

УСТАЛЕНІ РЕЖИМИ І СТАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ З ЕКРАНОВАНИМИ ПОЛЮСАМИ

Вступ. Для проектування асинхронних двигунів з екранованими полюсами (АДЕП), які завдяки свої простоті у виготовленні і високій надійності використовуються в засобах систем автоматики й побутовій техніці, та систем керування ними необхідно з метою оптимізації геометричних розмірів та обмоткових даних виконувати багатократно розрахунок усталених режимів, а також статичних характеристик, серед яких найбільш важливіми є залежності електромагнітного моменту і струмів контурів від ковзання.

АДЕП має магнітну та електричну несиметрію, що ускладнює аналіз процесів в ньому. Пакет статора виготовляється з явновираженими полюсами, на яких розміщена зосереджена обмотка збудження, яка живиться змінною синусоїдною напругою, а частина кожного полюса охоплена короткозамкненим витком. Ротор – циліндричний з шихтованим магнітопроводом і короткозамкненою обмоткою. Крім того, між полюсними наконечниками розміщені магнітні шунти у вигляді пакетів з листової сталі. З зазначених причин, на відміну від симетричних трифазних машин, де шляхом перетворення координат в усталеному режимі рівняння електричної рівноваги зводяться до нелінійних алгебричних, усталені режими роботи АДЕП є динамічними, а рівняння, які описують електромагнітні процеси, неможливо звести до алгебричних [3]. Це суттєво ускладнює розрахунок стаціонарних процесів.

Відомі [1,2] методи розрахунку мають в своїй основі низку спрощуючих припущень, необхідність яких зумовлена складністю аналізу процесів в АДЕП із-за електричної та магнітної несиметрії статора. Застосування загальної теорії електричних машин для аналізу процесів у АДЕП дає лише якісну картину явищ, а тому потребує перевірки прийнятих конструктивних рішень за допомогою натурних експериментів, що не може задовольняти сучасним вимогам до їх проектування. Отже, дослідження усталених режимів і статичних характеристик АДЕП методами математичного моделювання має важливе значення.

Досягнути точності результатів розрахунку, яка б давала змогу відмовитись від натурних експериментів, на підставі використання простих математичних моделей АДЕП неможливо. Для отримання достовірних результатів розрахунку математична модель АДЕП повинна з достатньою точністю враховувати насичення магнітопроводу, несинусоїдний характер намагнічувальних сил обмоток тощо. Врахування насичення за допомогою усереднених коефіцієнтів [2] не дає змогу врахувати локальні насичення ділянок магнітопроводу, а це відбивається на точності розрахунку режимів роботи АДЕП, особливо динамічних. Польові математичні моделі, які дають змогу враховувати всі ці чинники, досить складні, тому компромісним є коловий підхід до розрахунку магнітного поля в повітряному проміжку з високим рівнем деталізації магнітопроводу. Метою статті є розроблення алгоритмів розрахунку усталених процесів і статичних характеристик АДЕП на основі використання математичної моделі двигуна високого рівня адекватності.

Суть методу. В розробленій математичній моделі двигуна магнітопровід представлений розгалуженою заступною схемою (рис. 1) з високим рівнем його деталізації [4], в якій ротор розбитий на $2s$ секторів (по s секторів на полюсну поділку), з яких: k секторів знаходяться під магнітним шунтом; m секторів – під пазом, в якому розміщений короткозамкнений виток; l секторів – під екранованою частиною полюса; n секторів – під неекранованою частиною полюса. На наведеній на рис.1 схемі прийнято: $k=2$, $l=2$, $m=1$, $n=3$, $s = k + m + l + n = 8$. Математична модель АДЕП складається з рівнянь електричної рівноваги контурів та рівнянь, які описують його магнітне коло [4], що дає змогу обчислювати електромагнітні параметри АДЕП з урахуванням насичення магнітопроводу. Ефективність алгоритму розрахунку залежить в значній мірі від вибору координатних осей. Електромагнітні процеси в АДЕП можна описати мінімальною кількістю рівнянь з достатньою для практики точністю в системі ортогональних осей d , q , які нерухомі відносно статора, якщо короткозамкнену обмотку ротора замінити двома еквівалентними обмотками, розташованими по цих осях у відповідності з загальноприйнятою методикою [6]. У такому разі контури статора фізичні, а заміна симетричної обмотки ротора не призводить до суттєвої втрати точності результатів розрахунку.

