность двигателя;  $\alpha = 1 / (1 - K_{ЭМ}^2)$  - для пьезоэлектрического и  $\alpha = 1 / (1 - K_{ММ}^2)$  - для пьезомагнитного двигателя. Особенностью пьезодвигателя, а также магнестрикционного двигателя как объекта управления является значительный резонансный пик на частоте собственных недемпфированных механических колебаний, соответствующих частоте  $\omega_p = 1 / T_M$  разработанной модели.

**Результаты моделирования.** В качестве примера на рис.3 показаны Переходные процессы в модели пьезодвигателя для различных значений  $\beta$ : 1 -  $\beta=1$ ; 2 -  $\beta=0,1$ ; 3 -  $\beta=5,0$ ; 4 -  $\beta=100$ . Полученная математическая модель активного упругого компенсатора как объекта управления многоканальной системы похожа на математическую модель двигателя постоянного тока независимого возбуждения, входом которого является напряжение на якорной цепи, а выходом является линейное либо угловое перемещение. Однако, в отличие от математической модели двигателя постоянного тока независимого возбуждения, в математической модели активного упругого компенсатора, кроме жесткой обратной связи по скорости вращения имеется жесткая и гибкая обратные связи по перемещению. Фактически данная модель соответствует двухмассовой электромеханической системе с учетом особенностей пьезодвигателя как объекта управления с распределенными параметрами.

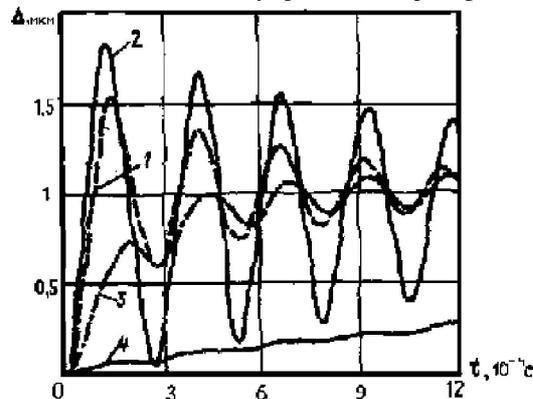


Рис. 3. Переходные процессы в модели пьезодвигателя для различных значений  $\beta$  :

1 -  $\beta=1$ ; 2 -  $\beta=0,1$ ; 3 -  $\beta=5,0$ ; 4 -  $\beta=100$

**Выводы из приведенного исследования, перспективы этого направления.** Таким образом, в данной работе разработана математическая модель активного упругого компенсатора как объекта управления двухканальной системы. Получены основные уравнения динамики активного упругого компенсатора как объекта управления с распределенными параметрами.

#### Литература.

1. Никитина Т.Б. Синтез нелинейных многоканальных систем повышенной точности/Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. Кременчуг.- 2005. №4/2005 (33). С. 39 – 42.
2. Никитина Т.Б. Робастное управление многоканальными итерационными электроприводами по  $H^2$  и  $H^\infty$  критериям. Електромашинобудування та електрообладнання. Міжвідомчий науково – технічний збірник. Одеса - 2006. Випуск №67. С. 13 – 17.