Диференціальні рівняння (ДР) електричної рівноваги за таких перетворень мають вигляд

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \Omega \vec{\psi} + R\vec{i} + \vec{u}(t), \quad (1)$$

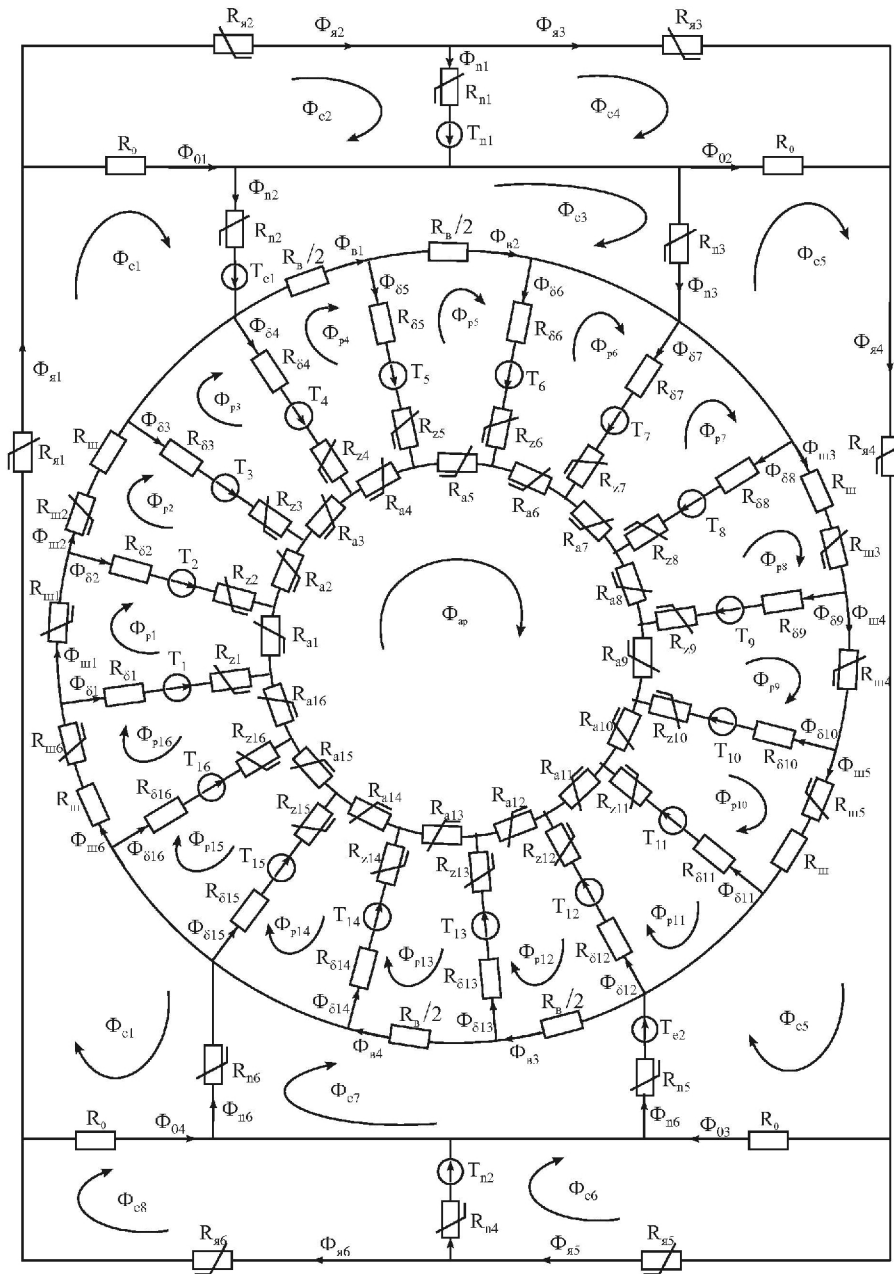


Рис. 1.

де $\vec{\psi} = (\psi_f, \psi_k, \psi_d, \psi_q)^T$; $\vec{i} = (i_f, i_k, i_d, i_q)^T$ – вектори потокозчеплень та струмів обмотки збудження (f), короткозамкненого витка (k) та поздовжнього (d) і поперечного (q) еквівалентних контурів ротора; $\vec{u}(t) = (U_m \sin \omega_0 t, 0, 0, 0)^T$ – вектор прикладених напруг, в якому U_m , ω_0 – амплітуда та циклічна частота напруги живлення, а верхній індекс “т” означає транспонування;

$$R = \begin{bmatrix} r_f & & & \\ & r_k & & \\ & & r_d & \\ & & & r_q \end{bmatrix}; \quad \Omega = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \omega \\ & & -\omega & \end{bmatrix};$$

ω – виражена в електричних радіанах за сек. швидкість обертання ротора.

Потокозчеплення контурів визначаються за формулами

$$\psi_d = \frac{4}{\pi} w \sum_{i=1}^s \Phi_{\delta i} \cos \gamma_i; \quad \psi_q = \frac{4}{\pi} w \sum_{i=1}^s \Phi_{\delta i} \sin \gamma_i; \quad \psi_f = 2w_f \Phi_{n1}; \quad \psi_k = 2\Phi_{n2}$$

де w_j , w – кількості витків обмотки збудження та еквівалентної обмотки ротора; Φ_{di} – значення магнітного потоку в точці повітряного проміжку з кутовою координатою γ_i , яка визначає положення j -го елемента активної зони відносно осі d ; Φ_{n1} , Φ_{n2} – магнітні потоки, які протікають в полюсі та екранованій його частині відповідно.

Рівняння магнітного стану АДЕП записані на основі законів Кірхгофа для магнітних кіл, мають вигляд [4]

$$P\vec{\Phi} = 0; \quad \Gamma\vec{F}(\vec{\Phi}) = \Gamma\vec{T}(\vec{i}) \quad (2a, б)$$

де P , Γ – матриці інцидентій графа магнітного кола (рис. 1);

\vec{F} , $\vec{\Phi}$ – вектори-стовпці спадів магнітних напруг та магнітних потоків у вітках магнітного кола;

$\vec{T}(\vec{i})$ – діагональна матриця намагнічувальних сил, які визначаються за формулами:

$$T_{n1} = T_{n2} = w_j i_f \quad \text{– для обмотки збудження;}$$

$$T_{s1} = T_{s2} = i_k \quad \text{– для короткозамкненого витка;}$$

$$T_{pj} = 2w(i_d \cos \gamma_j + i_q \sin \gamma_j) / \pi p, \quad (j = \overline{1, 2s}) \quad \text{– для } j\text{-го сектора обмотки ротора, де } p \text{ – кількість пар полюсів.}$$

За відомим значенням вектора \vec{i} струмів вектор $\vec{\Phi}$ магнітних потоків визначається з рівнянь (2) ітераційним методом Ньютона, згідно з яким його $(l+1)$ -е наближення обчислюється за формулою

$$\vec{\Phi}^{(l+1)} = \vec{\Phi}^{(l)} - \Delta\vec{\Phi}^{(l)},$$

де приріст $\Delta\vec{\Phi}^{(l)}$ магнітних потоків визначається з системи рівнянь
$$\begin{vmatrix} P \\ \Gamma R_m^{(l)} \end{vmatrix} \Delta\vec{\Phi}^{(l)} = \begin{vmatrix} P\vec{\Phi}^{(l)} \\ \Gamma F^{(l)} - \Gamma W \vec{i}^{(l)} \end{vmatrix},$$

в якій $R_m^{(l)}$ – матриця диференціальних магнітних опорів елементів магнітного кола двигуна, які визначаються шляхом диференціювання відповідних кривих намагнічування.

В усталеному режимі внаслідок живлення обмотки збудження синусоїдною напругою, навіть при постійному моменті навантаження, вектори потокозчеплень $\vec{\Psi}$ та струмів \vec{i} контурів є періодичними функціями часу, що зумовлює періодичність зміни електромагнітного моменту, причому період визначається частотою напруги живлення. Отже періодичним буде і закон зміни ковзання s ротора, яке визначається з рівняння динаміки ротора

$$\frac{ds}{dt} = \frac{p_0}{\omega_0 J} M_c - \frac{3p_0^2 \omega J}{2} (\Psi_d i_q - \Psi_q i_d), \quad (3)$$

де J – момент інерції рухомих частин; p_0 – кількість пар полюсів, M_c – момент статичного навантаження на валу двигуна.

Утворивши вектори $\vec{y} = (\vec{\Psi}, s)^T$, $\vec{x} = (\vec{i}, s)^T$, у яких координата s спільна, систему ДР (1), (3), яка описує стаціонарний режим при заданому моменті M_c на валу АДЕП можна представити одним векторним рівнянням вигляду

$$\frac{d\vec{y}}{dt} = \vec{Z}(\vec{y}, \vec{x}, \vec{u}, M_c, t). \quad (4)$$

Розв'язком системи (4) є не сукупність координат (струмів, потокозчеплень, ковзання), а їх періодичні функціональні залежності впродовж періоду.

Розрахувати періодичний режим можна еволюційним методом шляхом чисельного інтегрування системи ДР (4) до практичного усталення за деяких початкових умов. Однак застосовувати метод усталення для розрахунку стаціонарних режимів, і тим більше статичних характеристик, недоцільно з багатьох міркувань. Найбільш ефективний спосіб отримання періодичного розв'язку – це розв'язування крайової задачі для системи ДР (4) з періодичними крайовими умовами, який дає змогу розв'язати задачу без розрахунку перехідного процесу. Для цього необхідно скористатись одним із проєкційних методів, апроксимуючи шуканий розв'язок так званими базовими функціями. Зокрема, в роботі [5] вибрано як базові сплайн-функції третього порядку. При цьому розрахунок здійснюється за наступним алгоритмом.

Апроксимуючи кожен з координат вектора \vec{y} на сітці вузлів періоду кубічним сплайном, отримуємо алгебричний аналог системи ДР (4) у вигляді

$$H\vec{Y}(\vec{X}) - \vec{Z}(\vec{Y}, \vec{X}, \vec{U}, \vec{M}) = 0, \quad (5)$$

де H – квадратна матриця розміру $5N$, елементи якої визначаються виключно сіткою вузлів;

$$\vec{Y} = (\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_N)^T; \quad \vec{Z} = (\vec{z}_1, \dots, \vec{z}_N)^T; \quad \vec{U} = (\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_N)^T; \quad \vec{M} = (\vec{M}_c, \dots, \vec{M}_c)^T \quad \text{– вектори, складені зі значень}$$

відповідних векторів в N вузлах періоду.

Оскільки система (5) нелінійна, її розв'язування здійснюється ітераційним методом Ньютона. Для знаходження початкового наближення вектора невідомих, яке знаходиться в зоні притягання ітераційного процесу, використовується метод продовження по параметру, суть якого полягає в покроковому нарощуванні вимушуючих сил пропорційно до деякого параметра або методом диференціювання по параметру [7], суть якого полягає в переході від скінченних рівнянь (5) до диференціальних. Однак в системі (5) вимушуючою дією (збуренням) є вектори вузлових значень прикладеної напруги та моменту навантаження. Очевидно, що одночасно нарощувати напругу живлення та момент навантаження пропорційно до деякої координати неможливо, оскільки ці величини зв'язані між собою нелінійно. Тому задачу розрахунку стаціонарного періодичного режиму необхідно розв'язувати в два етапи в наступній послідовності.

Задасмо невеликим значенням ковзання s_0 , яке відповідає відсутності навантаження на валу, і, вважаючи його однаковим для кожної вузлової точки періоду, нарощуємо вектор \vec{U} вузлових значень прикладеної напруги пропорційно від нуля до заданих значень. За обчисленими вузловими значеннями струмів визначаємо вузлові вектори поточкозчеплень і електромагнітного моменту та формуємо вектор \vec{X} , який служить початковим наближенням для розрахунків на другому етапі. Його суть полягає в покроковому нарощуванні прикладеного моменту від нуля до заданого значення при незмінних вузлових значеннях напруги обмотки збудження. При цьому на кожному крокові здійснюємо ітераційне уточнення. Матриця Якобі системи (5) має блочно-діагональну структуру, а її блоки формуються з матриць диференціальних індуктивностей АДЕП, які для кожного вузла визначаються на основі значень струмів контурів в цьому вузлі і розв'язування системи рівнянь (2) згідно з викладеним в [4,6].

Розрахунок статичних характеристик зводиться до розрахунку ряду установлених періодичних режимів у відповідності з викладеним алгоритмом.

На рис. 2 наведені розраховані у відповідності з викладеним алгоритмом криві електромагнітного моменту (у відн. од.) двигуна для приводу вентилятора ($P_n = 1,6$ Вт; $U_n = 220$ В; $2p = 2$) при $s=1.0$ (крива -1), а також електромагнітного моменту (крива -2) та ковзання (крива -3) в номінальному режимі.

Висновки.

1. АДЕП мають електричну та магнітну несиметрію, а тому процеси в установлених режимі роботи є динамічними. Вони описуються диференціальними рівняннями, які вибором системи координат неможливо звести до алгебричних. Їх розв'язком є періодичні залежності електричних і механічних координат.

2. Запропонований алгоритм розрахунку дає змогу розраховувати стаціонарні режими роботи та статичні характеристики АДЕП з урахуванням насичення та несиметрії магнітопроводу і несинусоїдного характеру розподілу намагнічувальних сил контурів статора з невеликими затратами машинного часу і високою адекватністю, що дає змогу використовувати його для оптимального проектування таких двигунів та систем керування ними.

3. Задача розв'язується як крайова для системи диференціальних рівнянь електромагнітної рівноваги, що дає змогу отримати періодичні залежності координат режиму, не вдаючись до розрахунку перехідного процесу. Електромагнітні параметри двигуна обчислюються на підставі розрахунку магнітного поля в повітряному проміжку. При цьому магнітопровід представляється розгалуженою заступною схемою з високим рівнем деталізації.

Список літератури: 1. *Лопухина Е.М.* Асинхронные исполнительные микродвигатели для систем автоматизации: Учебн. пособие. М.: Высшая школа, 1988. – 328 с. 2. *Юферов Ф.М.* Электрические машины автоматических устройств: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 1988. – 479 с. 3. *Копылов И.П., Фильц Р.В., Яворский Я.Я.* Об уравнениях асинхронной машины в различных системах координат//Известия вузов. Электромеханика. – 1986. – №3. – С. 22–33. 4. *Маляр В.С., Глухивский Л.И. и др.* Расчет магнитной цепи однофазного асинхронного двигателя с расщепленными полюсами//Изв. вузов СНГ. Энергетика. – 2003. – № 3. – С. 17–25. 5. *Маляр В.С., Глухивский Л.И., Гавдыо И.Р.* Математичне моделювання стаціонарних режимів асинхронних двигунів з екранованими полюсами//Технічна електродинаміка. – 2002. – № 5. – С. 47–50. 6. *Фильц Р.В.* Математические основы теории электромеханических преобразователей. – К.: Наукова думка, 1979. – 208 с. 7. *Яковлев М.Н.* К решению систем нелинейных уравнений методом дифференцирования по параметру//ЖВМ и МФ, т.4. – 1964. – № 1. – С. 146–149.

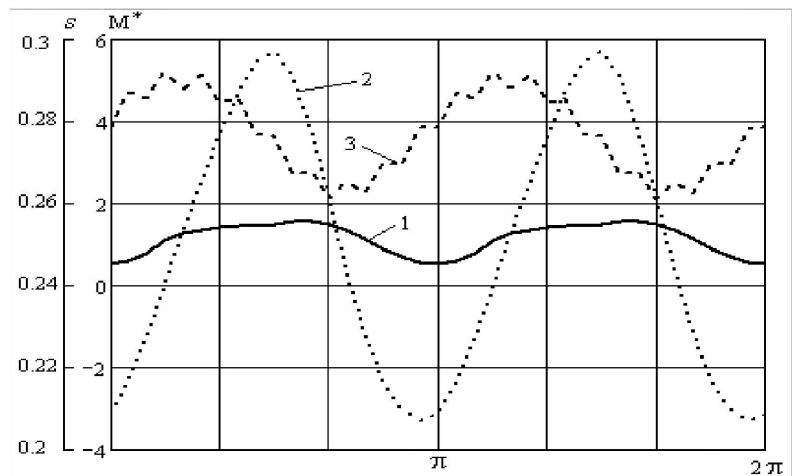


Рис.2.